

UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE

BRENDA PINHEIRO CARNEIRO

**Análise das transferências inusuais de  $^3\text{He}$  e  $^3\text{H}$  no  
sistema  $^6\text{Li} + ^{89}\text{Y}$**

NITERÓI

2023

BRENDA PINHEIRO CARNEIRO

**Análise das transferências inusuais de  $^3\text{He}$  e  $^3\text{H}$  no  
sistema  $^6\text{Li} + ^{89}\text{Y}$**

Dissertação de Mestrado apresentada ao  
Programa de Pós-Graduação em Física da  
Universidade Federal Fluminense como re-  
quisito parcial para a obtenção do Grau de  
Mestre em Física. Área de concentração:  
Física Nuclear

Orientador:  
JESÚS LUBIÁN RÍOS

NITERÓI

2023

Ficha catalográfica automática - SDC/BIF  
Gerada com informações fornecidas pelo autor

C289a Carneiro, Brenda Pinheiro  
Análise das transferências inusuais de  $3\text{He}$  e  $3\text{H}$  no sistema  
 $6\text{Li} + 89\text{Y}$  / Brenda Pinheiro Carneiro. - 2023.  
68 f.

Orientador: Jesús Lubián Ríos.  
Dissertação (mestrado)-Universidade Federal Fluminense,  
Instituto de Física, Niterói, 2023.

1. Transferências inusuais. 2. Canais de reações  
acopladas. 3. Reações. 4. Produção intelectual. I. Ríos,  
Jesús Lubián, orientador. II. Universidade Federal  
Fluminense. Instituto de Física. III. Título.

CDD - XXX

Bibliotecário responsável: Debora do Nascimento - CRB7/6368

Figura 1: Ficha catalográfica

BRENDA PINHEIRO CARNEIRO

Análise das transferências inusuais de  $^3\text{He}$  e  $^3\text{H}$  no sistema  $^6\text{Li} + ^{89}\text{Y}$

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal Fluminense como requisito parcial para a obtenção do Grau de Mestre em Física. Área de concentração: Física Nuclear

Aprovada em Setembro de 2023.

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Dr. Jesús Lubián Ríos - Orientador, UFF

---

Prof. Dr. Sergio Barbosa Duarte, CBPF

---

Prof. Dr. Vinicius Antonio Bocaline Zagatto, UFF

Niterói

2023

*À minha mãe, por toda inspiração.*

*“... Meu fado é o de não saber quase tudo. Sobre o nada eu tenho profundidades...”*

*Manoel de Barros*

# Agradecimentos

À minha mãe, por ter ajudado na concretização desse sonho, me dando todo suporte, amor e carinho, mesmo distante.

Aos meus irmãos, pelo amor e por trazer a leveza necessária nesta jornada árdua.

Ao meu pai, por também ter ajudado na concretização deste sonho, me dando o suporte necessário.

Aos meus avós, em especial a minha vó Noélia, por todo amor, cuidado, orações e risadas, mesmo encontrando-se um mil quinhentos e oitenta e oito (1.588) quilômetros de distância.

Ao meu orientador, Dr. Lubián (Lubs), a quem tenho uma grande admiração, por toda paciência, confiança e por todos os ensinamentos ao longo deste mestrado.

À todas as pessoas que conheci em Niterói e que fizeram desta, uma trajetória mais leve e feliz. Em especial ao meu namorado Marcos Gil, ao meu grande amigo André e aos meus amigos Altilano, Isabella, Karolayne e Marco pelo amor, cuidado, suporte, amizade e acolhimento. Vocês se tornaram a minha família nesta cidade.

Aos amigos, de toda a vida, que deixei na Bahia para seguir este sonho: Artur, Caio, Eraldo, Fabrício, Fernando, Hiann, Jonathan, Kael, Maíra, Miguel, Milena, Pedro, Thomas, Victor e tantos outros que não caberiam aqui. Carreguei vocês comigo e sei que, de longe, vocês torceram por mim.

À Jonas e João pelo auxílio, colaboração e por todas as discussões sobre física nuclear que trouxeram riqueza a este trabalho.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) por ter financiado este trabalho.

Ao Instituto de Física da UFF, todos os funcionários e todos os professores que tive o prazer de conviver, em especial a Reinaldo por, em todas as suas aulas e conversas, avivar em mim o anseio de continuar aprendendo física.

# Resumo

Neste trabalho foi feito um estudo sobre as reações de transferência de  $^3\text{H}$  e  $^3\text{He}$  no sistema  $^6\text{Li} + ^{89}\text{Y}$  na energia de bombardeio de 34 MeV. Para isto, foram performados cálculos de CRC, usando o código FRESCO, para as transferências sequencial e direta. Para o mecanismo direto o modelo de *cluster* extremo, onde as amplitudes espectroscópicas utilizadas são iguais a 1.0, foi utilizado. Além disso, o potencial de *double-folding*, potencial de São Paulo, foi utilizado como potencial óptico e, para construir as funções de onda dos estados do *cluster*, empregou-se o potencial de Woods-Saxon. Estes cálculos têm a finalidade de avaliar se a componente de *cluster* do estado fundamental do  $^6\text{Li}$ , sendo composta por um trítio mais um hélio-3 é significativa. Cálculos preliminares mostraram que as seções de choque integrada são relevantes, sendo da ordem de mb, para o caso em que transfere-se os núcleons de forma direta.

# Abstract

In this work we present a study of  $^3\text{H}$  and  $^3\text{He}$  transfer reactions for the  $^6\text{Li} + ^{89}\text{Y}$  system at a laboratory energy of 34 MeV. For the sequential and direct transfers, coupled reaction channels calculations were performed, using the FRESKO code. The extreme cluster model, in which the spectroscopic amplitudes are equal to 1.0, was used for direct transfer mechanism. In addition, were used the SPP double-folding potential as optical potential and the Woods-Saxon potential, to derive the cluster wave functions. These calculations aim to analyze whether the cluster component of  $^6\text{Li}$  ground state composed by a tritium plus a helium-3 is relevant. Preliminary calculations have shown that the integrated cross section is significant, being of the order of mb, for direct cluster transfers.



# Lista de Figuras

1	Ficha catalográfica . . . . .	
2	Representação esquemática de alguns processos que podem ocorrer quando um projétil incide sobre um alvo. Retirado de [7]. . . . .	14
3	Esquema de como se dá a transferência direta, tipo <i>stripping</i> , do $^3\text{He}$ para o alvo $^{89}\text{Y}$ . Os núcleos e núcleons, aqui representados, estão fora de escala. . . . .	20
4	Esquema de como se dá a transferência sequencial, tipo <i>stripping</i> , do $^3\text{He}$ para o alvo $^{89}\text{Y}$ . Os núcleos e núcleons, aqui representados, estão fora de escala. . . . .	22
5	Níveis de energia dos estados <i>single-particle</i> . Retirado de [19]. . . . .	36
6	Distribuição de núcleons para o estado fundamental de um núcleo de $^{89}\text{Y}$ à luz do modelo de camadas. . . . .	37
7	A primeira figura descreve a distribuição de núcleons nos orbitais para o modelo espacial <i>SN</i> , no qual o <i>core</i> é $^{56}\text{Ni}$ , enquanto a segunda descreve o modelo espacial <i>SLGT</i> , que possui como <i>core</i> um $^{88}\text{Sr}$ . Ambos modelos estão disponíveis para serem utilizados no NuShellX [21]. . . . .	38
8	Representação esquemática do modelo de <i>cluster</i> extremo. . . . .	40
9	Representação esquemática do modelo de <i>cluster</i> microscópico. . . . .	40
10	Função de onda $1s_{1/2}$ do <i>cluster</i> e produto da função de onda pelo potencial de interação para o projétil e ejetil. . . . .	44
11	Função de onda $1i_{13/2}$ do <i>cluster</i> , para o caso em que tanto o $^{89}\text{Y}$ quanto o $^{92}\text{Nb}$ se encontram no estado fundamental, e produto da função de onda pelo potencial de interação. . . . .	44
12	Função de onda $2d_{3/2}$ do <i>cluster</i> , para o caso em que tanto o $^{89}\text{Y}$ quanto o $^{92}\text{Nb}$ se encontram em estados excitados e produto da função de onda pelo potencial de interação. . . . .	44

13	Acoplamentos entre os estados do $^{89}\text{Y}$ com os estados do $^{92}\text{Nb}$ . Os estados do núcleo residual foram sugeridos com base em medidas experimentais. Como os cálculos feitos foram de CRC, as setas apontas nas duas direções.	45
14	Acoplamentos entre o estado fundamental ( $1/2^-$ ) do $^{89}\text{Y}$ com os estados do $^{92}\text{Nb}$ . . . . .	47
15	Acoplamentos entre o estado fundamental ( $1/2^-$ ) e o primeiro estado excitado ( $9/2^+$ ) do $^{89}\text{Y}$ com os estados do $^{92}\text{Nb}$ . . . . .	48
16	Distribuição angular para a seção de choque de transferência entre o estado $1/2^-$ do $^{89}\text{Y}$ e o estado $7^+$ do $^{92}\text{Nb}$ . . . . .	49
17	Variação da seção de choque integrada com o aumento da energia na transferência de $^3\text{He}$ . . . . .	50
18	Acoplamentos entre os estados para a transferência sequencial de $^3\text{He}$ , considerando que transfere-se primeiro um dêuteron seguido de um próton. . .	52
19	Função de onda $1s_{1/2}$ do <i>cluster</i> e produto da função de onda pelo potencial de interação para o projétil e ejetil. . . . .	55
20	Função de onda $2p_{1/2}$ do <i>cluster</i> , para o caso em que tanto o $^{89}\text{Y}$ quanto o $^{92}\text{Zr}$ se encontram no estado fundamental, e produto da função de onda pelo potencial de interação. . . . .	55
21	Função de onda $1f_{5/2}$ do <i>cluster</i> , para o caso em que tanto o $^{89}\text{Y}$ quanto o $^{92}\text{Zr}$ se encontram em estados excitados e produto da função de onda pelo potencial de interação. . . . .	56
22	Acoplamentos entre o estado fundamental do $^{89}\text{Y}$ com os estados do $^{92}\text{Zr}$ . Os estados do núcleo residual foram sugeridos com base em medidas experimentais. . . . .	56
23	Acoplamentos entre o estado fundamental ( $1/2^-$ ) e primeiro estado excitado ( $9/2^+$ ) do $^{89}\text{Y}$ com alguns estados experimentais do $^{92}\text{Zr}$ . . . . .	57
24	Acoplamentos entre os estados do $^{89}\text{Y}$ com os estados do $^{92}\text{Zr}$ . . . . .	58
25	Distribuição angular para a seção de choque de transferência entre o estado $1/2^-$ do $^{89}\text{Y}$ e o estado $0^+$ do $^{92}\text{Zr}$ . . . . .	59
26	Variação da seção de choque integrada com o aumento da energia na transferência de $^3\text{H}$ . . . . .	60

- 
- 27 Acoplamentos entre os estados para a transferência sequencial de  $^3\text{H}$ , considerando que transfere-se primeiro um dêuteron seguido de um nêutron. . 62
- 28 Acoplamentos entre os estados para a transferência sequencial de  $^3\text{H}$ , considerando que transfere-se primeiro um próton seguido de dois nêutrons. . . 63

# Lista de Tabelas

- 1 Tabela com parâmetros relevantes na reação. Da esquerda para a direita temos a energia incidente, o raio, a curvatura e altura da barreira,  $Q$ -value, spin da partícula transferida e amplitude espectroscópica. . . . . 43
- 2 Resultados obtidos para os testes feitos variando os parâmetros CUTR, CUTC e  $R_M$  do FRESCO, ambos são da ordem de fm. . . . . 46
- 3 Seções de choque integrada de transferência obtidas quando são considerados acoplamentos apenas entre o estado fundamental do  $^{89}\text{Y}$  com os estados do  $^{92}\text{Nb}$ . . . . . 47
- 4 Seções de choque integrada de transferência obtidas quando são considerados acoplamentos apenas entre o estado fundamental e o primeiro estado excitado do  $^{89}\text{Y}$  com os estados do  $^{92}\text{Nb}$ . . . . . 48
- 5 Seções de choque integradas de transferência obtidas para a transferência de  $^3\text{He}$ , quando todos os acoplamentos são considerados. . . . . 49
- 6 Possibilidades da transferência sequencial de  $^3\text{He}$ . Os núcleos em vermelho indicam que estes são instáveis e possuem energias no contínuo. . . . . 51
- 7 Seções de choque integradas de transferência obtidas para a transferência sequencial de  $^3\text{He}$ , considerando que transfere-se primeiro um dêuteron seguido de um próton. . . . . 53
- 8 Seções de choque integradas de transferência obtidas quando são considerados acoplamentos apenas entre o estado fundamental do  $^{89}\text{Y}$  com os estados do  $^{92}\text{Zr}$ . . . . . 57
- 9 Seções de choque integradas de transferência obtidas quando são considerados acoplamentos apenas entre o estado fundamental e o primeiro estado excitado do  $^{89}\text{Y}$  com os estados do  $^{92}\text{Zr}$ . . . . . 57
- 10 Seções de choque integradas de transferência obtidas para a transferência de  $^3\text{H}$ , quando todos os acoplamentos são considerados. . . . . 58

- 
- 11 Possibilidades da transferência sequencial de  $^3\text{H}$ . Os núcleos em vermelho indicam que estes são instáveis e possuem energias no contínuo. . . . . 61
  - 12 Seções de choque integradas de transferência obtidas para a transferência sequencial de  $^3\text{H}$ , considerando que transfere-se primeiro um dêuteron seguido de um nêutron. . . . . 62
  - 13 Seções de choque integradas de transferência obtidas para a transferência sequencial de  $^3\text{H}$ , considerando que transfere-se primeiro um próton seguido de dois nêutrons. . . . . 63

# Lista de Abreviaturas e Siglas

**CDCC** *Continuum-Discretised Coupled Channels*

**CRC** *Coupled Reaction Channels*

**DHB** Dirac-Hartree-Bogoliubov

**DWBA** *Distorted Wave Bohn Approximation*

**MeV** Megaelétron-volt

**SPP** Potencial São Paulo

**W-S** Woods-Saxon

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>12</b>
<b>2</b>	<b>Formalismo Teórico</b>	<b>14</b>
2.1	Canais de Reação Acoplados . . . . .	14
2.2	Potencial Nuclear . . . . .	28
2.2.1	Potencial Coulombiano . . . . .	29
2.2.2	Potencial Óptico . . . . .	29
2.2.3	Potencial <i>double-folding</i> . . . . .	32
2.2.4	Potencial de São Paulo (SPP) . . . . .	33
2.3	Estrutura Nuclear . . . . .	34
2.3.1	Modelo de Camadas . . . . .	34
2.4	Modelos de <i>Cluster</i> . . . . .	38
2.4.1	Modelo de <i>Cluster</i> Extremo . . . . .	39
2.4.2	Modelo de <i>Cluster</i> Microscópico . . . . .	40
<b>3</b>	<b>Análise da transferência de núcleons na reação <math>^{89}\text{Y}(^6\text{Li}, ^3\text{H})^{92}\text{Nb}</math></b>	<b>42</b>
3.1	Transferência Direta . . . . .	42
3.2	Transferência Sequencial . . . . .	51
<b>4</b>	<b>Análise da transferência de núcleons na reação <math>^{89}\text{Y}(^6\text{Li}, ^3\text{He})^{92}\text{Zr}</math></b>	<b>54</b>
4.1	Transferência Direta . . . . .	54
4.2	Transferência Sequencial . . . . .	61

<b>5 Conclusões</b>	<b>64</b>
---------------------	-----------

<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>67</b>
--------------------	-----------



# 1 Introdução

A dinâmica das reações nucleares é descrita por interações que possuem muitos graus de liberdade, de modo que para um sistema com muitos núcleons, como é o caso do átomo, corresponde a um problema de muitos corpos. Desta forma, resolver a equação de Schrödinger, que rege esta dinâmica, para este caso é inviável, sendo necessário o uso de aproximações e potenciais efetivos, que sejam capazes de descrever estas interações. Estas aproximações são feitas nas funções de onda, através de restrições impostas ao espaço de Hilbert. Além disso, é indispensável o uso de um potencial complexo onde a parte imaginária deste leva em conta a perda de fluxo de energia dos canais que não são considerados explicitamente. Muitos potenciais são utilizados para descrever estas interações, como por exemplo os potenciais de *folding* e *double-folding*, que levam em conta a distribuição dos núcleons dentro do núcleo. É neste contexto que o potencial São Paulo [1], utilizado neste trabalho, se encaixa.

No momento em que um projétil incide sobre um alvo, diversos mecanismos de reação podem ocorrer como por exemplo espalhamento elástico e inelástico, fusão, *breakup*, transferência, de um ou mais passos, entre outros. Reações onde, após a interação do projétil com o alvo, existe a troca efetiva de um ou mais núcleons entre estes, são chamadas de reações de transferência. Quando há troca de núcleons do alvo para o projétil, diz-se que a reação é do tipo *pick-up* e quando a troca ocorre do projétil para o alvo é do tipo *stripping*. Estes processos citados anteriormente podem ser enquadrados em dois tipos: reações diretas e reações para a formação de núcleo composto. Reações diretas são as que ocorrem em poucas interações em um tempo suficientemente pequeno, sendo este tempo da ordem de  $\approx 10^{-22}$  s, para que não ocorra a formação de um núcleo composto. Comumente estas interações acontecem na superfície nuclear e possuem um grande *overlap* entre os estados iniciais e finais. Por se tratar de reações que ocorrem na superfície e que envolvem um limitado número de graus de liberdade, desempenham um papel importante no estudo acerca da estrutura nuclear.

Entre as reações diretas, os mecanismos de transferência desempenham este papel

muito bem. Estes são altamente seletivos com relação aos orbitais que os núcleons ocupam no núcleo, dependendo de condições cinemáticas específicas como paridade, *spin*, momento angular orbital e energia [2]. Este tipo de comportamento indica que este mecanismo de reação é bem sensível quanto aos estados inicial e final envolvidos no processo. A transferência destes núcleons podem ocorrer de forma direta ou sequencial e, através do estudo destes mecanismos, pode-se obter informações acerca dos estados *single-particle*, quando apenas um núcleon é transferido, e inferir sobre as correlações de pares e de longo alcance, quando há a transferência de dois ou mais núcleons [3]–[5].

Neste trabalho, estamos interessados em estudar a transferência de  ${}^3\text{He}$  e  ${}^3\text{H}$ , via mecanismos direto e sequencial, no sistema  ${}^6\text{Li} + {}^{89}\text{Y}$ , com o intuito de investigar a relevância desta componente inusual de *cluster* do estado fundamental do  ${}^6\text{Li}$  como sendo composta por um hélio-3 mais um trítio, além da bem descrita na literatura  $\alpha$  mais  $d$ . Recentemente, dois estados ressonantes correspondente a uma configuração de *cluster* inusual ( ${}^6\text{He} + t$ ) no  ${}^9\text{Li}$ , também foram observadas [6]. Com este intuito, no Capítulo 2 será feita uma breve descrição sobre o formalismo teórico utilizado nos cálculos de canais de reações acopladas. No Capítulo 3, será feita uma análise da transferência de  ${}^3\text{He}$ , direta e sequencial, na reação  ${}^{89}\text{Y}({}^6\text{Li}, {}^3\text{H}){}^{92}\text{Nb}$ . No Capítulo 4, a transferência de  ${}^3\text{H}$  na reação  ${}^{89}\text{Y}({}^6\text{Li}, {}^3\text{He}){}^{92}\text{Zr}$ , via ambos mecanismos, será analisada. Para a obtenção das seções de choque referentes às transferências descritas nos Capítulos 3 e 4, o modelo de *cluster* extremo, o método de CRC e o código FRESCO foram utilizados. Por fim, no Capítulo 5, serão apresentadas as conclusões sobre a análise destas transferências e as perspectivas futuras deste trabalho.

## 2 Formalismo Teórico

### 2.1 Canais de Reação Acoplados

Durante o processo de colisão entre dois núcleos, diferentes mecanismos de reação podem ocorrer, como por exemplo espalhamento elástico, inelástico, transferência, fusão, *breakup*, entre outros, como mostra a Fig. 2. Para descrever fisicamente estes, é necessário resolver a equação de Schrödinger onde, a priori, todos estes mecanismos deveriam ser levados em consideração, sendo explicitados na função de onda total.

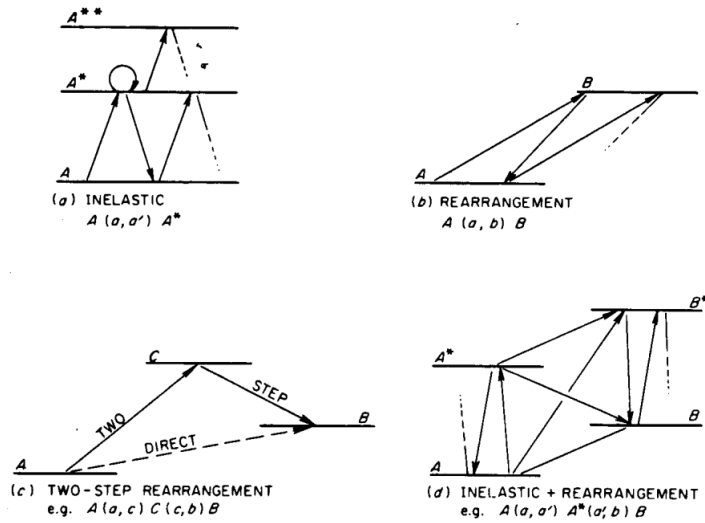


Figura 2: Representação esquemática de alguns processos que podem ocorrer quando um projétil incide sobre um alvo. Retirado de [7].

Contudo, resolver esta equação levando em conta explicitamente todos os canais que podem estar acessíveis é inviável. Assim, apenas os canais mais relevantes são considerados e para conseguir computar a perda do fluxo dos outros canais um potencial complexo é utilizado, sendo a parte imaginária deste, responsável por isto. A equação que precisamos resolver é dada por

$$(E - H)\Psi = 0, \quad (2.1)$$

onde  $H$  é a hamiltoniana total do sistema e  $\Psi$  a função de onda.

Quando estamos considerando explicitamente apenas um canal, como por exemplo o canal elástico, expressamos as funções de onda como pertencentes a uma partição de entrada chamada de  $\alpha$ , e que dentro desta partição podem haver excitações inelásticas, a função de onda pode ser escrita como

$$\Psi = \sum_{\alpha} \phi_{\alpha}(\xi_{\alpha}) \psi_{\alpha}(\mathbf{r}_{Aa}), \quad (2.2)$$

sendo  $\alpha$  todos os números quânticos necessários para definir o estado dos núcleos  $a$  e  $A$ , onde  $a$  é o projétil e  $A$  o alvo,  $\phi_{\alpha}(\xi_{\alpha})$ <sup>1</sup> e  $\xi_{\alpha}$  as funções de onda intrínseca do núcleo e as coordenadas intrínsecas dos núcleos, respectivamente. Esta função de onda satisfaz uma equação do tipo  $(\epsilon_{\alpha} - h_{\alpha})\phi_{\alpha}(\xi_{\alpha}) = 0$ , com  $h_{\alpha}$  sendo a hamiltoniana que descreve os núcleons dentro de cada núcleo. Além disto, temos  $\psi_{\alpha}(\mathbf{r}_{Aa})$  que descreve o movimento relativo entre os núcleos  $a$  e  $A$ , sendo  $\mathbf{r}_{Aa}$  a coordenada de separação do centro de massa deles.

Considerando que a hamiltoniana nesta partição é dada por  $H = T_{\alpha} + \epsilon_{\alpha} + V_{\alpha}$ , com  $\epsilon_{\alpha} = \epsilon_a + \epsilon_A$ , podemos substituir a Eq. 2.2 na Eq. 2.1, de modo que

$$\begin{aligned} (E - T_{\alpha} - \epsilon_{\alpha} - V_{\alpha}) \Psi &= 0 \\ (E - T_{\alpha} - \epsilon_{\alpha} - V_{\alpha}) \sum_{\alpha} \phi_{\alpha}(\xi_{\alpha}) \psi_{\alpha}(\mathbf{r}_{Aa}) &= 0. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Se projetarmos a equação acima em um canal particular, multiplicando pela esquerda por  $\phi_{\alpha}^*(\xi_{\alpha})$ , e integrarmos sobre todas as coordenadas intrínsecas, ficamos com

$$\begin{aligned} \sum_{\alpha'} \left[ (E - T_{\alpha'} - \epsilon_{\alpha'}) \overbrace{\int \phi_{\alpha}^*(\xi_{\alpha}) \phi_{\alpha'}(\xi_{\alpha'}) d\xi_{\alpha}}^{=\delta_{\alpha\alpha'}} - \int \phi_{\alpha}^*(\xi_{\alpha}) V_{\alpha'} \phi_{\alpha'}(\xi_{\alpha'}) d\xi_{\alpha} \right] \psi_{\alpha'}(\mathbf{r}_{Aa}) &= 0 \\ \left[ E - T_{\alpha} - \epsilon_{\alpha} - \int \phi_{\alpha}^*(\xi_{\alpha}) V_{\alpha} \phi_{\alpha}(\xi_{\alpha}) d\xi_{\alpha} \right] \psi_{\alpha}(\mathbf{r}_{Aa}) - \sum_{\alpha \neq \alpha'} \left[ \int \phi_{\alpha}^*(\xi_{\alpha}) V_{\alpha'} \phi_{\alpha'}(\xi_{\alpha'}) d\xi_{\alpha} \right] \psi_{\alpha'}(\mathbf{r}_{Aa}) &= 0, \end{aligned} \quad (2.4)$$

que é a equação de canais acoplados quando o canal elástico e excitações inelásticas estão sendo considerados explicitamente.

No entanto, se levarmos em conta a reação de *rearrangement*, estados de energia podem pertencer a mais de uma partição, introduzindo à equação de canais acoplados termos novos, como por exemplo, termos de não-ortogonalidade. Levando em conta que

<sup>1</sup>Neste caso temos que  $\phi_{\alpha}(\xi_{\alpha}) = \phi_a(\xi_a) \phi_A(\xi_A)$ .

há somente duas partições acessíveis para os núcleos interagentes, sendo estes os canais de entrada  $\alpha$  e os de saída  $\beta$ , a Eq. 2.2 pode ser escrita da seguinte forma

$$\Psi = \sum_{\alpha} \phi_{\alpha}(\xi_{\alpha}) \psi_{\alpha}(\mathbf{r}_{Aa}) + \sum_{\beta} \phi_{\beta}(\xi_{\beta}) \psi_{\beta}(\mathbf{r}_{Bb}), \quad (2.5)$$

onde tudo o que foi descrito para as funções intrínsecas e a função que descreve o movimento relativo para  $\alpha$  é equivalente para  $\beta$ .

De forma análoga ao que foi feito anteriormente, podemos substituir a Eq. 2.5 na Eq. 2.1, na qual a hamiltoniana é dada por  $H = T_{\alpha} + \epsilon_{\alpha} + V_{\alpha} = T_{\beta} + \epsilon_{\beta} + V_{\beta}$ , dado que a energia total do sistema se conserva, com  $\epsilon_{\beta} = \epsilon_b + \epsilon_B$ . Assim,

$$(E - T_{\alpha} - \epsilon_{\alpha} - V_{\alpha}) \left[ \sum_{\alpha} \phi_{\alpha}(\xi_{\alpha}) \psi_{\alpha}(\mathbf{r}_{Aa}) + \sum_{\beta} \phi_{\beta}(\xi_{\beta}) \psi_{\beta}(\mathbf{r}_{Bb}) \right] = 0, \quad (2.6)$$

na qual podemos projetar a equação acima sobre algum canal particular de ambas as partições, sendo ambos resultados equivalentes. Multiplicando a Eq. 2.6 pela esquerda por  $\phi_{\alpha}^*(\xi_{\alpha})$ , e integrarmos sobre todas as coordenadas intrínsecas da partição  $\alpha$ , temos

$$\begin{aligned} & \int \phi_{\alpha}^*(\xi_{\alpha}) (E - T_{\alpha'} - \epsilon_{\alpha'} - V_{\alpha'}) \left[ \sum_{\alpha'} \phi_{\alpha'}(\xi_{\alpha'}) \psi_{\alpha'}(\mathbf{r}_{Aa}) + \sum_{\beta'} \phi_{\beta'}(\xi_{\beta'}) \psi_{\beta'}(\mathbf{r}_{Bb}) \right] d\xi_{\alpha} = 0 \\ & \left[ E - T_{\alpha} - \epsilon_{\alpha} - \int \phi_{\alpha}^*(\xi_{\alpha}) V_{\alpha} \phi_{\alpha}(\xi_{\alpha}) d\xi_{\alpha} \right] \psi_{\alpha}(\mathbf{r}_{Aa}) - \sum_{\alpha \neq \alpha'} \left[ \int \phi_{\alpha}^*(\xi_{\alpha}) V_{\alpha'} \phi_{\alpha'}(\xi_{\alpha'}) d\xi_{\alpha} \right] \psi_{\alpha'}(\mathbf{r}_{Aa}) + \\ & + \left[ (E - T_{\alpha} - \epsilon_{\alpha}) \sum_{\beta} \int \phi_{\alpha}^*(\xi_{\alpha}) \phi_{\beta}(\xi_{\beta}) d\xi_{\alpha} - \int \phi_{\alpha}^*(\xi_{\alpha}) V_{\alpha'} \phi_{\beta}(\xi_{\beta}) d\xi_{\alpha} \right] \psi_{\beta}(\mathbf{r}_{Bb}) = 0, \end{aligned} \quad (2.7)$$

considerando que estados pertencentes à diferentes partições não são necessariamente ortogonais. A Eq. 2.7 é chamada de equação de canais de reação acoplados (CRC) pois leva em conta explicitamente tanto o canal elástico quanto o canal de transferência.

Se presumirmos que no canal de entrada apenas o espalhamento elástico é importante e que o canal de transferência está aberto, mas os núcleos ejétil e residual, são deixados

no estado fundamental, a equação acima pode ser escrita da seguinte forma

$$\begin{aligned}
 & \left[ E - T_\alpha - \epsilon_\alpha - \overbrace{\int \phi_\alpha^*(\xi_\alpha) V_\alpha \phi_\alpha(\xi_\alpha) d\xi_\alpha}^{\equiv V_{\alpha\alpha}} \right] \psi_\alpha(\mathbf{r}_{Aa}) + \\
 & + \left[ (E - T_\alpha - \epsilon_\alpha) \underbrace{\int \phi_\alpha^*(\xi_\alpha) \phi_\beta(\xi_{\beta'}) d\xi_\alpha}_{\equiv \eta_{\alpha\beta}} - \underbrace{\int \phi_\alpha^*(\xi_\alpha) V_\alpha \phi_\beta(\xi_\beta) d\xi_\alpha}_{\equiv V_{\alpha\beta}} \right] \psi_\beta(\mathbf{r}_{Bb}) = 0 \\
 & [E - T_\alpha - \epsilon_\alpha - V_{\alpha\alpha}] \psi_\alpha(\mathbf{r}_{Aa}) + [(E - T_\alpha - \epsilon_\alpha) \eta_{\alpha\beta} - V_{\alpha\beta}] \psi_\beta(\mathbf{r}_{Bb}) = 0, \quad (2.8)
 \end{aligned}$$

sendo  $\eta_{\alpha\beta}$  o termo de não-ortogonalidade,  $V_{\alpha\alpha}$ , o potencial diagonal que está relacionado ao acoplamento do canal elástico e  $V_{\alpha\beta}$  o potencial que acopla o canal elástico com o canal de transferência.

Uma vez que o potencial do canal de entrada aparece explicitamente na matriz de interação, utiliza-se o formalismo *prior*. O formalismo *post* é utilizado quando o potencial do canal de saída aparece explicitamente[7]. Se estamos fazendo transferência para estados do contínuo, é comum utilizarmos o formalismo *post*, dado que é preciso ter bem definido o potencial na partição de saída. Contudo, para o caso de transferência para estados ligados (*bound states*), ambos formalismos são equivalentes, mas é preferível utilizar o *prior*, visto que o potencial na partição de entrada é bem conhecido. Desta forma, consideraremos que no canal elástico ondas *ingoing* e *outgoing* são permitidas, enquanto nos canais não-elásticos temos apenas ondas *outgoing* (condições de contorno).

Descrever o potencial de interação  $V_\alpha$  é uma tarefa complicada, já que ele depende tanto das coordenadas intrínsecas dos núcleos que estão interagindo, quanto da coordenada do movimento relativo entre eles. Por conseguinte, escreveremos este como sendo uma interação efetiva somado com uma interação residual,  $V_\alpha \equiv U_\alpha + W_\alpha$ , de modo que quanto mais próximo de  $V_\alpha$  for a interação efetiva mais desprezível pode ser a interação residual. Logo, o elemento de matriz diagonal presente na Eq. 2.8 pode ser escrito da seguinte forma

$$\begin{aligned}
 V_{\alpha\alpha} &= \int \phi_\alpha^*(\xi_\alpha) (U_\alpha + W_\alpha) \phi_\alpha(\xi_\alpha) d\xi_\alpha \\
 &= U_{\alpha\alpha} + W_{\alpha\alpha}
 \end{aligned} \quad (2.9)$$

e o elemento de matriz que descreve o potencial associado a transferência é dado por

$$\begin{aligned} V_{\alpha\beta} &= \int \phi_{\alpha}^*(\xi_{\alpha}) (U_{\alpha} + W_{\alpha}) \phi_{\beta}(\xi_{\beta}) d\xi_{\alpha} \\ V_{\alpha\beta} &= U_{\alpha\beta} + W_{\alpha\beta}. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Se ao invés desta definição, usarmos que  $U_{\alpha} \equiv V_{\alpha\alpha}$ , o termo  $W_{\alpha\alpha}$  se anula e a Eq. 2.10 fica escrita como

$$\begin{aligned} V_{\alpha\beta} &= \int \phi_{\alpha}^*(\xi_{\alpha}) (U_{\alpha} + W_{\alpha}) \phi_{\beta}(\xi_{\beta}) d\xi_{\alpha} \\ &= \int \int \phi_{\alpha}^*(\xi_{\alpha}) (V_{\alpha} - W_{\alpha}) \phi_{\alpha'}(\xi_{\alpha'}) \phi_{\alpha'}^*(\xi_{\alpha'}) \phi_{\beta}(\xi_{\beta}) d\xi_{\alpha} d\xi_{\alpha'} + W_{\alpha\beta} \\ &= V_{\alpha\alpha'} \int \phi_{\alpha'}^*(\xi_{\alpha'}) \phi_{\beta}(\xi_{\beta}) d\xi_{\alpha} - W_{\alpha\beta} \\ V_{\alpha\beta} &= U_{\alpha} \eta_{\alpha\beta} + W_{\alpha\beta}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Substituindo os resultados acima na Eq. 2.8, temos

$$\begin{aligned} [E - T_{\alpha} - \epsilon_{\alpha} - U_{\alpha}] \psi_{\alpha}(\mathbf{r}_{Aa}) + [(E - T_{\alpha} - \epsilon_{\alpha}) \eta_{\alpha\beta} - (U_{\alpha} \eta_{\alpha\beta} + W_{\alpha\beta})] \psi_{\beta}(\mathbf{r}_{Bb}) &= 0 \\ (E - T_{\alpha} - \epsilon_{\alpha} - U_{\alpha}) \psi_{\alpha}(\mathbf{r}_{Aa}) + (E - T_{\alpha} - \epsilon_{\alpha} - U_{\alpha}) \eta_{\alpha\beta} \psi_{\beta}(\mathbf{r}_{Bb}) - W_{\alpha\beta} \psi_{\beta}(\mathbf{r}_{Bb}) &= 0 \\ (E - T_{\alpha} - \epsilon_{\alpha} - U_{\alpha}) [\psi_{\alpha}(\mathbf{r}_{Aa}) + \eta_{\alpha\beta} \psi_{\beta}(\mathbf{r}_{Bb})] &= W_{\alpha\beta} \psi_{\beta}(\mathbf{r}_{Bb}), \end{aligned} \quad (2.12)$$

que é uma equação de solução mais simples. É conveniente analisar o comportamento assintótico desta equação para, a partir da solução, obtermos uma expressão para a matriz de transferência. Considerando o limite em que  $\mathbf{r}_{Aa} \rightarrow \infty$ , temos que  $\eta_{\alpha\beta} \rightarrow 0$ , uma vez que as funções de onda intrínsecas dos núcleos vão a zero e isto nos permite afirmar que  $\psi_{\alpha}(\mathbf{r}_{Aa})$  e  $[\psi_{\alpha}(\mathbf{r}_{Aa}) + \eta_{\alpha\beta} \psi_{\beta}(\mathbf{r}_{Bb})]$  descrevem o mesmo estado. Assumindo que na partição de entrada o canal elástico é o mais importante<sup>2</sup>, o acoplamento deste com o canal de transferência é igual a zero e, a Eq. 2.12 pode ser escrita como

$$(E - T_{\alpha} - \epsilon_{\alpha} - U_{\alpha}) \psi_{\alpha}(\mathbf{r}_{Aa}) \approx 0, \quad (2.13)$$

onde a função de onda radial é escrita em termos da onda esférica *outgoing*. Desta forma, a solução para a Eq. 2.13 é dada por

$$\tilde{\psi}_{\alpha}(\mathbf{r}_{Aa}) = e^{i\mathbf{k}_{\alpha} \cdot \mathbf{r}_{Aa}} + f(\theta, \phi) \frac{e^{ik_{\alpha} r_{Aa}}}{r_{Aa}}, \quad (2.14)$$

sendo o primeiro termo uma onda plana e o segundo termo uma onda esférica espalhada devido ao potencial  $U_{\alpha}$  com amplitude de espalhamento  $f(\theta, \phi)$ , que, por definição [7], é

<sup>2</sup>Isto corresponde a conhecida *Distorted Wave Bohn Approximation* (DWBA).

dada por

$$f(\theta, \phi) = -\frac{\mu_\alpha}{2\pi\hbar^2} \int d\mathbf{r}'_{Aa} e^{i\mathbf{k}_\alpha \cdot \mathbf{r}_{Aa}} U_\alpha \psi_\alpha(\mathbf{r}_{Aa}). \quad (2.15)$$

Podemos obter uma expressão análoga à Eq. 2.12 se projetarmos a função de onda total sobre os estados intrínsecos da partição de saída. Assim, para regimes assintóticos,

$$\begin{aligned} (E - T_\beta - \epsilon_\beta - U_\beta) [\psi_\beta(\mathbf{r}_{Bb}) + \eta_{\beta\alpha} \psi_\alpha(\mathbf{r}_{Aa})] &= W_{\beta\alpha} \psi_\alpha(\mathbf{r}_{Aa}) \\ (E - T_\beta - \epsilon_\beta - U_\beta) \psi_\beta^{(-)}(\mathbf{r}_{Bb}) &= W_{\beta\alpha} \psi_\alpha(\mathbf{r}_{Aa}), \end{aligned} \quad (2.16)$$

visto que no formalismo *prior*, apenas ondas *outgoing* são permitidas. A Eq. 2.16 tem como solução

$$\tilde{\psi}_\beta^{(-)}(\mathbf{r}_{Bb}) = f(\theta, \phi) \frac{e^{i\mathbf{k}_\beta \cdot \mathbf{r}_{Bb}}}{r_{Bb}}, \quad (2.17)$$

onde a amplitude de espalhamento é proporcional à matriz de transferência [7], [8]. A matriz de transferência pode ser definida como sendo proporcional aos elementos de matriz do potencial entre um estado final, aqui a partição de saída, com o estado inicial. À luz da Eq. 2.15, a amplitude de transferência será dada por

$$\begin{aligned} T_{\alpha\beta} &= -\frac{\mu_\beta}{2\pi\hbar^2} \int d\mathbf{r}'_{Bb} \psi_\beta^{(-)*}(\mathbf{r}_{Bb}) W_{\beta\alpha} \psi_\alpha(\mathbf{r}_{Aa}) \\ &= -\frac{\mu_\beta}{2\pi\hbar^2} \int \int d\mathbf{r}'_{Bb} d\xi_\beta \psi_\beta^{(-)*}(\mathbf{r}_{Bb}) \phi_\beta^*(\xi_\beta) W_\alpha \phi_\alpha(\xi_\alpha) \psi_\alpha(\mathbf{r}_{Aa}) \\ T_{\alpha\beta} &\equiv \left\langle \psi_\beta^{(-)*} \phi_\beta^* \left| W_\alpha \right| \phi_\alpha \psi_\alpha \right\rangle, \end{aligned} \quad (2.18)$$

que por sua vez é proporcional à seção de choque diferencial de transferência, que pode ser definida como

$$\frac{d\sigma_{\alpha\beta}}{d\Omega} = \frac{\mu_\alpha \mu_\beta}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_\beta}{k_\alpha} |T_{\alpha\beta}|^2. \quad (2.19)$$

A amplitude da matriz de transferência é uma quantidade extremamente importante quando estamos analisando transferência de núcleons, pois nela está contida toda informação acerca da estrutura nuclear, regras de seleção da soma de momentos angulares, *form factors* e das amplitudes espectroscópicas. A Fig. 3 representa a transferência direta de um  $^3\text{He}$ , onde na partição de entrada temos  $^6\text{Li} + ^{89}\text{Y}$  e na partição de saída  $^3\text{H} + ^{92}\text{Nb}$ , cuja seção de choque pode ser obtida a partir da Eq. 2.19.



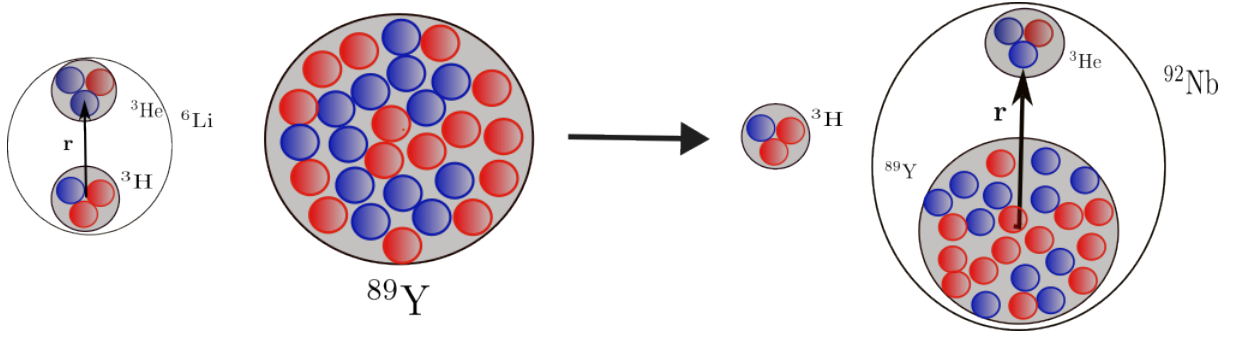


Figura 3: Esquema de como se dá a transferência direta, tipo *stripping*, do  ${}^3\text{He}$  para o alvo  ${}^{89}\text{Y}$ . Os núcleos e núcleons, aqui representados, estão fora de escala.

Se agora considerarmos o caso em que a transferência de mais de um núcleon pode ser dar de forma sequencial, precisamos introduzir na função de onda total uma partição intermediária para que esta possibilidade seja contemplada. Desta forma, a Eq. 2.5 no caso de transferência de dois passos, pode ser escrita como

$$\Psi = \sum_{\alpha} \phi_{\alpha}(\xi_{\alpha}) \psi_{\alpha}(\mathbf{r}_{Aa}) + \sum_{\beta} \phi_{\beta}(\xi_{\beta}) \psi_{\beta}(\mathbf{r}_{Bb}) + \sum_{\gamma} \phi_{\gamma}(\xi_{\gamma}) \psi_{\gamma}(\mathbf{r}_{Cc}), \quad (2.20)$$

onde  $\gamma$  refere-se à partição intermediária, com uma base composta pelos estados  $\phi_{\gamma}(\xi_{\gamma})$ . Substituindo na Eq. 2.1, obtemos

$$(E - T_{\alpha} - \epsilon_{\alpha} - V_{\alpha}) \left[ \sum_{\alpha} \phi_{\alpha}(\xi_{\alpha}) \psi_{\alpha}(\mathbf{r}_{Aa}) + \sum_{\beta} \phi_{\beta}(\xi_{\beta}) \psi_{\beta}(\mathbf{r}_{Bb}) + \sum_{\gamma} \phi_{\gamma}(\xi_{\gamma}) \psi_{\gamma}(\mathbf{r}_{Cc}) \right] = 0, \quad (2.21)$$

de modo que se projetarmos esta equação sobre os estados intrínsecos da partição de entrada, ficamos com

$$\begin{aligned} & \int \phi_{\alpha}^{*}(\xi_{\alpha}) (E - T_{\alpha'} - \epsilon_{\alpha'} - V_{\alpha'}) \left[ \sum_{\alpha'} \phi_{\alpha'}(\xi_{\alpha'}) \psi_{\alpha'}(\mathbf{r}_{Aa}) + \sum_{\beta'} \phi_{\beta'}(\xi_{\beta'}) \psi_{\beta'}(\mathbf{r}_{Bb}) + \right. \\ & \quad \left. + \sum_{\gamma'} \phi_{\gamma'}(\xi_{\gamma'}) \psi_{\gamma'}(\mathbf{r}_{Cc}) \right] d\xi_{\alpha} = 0 \\ & \left[ E - T_{\alpha} - \epsilon_{\alpha} - \int \phi_{\alpha}^{*}(\xi_{\alpha}) V_{\alpha} \phi_{\alpha}(\xi_{\alpha}) d\xi_{\alpha} \right] \psi_{\alpha}(\mathbf{r}_{Aa}) - \sum_{\alpha \neq \alpha'} \left[ \int \phi_{\alpha}^{*}(\xi_{\alpha}) V_{\alpha'} \phi_{\alpha'}(\xi_{\alpha'}) d\xi_{\alpha} \right] \psi_{\alpha'}(\mathbf{r}_{Aa}) + \\ & + \left[ (E - T_{\alpha} - \epsilon_{\alpha}) \sum_{\beta} \int \phi_{\alpha}^{*}(\xi_{\alpha}) \phi_{\beta}(\xi_{\beta}) d\xi_{\alpha} - \int \phi_{\alpha}^{*}(\xi_{\alpha}) V_{\alpha'} \phi_{\beta}(\xi_{\beta}) d\xi_{\alpha} \right] \psi_{\beta}(\mathbf{r}_{Bb}) + \\ & + \left[ (E - T_{\alpha} - \epsilon_{\alpha}) \sum_{\gamma} \int \phi_{\alpha}^{*}(\xi_{\alpha}) \phi_{\gamma}(\xi_{\gamma}) d\xi_{\alpha} - \int \phi_{\alpha}^{*}(\xi_{\alpha}) V_{\alpha'} \phi_{\gamma}(\xi_{\gamma}) d\xi_{\alpha} \right] \psi_{\gamma}(\mathbf{r}_{Cc}) = 0, \end{aligned} \quad (2.22)$$

de maneira que se considerarmos que, tanto o ejetil quanto o núcleo residual, permanecem

em seus estados fundamentais, temos

$$[E - T_\alpha - \epsilon_\alpha - V_{\alpha\alpha}] \psi_\alpha(\mathbf{r}_{Aa}) + [(E - T_\alpha - \epsilon_\alpha) \eta_{\alpha\beta} - V_{\alpha\beta}] \psi_\beta(\mathbf{r}_{Bb}) + \\ + [(E - T_\alpha - \epsilon_\alpha) \eta_{\alpha\gamma} - V_{\alpha\gamma}] \psi_\gamma(\mathbf{r}_{Cc}) = 0. \quad (2.23)$$

De forma análoga, faremos as projeções considerando as funções de onda intrínsecas da partição de saída e intermediária, respectivamente, tal que

$$[E - T_\beta - \epsilon_\beta - V_{\beta\beta}] \psi_\beta(\mathbf{r}_{Bb}) + [(E - T_\beta - \epsilon_\beta) \eta_{\beta\alpha} - V_{\beta\alpha}] \psi_\alpha(\mathbf{r}_{Aa}) + \\ + [(E - T_\beta - \epsilon_\beta) \eta_{\beta\gamma} - V_{\beta\gamma}] \psi_\gamma(\mathbf{r}_{Cc}) = 0 \quad (2.24)$$

e

$$[E - T_\gamma - \epsilon_\gamma - V_{\gamma\gamma}] \psi_\gamma(\mathbf{r}_{Cc}) + [(E - T_\gamma - \epsilon_\gamma) \eta_{\gamma\alpha} - V_{\gamma\alpha}] \psi_\alpha(\mathbf{r}_{Aa}) + \\ + [(E - T_\gamma - \epsilon_\gamma) \eta_{\gamma\beta} - V_{\gamma\beta}] \psi_\beta(\mathbf{r}_{Bb}) = 0. \quad (2.25)$$

Levando em conta que na partição de entrada apenas o acoplamento com o canal elástico é relevante, implicando que os elementos de matriz diagonais descrevem bem o espalhamento elástico, a Eq. 2.23 pode ser reduzida a

$$[E - T_\alpha - \epsilon_\alpha - V_{\alpha\alpha}] \psi_\alpha(\mathbf{r}_{Aa}) \approx 0, \quad (2.26)$$

e que na partição intermediária só temos acoplamento com o canal elástico, a Eq. 2.25 é escrita como

$$[E - T_\gamma - \epsilon_\gamma - V_{\gamma\gamma}] \psi_\gamma(\mathbf{r}_{Cc}) + [(E - T_\gamma - \epsilon_\gamma) \eta_{\gamma\alpha} - V_{\gamma\alpha}] \psi_\alpha(\mathbf{r}_{Aa}) \approx 0 \\ (E - T_\gamma - \epsilon_\gamma - U_\gamma) [\psi_\gamma(\mathbf{r}_{Cc}) + \eta_{\gamma\alpha} \psi_\alpha(\mathbf{r}_{Aa})] \approx W_{\gamma\alpha} \psi_\alpha(\mathbf{r}_{Aa}). \quad (2.27)$$

Uma vez que estamos considerando o formalismo *prior*, a solução para a Eq. 2.23 é dada pela Eq. 2.14. Contudo, a Eq. 2.27 só admite como solução ondas do tipo *outgoing*, de forma que em regiões assintóticas, sua solução é dada por

$$\tilde{\psi}_\gamma^{(-)}(\mathbf{r}_{Cc}) = f(\theta, \phi) \frac{e^{ik_\gamma r_{Cc}}}{r_{Cc}}, \quad (2.28)$$

em que, usando a definição dada na Eq. 2.15, temos

$$\tilde{\psi}_\gamma^{(-)}(\mathbf{r}_{Cc}) = -\frac{\mu_\gamma}{2\pi\hbar^2} \int d\mathbf{r}_{Cc} \tilde{\psi}_\gamma^{(-)*}(\mathbf{r}_{Cc}) W_{\gamma\alpha} \psi_\alpha(\mathbf{r}_{Aa}) \frac{e^{ik_\gamma r_{Cc}}}{r_{Cc}}, \quad (2.29)$$

onde a matriz de transição  $T_{\alpha\gamma}$  é definida por

$$T_{\alpha\gamma} = \int d\mathbf{r}_{Cc} \tilde{\psi}_\gamma^{(-)*}(\mathbf{r}_{Cc}) W_{\gamma\alpha} \psi_\alpha(\mathbf{r}_{Aa}). \quad (2.30)$$

Utilizando as soluções dadas pelas Eq. 2.14 e Eq. 2.29, inserindo na Eq. 2.24, obtemos

$$\begin{aligned}
 & [E - T_\beta - \epsilon_\beta - V_{\beta\beta}] \psi_\beta(\mathbf{r}_{Bb}) + \\
 & + [(E - T_\beta - \epsilon_\beta) \eta_{\beta\alpha} - V_{\beta\alpha}] \left[ e^{i\mathbf{k}_\alpha \cdot \mathbf{r}_{Aa}} + \tilde{f}(\theta, \phi) \frac{e^{ik_\alpha r_{Aa}}}{r_{Aa}} \right] + \\
 & + [(E - T_\beta - \epsilon_\beta) \eta_{\beta\gamma} - V_{\beta\gamma}] - \frac{\mu_\gamma}{2\pi\hbar^2} \int d\mathbf{r}_{Cc} \tilde{\psi}_\gamma^{(-)*}(\mathbf{r}_{Cc}) W_{\gamma\alpha} \psi_\alpha(\mathbf{r}_{Aa}) \frac{e^{ik_\gamma r_{Cc}}}{r_{Cc}} = 0,
 \end{aligned} \quad (2.31)$$

na qual, utilizando que  $V_\beta = U_\beta + W_\beta$ , que  $V_\gamma = U_\gamma + W_\gamma$  e analisando o comportamento assintótico dela, escrevemos a função de onda que descreve o movimento relativo dos núcleos na partição  $\beta$  como sendo

$$\tilde{\psi}_\beta^{(-)}(\mathbf{r}_{Bb}) = -\frac{\mu_\beta}{2\pi\hbar^2} \left[ \int d\mathbf{r}_{Bb} \tilde{\psi}_\beta^{(-)*}(\mathbf{r}_{Bb}) W_{\beta\alpha} \tilde{\psi}_\alpha(\mathbf{r}_{Aa}) + \int d\mathbf{r}_{Bb} \tilde{\psi}_\beta^{(-)*}(\mathbf{r}_{Bb}) W_{\beta\gamma} \tilde{\psi}_\gamma(\mathbf{r}_{Cc}) \right] \frac{e^{ik_\beta r_{Bb}}}{r_{Bb}}. \quad (2.32)$$

Substituindo a Eq. 2.29 na Eq. 2.32, chegamos no seguinte resultado

$$\begin{aligned}
 \tilde{\psi}_\beta^{(-)}(\mathbf{r}_{Bb}) = & -\frac{\mu_\beta}{2\pi\hbar^2} \int d\mathbf{r}_{Bb} \tilde{\psi}_\beta^{(-)*}(\mathbf{r}_{Bb}) W_{\beta\alpha} \tilde{\psi}_\alpha(\mathbf{r}_{Aa}) + \\
 & + \frac{\mu_\beta \mu_\gamma}{(2\pi\hbar^2)^2} \left\{ \int d\mathbf{r}_{Bb} \int d\mathbf{r}_{Cc} \tilde{\psi}_\beta^{(-)*}(\mathbf{r}_{Bb}) W_{\beta\alpha} \tilde{\psi}_\gamma^{(-)*}(\mathbf{r}_{Cc}) W_{\gamma\alpha} \psi_\alpha(\mathbf{r}_{Aa}) \right\} \frac{e^{ik_\beta r_{Bb}}}{r_{Bb}} \frac{e^{ik_\gamma r_{Cc}}}{r_{Cc}},
 \end{aligned} \quad (2.33)$$

onde o primeiro termo desta equação está associado a transferência de núcleons via mecanismo direto, visto que o operador  $W_{\beta\alpha}$  atua na função de onda da partição de entrada  $\alpha$ , levando-a até a partição de saída  $\beta$ . O segundo termo está relacionado a transferência via mecanismo sequencial, uma vez que o operador  $W_{\gamma\alpha}$  atua na função pertencente a partição de entrada, levando-a a se propagar na partição intermediária  $\gamma$ . Logo depois o operador  $W_{\beta\gamma}$  atua sobre a função pertencente a partição intermediária, fazendo-a se propagar até o estado final. A Fig. 4 representa a transferência sequencial de um  $^3\text{He}$ , onde na partição de entrada temos  $^6\text{Li} + ^{89}\text{Y}$ , na partição intermediária  $^4\text{He} + ^{91}\text{Zr}$  e na partição de saída  $^3\text{H} + ^{92}\text{Nb}$ , cuja seção de choque pode ser obtida a partir da Eq. 2.34.

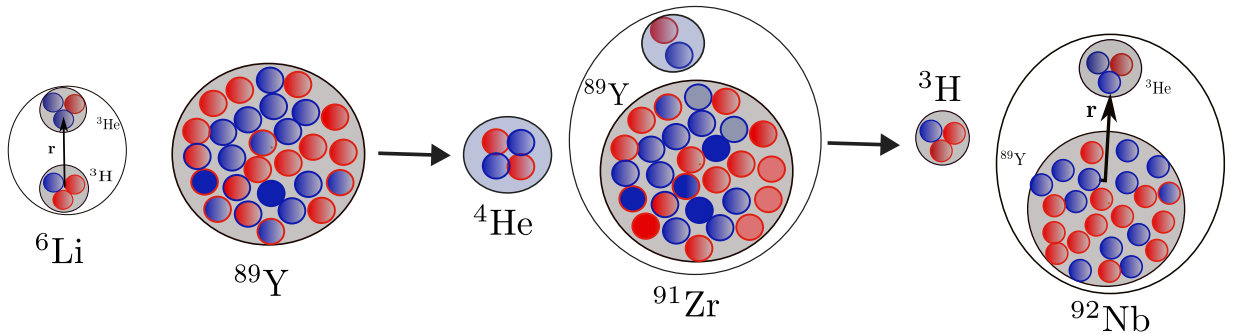


Figura 4: Esquema de como se dá a transferência sequencial, tipo *stripping*, do  $^3\text{He}$  para o alvo  $^{89}\text{Y}$ . Os núcleos e núcleons, aqui representados, estão fora de escala.

Por conseguinte, se usarmos a definição para a matriz de transferência dada pelas Eq. 2.18 e Eq. 2.30 e compararmos com a expressão obtida para a função de onda pertencente à partição final, nota-se que esta possui um termo correspondente ao mecanismo direto somado a outro correspondente ao sequencial. Assim, posto que a seção de choque é proporcional ao módulo quadrado da matriz-T, como mostra a Eq. 2.19, ela dependerá da soma coerente dos processos de transferência,

$$\frac{d\sigma_{\alpha\beta}}{d\Omega} \propto |T_{\alpha\beta} + T_{\alpha\gamma\beta}|^2, \quad (2.34)$$

onde um termo de interferência surgirá, sendo este fundamental para analisar a competição entre o processo direto e sequencial. É importante ressaltar que mesmo a Eq. 2.34 sendo obtida na aproximação DWBA, pode-se provar que ela é válida também para o caso geral de CRC [7].

Com o intuito de obtermos uma expressão pormenorizada para a matriz-T, podemos escrever quem são as funções de onda intrínseca dos núcleos e as funções que descrevem o movimento relativo dos núcleos interagentes. Assim, tanto  $\psi_\alpha(\mathbf{r}_{Aa})$  quanto as funções das partições  $\gamma$  e  $\beta$ , podem ser escritas na forma de expansões em ondas parciais. Desta forma,

$$\psi_\alpha(\mathbf{k}_{Aa}, \mathbf{r}_{Aa}) = \sum_{\alpha} \tilde{\psi}_\alpha(k_\alpha, r_{Aa}) Y(\theta_{k_\alpha}, \phi_{k_\alpha}) Y(\theta_{r_\alpha}, \phi_{r_\alpha}), \quad (2.35)$$

onde  $\tilde{\psi}_\alpha(k_\alpha, r_{Aa})$  é a parte radial,  $Y(\theta_{k_\alpha}, \phi_{k_\alpha})$  e  $Y(\theta_{r_\alpha}, \phi_{r_\alpha})$  as partes angulares escritas em termos dos harmônicos esféricos. A fim de reduzir a notação, definiremos  $\Omega_{k_\alpha}$  e  $\Omega_{r_\alpha}$  como sendo as coordenadas angulares dos vetores  $\mathbf{k}_\alpha$  e  $\mathbf{r}_\alpha$ , onde  $\mathbf{k}_\alpha$  é o momento relativo entre o projétil e o alvo.

Empregando a expansão da Eq. 2.35 na expressão para a matriz-T referente ao mecanismo direto, temos

$$\begin{aligned} T_{\alpha \rightarrow \beta} &= \int d\mathbf{r}_{Bb} \tilde{\psi}_\beta^{(-)*}(\mathbf{r}_{Bb}) W_{\beta\alpha} \tilde{\psi}_\alpha(\mathbf{k}_{Aa}, \mathbf{r}_{Aa}) \\ &= \int dR_{Bb} d\Omega_{R_{Bb}} \sum_{\beta, \alpha} \tilde{\psi}_\beta^{(-)*}(k_\beta, r_{Bb}) Y^*(\Omega_{k_\beta}) Y^*(\Omega_{R_\beta}) W_{\beta\alpha} \tilde{\psi}_\alpha(k_\alpha, r_{Aa}) Y(\Omega_{k_\alpha}) Y(\Omega_{R_\alpha}) \\ &= \sum_{\beta, \alpha} Y(\Omega_{k_\alpha}) Y^*(\Omega_{R_\beta}) \int d\Omega_{R_{Bb}} Y^*(\Omega_{k_\beta}) Y(\Omega_{R_\alpha}) \int dR_{Bb} \tilde{\psi}_\beta^{(-)*}(k_\beta, r_{Bb}) W_{\beta\alpha} \tilde{\psi}_\alpha(k_\alpha, r_{Aa}), \end{aligned} \quad (2.36)$$

na qual usando a propriedade de simetria  $Y_{L_\beta M_\beta}^*(\Omega_{R_\beta}) = (-1)^{M_\beta} Y_{L_\beta - M_\beta}(\Omega_{R_\beta})$ , a equação

acima pode ser escrita como

$$T_{\alpha \rightarrow \beta} = \sum_{\beta, \alpha} (-1)^{M_\beta + M_\alpha} Y(\Omega_{k_\alpha}) Y(\Omega_{k_\beta}) \int d\Omega_{R_{Bb}} Y(\Omega_{R_\beta}) Y(\Omega_{R_\alpha}) \times \int dR_{Bb} \tilde{\psi}_\beta^{(-)*}(k_\beta, r_{Bb}) W_{\beta\alpha} \tilde{\psi}_\alpha(k_\alpha, r_{Aa}). \quad (2.37)$$

A fim de simplificar ainda mais a nossa expressão, podemos fazer algumas considerações acerca da direção de propagação do feixe incidente. Admitindo que este se encontra na direção  $\hat{z}$  e que  $\mathbf{k}_\alpha \times \mathbf{k}_\beta$  está na direção  $\hat{y}$ , então  $\theta_\alpha = 0$ , o que implica que todos os harmônicos esféricos com  $M_\alpha \neq 0$  são nulos. Desta forma, usando a definição, o primeiro produto de harmônicos esféricos na Eq. 2.37 pode ser escrito como

$$Y(\Omega_{k_\alpha}) Y(\Omega_{k_\beta}) = (-1)^{L_\beta + L_\alpha} \sqrt{\frac{(2L_\alpha + 1)(2L_\beta + 1)(L_\beta + M_\beta)!}{4\pi 4\pi (L_\beta - M_\beta)!}} P_{L_\beta M_\beta}(\cos \theta_\beta) e^{iM_\beta \phi_\beta}. \quad (2.38)$$

O produto de dois harmônicos esféricos que se encontra dentro da integral da Eq. 2.37 pode ser expandido em termos de um único harmônico esférico [9], de modo que,

$$Y(\Omega_{R_\alpha}) Y(\Omega_{k_\beta}) = \sum_{L, M} \sqrt{\frac{(2L_\alpha + 1)(2L_\beta + 1)}{(4\pi)(2L + 1)}} \langle L_\alpha M_\alpha L_\beta - M_\beta | LM \rangle \langle L_\alpha 0 L_\beta 0 | L0 \rangle Y_{L, M}(\theta, \phi), \quad (2.39)$$

onde  $\theta = \theta_\alpha - \theta_\beta$  e  $\phi = \phi_\alpha + \phi_\beta$ . Substituindo as Eq. 2.38 e Eq. 2.39, na Eq. 2.37, obtemos

$$T_{\alpha \rightarrow \beta} = \sum_{\substack{\beta, \alpha \\ L, M}} (-1)^{M_\beta + M_\alpha + L_\beta + L_\alpha} \sqrt{\frac{(2L_\alpha + 1)(2L_\beta + 1)(L_\beta + M_\beta)!}{4\pi 4\pi (L_\beta - M_\beta)!}} P_{L_\beta - M_\beta}(\cos \theta_\beta) e^{-iM_\beta \phi_\beta} \times \int d\Omega_{R_{Bb}} \sqrt{\frac{(2L_\alpha + 1)(2L_\beta + 1)}{(4\pi)(2L + 1)}} \langle L_\alpha M_\alpha L_\beta - M_\beta | LM \rangle \langle L_\alpha 0 L_\beta 0 | L0 \rangle Y_{L, M}(\theta, \phi) \times \int dR_{Bb} \tilde{\psi}_\beta^{(-)*}(k_\beta, r_{Bb}) W_{\beta\alpha} \tilde{\psi}_\alpha(k_\alpha, r_{Aa}). \quad (2.40)$$

Examinemos agora a última integral na expressão acima, uma vez que nela estão contidos os elementos de matriz nuclear, que são de grande interesse. O termo  $W_{\beta\alpha}$ , que chamaremos de *kernel*, pode ser reescrito como

$$W_{\beta\alpha} = \int \int \phi_B^*(\xi_B) \phi_b^*(\xi_b) W_\alpha \phi_A(\xi_A) \phi_a(\xi_a) d\xi_B d\xi_b, \quad (2.41)$$

de modo que se consideramos que  $W_\alpha$  não altera as propriedades de rotação das funções de onda intrínsecas, ou seja, é uma interação isoescalar [7], a equação acima é escrita

como,

$$W_{\beta\alpha} = \int \int \phi_{I_B M_B}^*(\xi_B) \phi_{I_A M_A}(\xi_A) \phi_{I_b M_b}^*(\xi_b) \phi_{I_a M_a}(\xi_a) W_{\alpha} d\xi_B d\xi_b, \quad (2.42)$$

na qual as funções de onda se transformam sob rotação da seguinte forma  $\phi_{I_A M_A}(\xi_A) = (-)^{I_A - M_A} \phi_{I_A - M_A}^*(\xi_A)$  e  $\phi_{I_b M_b}^*(\xi_b) = (-)^{I_b - M_b} \phi_{I_b - M_b}(\xi_b)$ . Desta forma, faremos a decomposição destes elementos de matriz em termos do momento angular transferido entre os núcleos do sistema durante a colisão. Estas decomposições são dadas por

$$\phi_{I_B M_B}^*(\xi_B) \phi_{I_A M_A}^*(\xi_A) = \sum_{\substack{I_A - M_A \\ I_B M_B}} \langle I_A - M_A I_B M_B | I_{BA} M_{BA} \rangle \Phi_{I_{BA} M_{BA}} \quad (2.43)$$

e

$$\phi_{I_b M_b}^*(\xi_b) \phi_{I_a M_a}(\xi_a) = \sum_{\substack{I_b - M_b \\ I_a M_a}} \langle I_b - M_b I_a M_a | I_{ba} M_{ba} \rangle \Phi_{I_{ba} M_{ba}}. \quad (2.44)$$

O projétil e ejetil possuem momento angular, respectivamente, dados por  $I_a$  e  $I_b$ , que se acoplam para formar  $I_{ba}$ , com  $I_{ba} = I_b - I_a$ . Os momentos angulares do alvo e do núcleo residual são dados, respectivamente, por  $I_A$  e  $I_B$  que se acoplam para formar  $I_{BA}$ , onde  $I_{BA} = I_B - I_A$ . Assim, substituindo a Eq. 2.43 e a Eq. 2.44 na Eq. 2.42, temos

$$W_{\beta\alpha} = \int \int \sum_{\substack{I_A - M_A \\ I_B M_B}} \sum_{\substack{I_b - M_b \\ I_a M_a}} (-)^{I_A - M_A + I_b - M_b} \langle I_A - M_A I_B M_B | I_{BA} M_{BA} \rangle \\ \times \langle I_b - M_b I_a M_a | I_{ba} M_{ba} \rangle \Phi_{I_{BA} M_{BA}} \Phi_{I_{ba} M_{ba}} W_{\alpha} d\xi_B d\xi_b. \quad (2.45)$$

Podemos ainda expandir o produto das funções escrito na base dos momentos acoplados entre o projétil e o ejetil com o alvo e o núcleo residual, na base do momento angular total transferido. Desta forma,

$$\Phi_{I_{BA} M_{BA}} \Phi_{I_{ba} M_{ba}} = \sum_{\substack{I_{BA} M_{BA} \\ I_{ba} M_{ba}}} \langle I_{BA} M_{BA} I_{ba} M_{ba} | I M \rangle \Phi_{I M}, \quad (2.46)$$

de modo que os momentos angulares transferidos,  $I_{ba}$  e  $I_{BA}$ , somados correspondem ao momento angular total transferido,  $I_{ba} + I_{BA} = I$  e  $M_{BA} + M_{ba} = M$ , que é a projeção do momento angular. Substituindo a Eq. 2.46 na Eq. 2.45,

$$W_{\beta\alpha} = \int \int \sum_{\substack{I_A - M_A \\ I_B M_B}} \sum_{\substack{I_b - M_b \\ I_a M_a}} \sum_{\substack{I_{BA} M_{BA} \\ I_{ba} M_{ba}}} (-)^{I_A - M_A + I_b - M_b} \langle I_A - M_A I_B M_B | I_{BA} M_{BA} \rangle \\ \times \langle I_b - M_b I_a M_a | I_{ba} M_{ba} \rangle \langle I_{BA} M_{BA} I_{ba} M_{ba} | I M \rangle \Phi_{I M} W_{\alpha} d\xi_B d\xi_b, \quad (2.47)$$

que é a expressão geral que conseguimos obter para os elementos de matriz dos núcleos interagentes, e ela carrega consigo a natureza física dos processos que podem acontecer durante a colisão.

Contudo, se estamos interessados em analisar o caso em que temos transferência de um ou mais núcleons, é conveniente expandir as funções de onda intrínsecas dos núcleo em termos da função de onda de um *core* mais a função de onda dos núcleons de valência. Consideremos o caso em que o projétil seja composto  $a = b + n$ , o alvo seja  $A$ , que o núcleo residual seja  $B = A + n$  e que o ejetil seja  $b$ , onde  $n$  é um núcleon de valência. Posto isso, as funções de onda intrínsecas do núcleo composto  $B$ , são escritas como

$$\phi_{I_B}(\xi_B) = \sum_{lsj} A_{lsj}^{jI_B I_A} [\phi_{I_A}(\xi_A) \otimes \psi_{lsj}(\mathbf{r})]_{I_B}, \quad (2.48)$$

onde estamos considerando que o núcleo  $A$  é composto por um *core*, que tem spin fixo  $I_A$ , com sua função de onda intrínseca dada por  $\phi_{I_A}(\xi_A)$  mais um núcleon de valência que tem seu movimento dentro do núcleo descrito por  $\psi_{lsj}(\mathbf{r})$ . O fator  $A_{lsj}^{jI_B I_A}$  leva em conta todos os possíveis acoplamentos entre o *core* e o núcleon de valência, que têm como resultado o spin e momento angular total de  $B$ , visto que podem existir várias formas de acoplamento que levam ao mesmo valor do *spin* do núcleo composto.

De forma análoga, temos para núcleo composto  $a$ ,

$$\phi_{I_a}(\xi_a) = \sum_{lsj} A_{lsj}^{jI_a I_b} [\phi_{I_b}(\xi_b) \otimes \psi_{lsj}(\mathbf{r})]_{I_a}, \quad (2.49)$$

na qual quando acoplamos os *cores*  $A$  e  $b$  com  $n$ , a soma de momento angular destes tem que dar o momento angular total dos núcleos compostos  $B$  e  $a$ , de modo que  $l_1 + s = j_1$ ,  $I_B = I_A + j_1$ ,  $l_2 + s = j_2$  e  $I_a = I_b + j_2$ . É possível expandir os produtos tensoriais acima em termos dos coeficientes de Clebsch-Gordon, onde

$$[\phi_{I_A}(\xi_A) \otimes \psi_{lsj}(\mathbf{r})]_{I_B} = \sum_{M_A m} \langle I_A M_A j m | I_B M_B \rangle \phi_{I_A}(\xi_A) \psi_{lsj}(\mathbf{r}), \quad (2.50)$$

e ainda a função que descreve o movimento relativo do núcleon pode ser expandida em termos de

$$\psi_{lsj}(\mathbf{r}) = \sum_{mm_s} \langle l m s m_s | j m \rangle (i)^l \psi_{lsj}(r) Y_{lm}(\Omega_r) \chi_{sm_s}, \quad (2.51)$$

e, inserindo estas expansões nas Eq. 2.48 e Eq. 2.49, ficamos com

$$\phi_{I_B}(\xi_B) = \sum_{lsj} \sum_{M_A m} \sum_{mm_s} A_{lsj}^{jI_B I_A} \langle I_A M_A j m | I_B M_B \rangle \phi_{I_A}(\xi_A) \langle l m s m_s | j m \rangle (i)^l \psi_{lsj}(r) Y_{lm}(\Omega_r) \chi_{sm_s} \quad (2.52)$$

e

$$\phi_{I_a}(\xi_a) = \sum_{lsj} \sum_{M_b m} \sum_{mm_s} A_{lsj}^{jI_a I_b} \langle I_b M_b j m | I_a M_a \rangle \phi_{I_b}(\xi_b) \langle l m s m_s | j m \rangle (i)^l \psi_{lsj}(r) Y_{lm}(\Omega_r) \chi_{sm_s}. \quad (2.53)$$

Com a finalidade de obter os elementos de matriz nuclear, dados pela Eq. 2.42, podemos projetar o estado do núcleo composto  $B$  sobre os estados da base no *core*  $A$ , afim de obtermos a função de onda *overlap* que descreve o movimento do núcleon de valência. Logo,

$$\begin{aligned}
\int d\xi_A \phi_{I'_A} \phi_{I_B}(\xi_B) &= \int d\xi_A \phi_{I'_A} \sum_{lsj} \sum_{M_A m} \sum_{m m_s} A_{lsj}^{j I_B I_A} \langle I_A M_A j m | I_B M_B \rangle \phi_{I_A}(\xi_A) \\
&\quad \times \langle l m s m_s | j m \rangle (i)^l \psi_{lsj}(r) Y_{lm}(\Omega_r) \chi_{sm_s} \\
&= \sum_{lsj} \sum_{M_A m} \sum_{m m_s} A_{lsj}^{j I_B I_A} \langle I_A M_A j m | I_B M_B \rangle \underbrace{\int d\xi_A \phi_{I'_A} \phi_{I_A}(\xi_A)}_{\delta_{A'A}} \langle l m s m_s | j m \rangle (i)^l \psi_{lsj}(r) Y_{lm}(\Omega_r) \chi_{sm_s} \\
\int d\xi_A \phi_{I'_A} \phi_{I_B}(\xi_B) &= \sum_{lsj} \sum_{M_A m} \sum_{m m_s} A_{lsj}^{j I_B I_A} \langle I_A M_A j m | I_B M_B \rangle \langle l m s m_s | j m \rangle (i)^l \psi_{lsj}(r) Y_{lm}(\Omega_r) \chi_{sm_s}
\end{aligned} \tag{2.54}$$

e, de forma análoga, para o núcleo composto  $a$ , temos

$$\begin{aligned}
\int d\xi_b \phi_{I'_b} \phi_{I_a}(\xi_a) &= \int d\xi_b \phi_{I'_b} \sum_{lsj} \sum_{M_b m} \sum_{m m_s} A_{lsj}^{j I_a I_b} \langle I_b M_b j m | I_a M_a \rangle \phi_{I_b}(\xi_b) \\
&\quad \times \langle l m s m_s | j m \rangle (i)^l \psi_{lsj}(r) Y_{lm}(\Omega_r) \chi_{sm_s} \\
&= \sum_{lsj} \sum_{M_b m} \sum_{m m_s} A_{lsj}^{j I_a I_b} \langle I_b M_b j m | I_a M_a \rangle \underbrace{\int d\xi_b \phi_{I'_b} \phi_{I_b}(\xi_b)}_{\delta_{b'b}} \langle l m s m_s | j m \rangle (i)^l \psi_{lsj}(r) Y_{lm}(\Omega_r) \chi_{sm_s} \\
\int d\xi_b \phi_{I'_b} \phi_{I_a}(\xi_a) &= \sum_{lsj} \sum_{M_b m} \sum_{m m_s} A_{lsj}^{j I_a I_b} \langle I_b M_b j m | I_a M_a \rangle \langle l m s m_s | j m \rangle (i)^l \psi_{lsj}(r) Y_{lm}(\Omega_r) \chi_{sm_s}.
\end{aligned} \tag{2.55}$$

Empregando estes resultados na Eq. 2.42, podemos obter os elementos de matriz nuclear,

$$\begin{aligned}
W_{\beta\alpha} &= \sum_{\substack{lsj \\ l's'j'}} \sum_{\substack{M_a m \\ M_B m'}} (-)^{I_A - M_A + I_b - M_b} A_{lsj}^{j I_b I_a} \langle I_b M_b j m | I_a M_a \rangle A_{l's'j'}^{j' I_B I_A} \\
&\quad \times \langle I_A M_A j' m' | I_B M_B \rangle \psi_{l's'j'}(\mathbf{r}) \psi_{lsj}(\mathbf{r}) \\
W_{\beta\alpha} &= B_{lsj} f_{l(j)s} m(\mathbf{r}_\alpha, \mathbf{r}_\beta),
\end{aligned} \tag{2.56}$$

onde,  $B_{lsj}$  representa as amplitudes espectroscópicas que contém informações acerca da estrutura do núcleo. Ainda,  $f_{l(j)s} m(\mathbf{r}_\alpha, \mathbf{r}_\beta)$  representa o *form factor* que contém a parte angular e radial [7]. Podemos obter a matriz de transferência substituindo estes resultados



na Eq. 2.40,

$$\begin{aligned}
 T_{\alpha \rightarrow \beta} = & \sum_{\substack{\beta, \alpha \\ L, M}} (-1)^{M_\beta + M_\alpha + L_\beta + L_\alpha} \sqrt{\frac{(2L_\alpha + 1)(2L_\beta + 1)(L_\beta + M_\beta)!}{4\pi \cdot 4\pi \cdot (L_\beta - M_\beta)!}} P_{L_\beta - M_\beta}(\cos \theta_\beta) e^{-iM_\beta \phi_\beta} \\
 & \times \int d\Omega_{R_{Bb}} \sqrt{\frac{(2L_\alpha + 1)(2L_\beta + 1)}{(4\pi)(2L + 1)}} \langle L_\alpha M_\alpha L_\beta - M_\beta | LM \rangle \langle L_\alpha 0 L_\beta 0 | L0 \rangle Y_{L,M}(\theta, \phi) \\
 & \times \int dR_{Bb} \tilde{\psi}_\beta^{(-)*}(k_\beta, r_{Bb}) B_{lsj} f_{l(js)m}(\mathbf{r}_\alpha, \mathbf{r}_\beta) \tilde{\psi}_\alpha(k_\alpha, r_{Aa}).
 \end{aligned} \tag{2.57}$$

Em posse da matriz-T, podemos obter a seção de choque diferencial de transferência definida pela Eq. 2.19, de modo que a seção de choque é proporcional ao módulo quadrado da amplitude espectroscópica, que contém toda a informação estrutural acerca dos núcleos que estão participando do mecanismo de reação [7].

## 2.2 Potencial Nuclear

Como visto anteriormente, para estudar os mecanismos de reação que podem ocorrer durante uma colisão, requer que resolvamos a equação de Schrödinger que, neste caso, trata-se de um problema de muitos corpos. Ademais, seria necessário introduzir todos os canais de reação explicitamente, o que comumente é inviável. Concomitantemente, a natureza das interações nucleares é por vezes complicada e sua descrição em termos de potenciais analíticos é, demasiadamente, complicada e não consensual. Desta forma, na tentativa de descrever estas interações, é conveniente recorrermos ao uso de potenciais efetivos.

Para resolver este problema, foi proposta a introdução de um potencial complexo, onde a sua parte imaginária levaria em conta toda a perda de fluxo de energia dos canais que não foram levados em conta explicitamente no sistema de canais acoplados e, a sua parte real seria composta por um potencial nuclear mais um potencial de polarização [10]. Assim, o potencial utilizado na Eq. 2.1 seria igual a

$$V(\mathbf{r}, E) = V_{OP}(\mathbf{r}, E) + V_C(r), \tag{2.58}$$

onde  $V_C(r)$  é o potencial coulombiano e  $V_{OP}(r, E)$  o potencial óptico.

### 2.2.1 Potencial Coulombiano

O potencial coulombiano entre dois núcleos de raios  $R_1$  e  $R_2$  é o gerado pelas cargas distribuídas sobre o volume do núcleo, sendo comumente equivalente ao potencial entre duas esferas uniformemente carregadas, que é escrito na forma

$$V_C(r) = \begin{cases} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{2R_C} \left[ 3 - \left( \frac{r}{R_C} \right)^2 \right], & \text{para } r < R_C \\ \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r}, & \text{para } r > R_C, \end{cases} \quad (2.59)$$

onde  $R_C$  é o raio de Coulomb que é dado pela soma dos raios do projétil e do alvo, podendo ser ligeiramente diferente da soma dos raios das densidades nucleares [11].

### 2.2.2 Potencial Óptico

O potencial óptico, assume que a interação entre o projétil e o alvo pode ser definida através de um potencial efetivo que é resultado da média das interações entre os núcleons que compõem o núcleo, pode ser escrito como

$$V_{OP}(\mathbf{r}, E) = U(\mathbf{r}, E) + iW(\mathbf{r}, E), \quad (2.60)$$

com

$$U(\mathbf{r}, E) = V_N(\mathbf{r}) + V_{POL}(\mathbf{r}, E), \quad (2.61)$$

que será detalhado posteriormente. A seção de choque calculada a partir deste, varia suavemente com a energia e, portanto, pode ser comparada com dados experimentais e ajustada se necessário.

Empregando o formalismo de Feshbach-Brueckner, é possível obter uma expressão para o potencial óptico. Consideremos o caso onde um projétil incide no alvo, de modo que  $\mathbf{r}_0$  seja a posição da partícula incidente,  $\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N (\equiv \xi)$  a posição dos núcleons dentro do núcleo,  $\phi_n(\xi)$  as funções de onda intrínsecas do alvo e  $H(\xi)$  a hamiltoniana nuclear.

Podemos escrever a hamiltoniana total do sistema como a soma de um hamiltoniano não-perturbado mais um potencial que leva em conta a interação entre o projétil e os núcleons. Assim,

$$H = H(\xi) + T(\mathbf{r}_0) + V(\mathbf{r}_0, \xi), \quad (2.62)$$

que satisfaz a seguinte equação

$$[H_0 + V(\mathbf{r}_0, \xi) - E] \Psi = 0. \quad (2.63)$$

Além disso, podemos expandir a função de onda como uma série de produtos da função de onda do projétil ( $u_\alpha(r_0)$ ) com as funções dos estados do núcleo, de modo que  $u_\alpha(r_0)$  satisfaz a seguinte equação

$$[T - v(r_0) - \epsilon_\alpha] u_\alpha(r_0) = 0, \quad (2.64)$$

onde  $v(r_0)$  é o potencial óptico. Portanto, é conveniente dividir o espaço das funções de onda em dois subespaços, e definir o operador projeção  $\hat{P}$  que projeta a função de onda no estado fundamental, como sendo o operador do subespaço do canal elástico. Desta forma,

$$\hat{P}\Psi = \Phi_0 \quad (2.65)$$

$$|\phi_0\rangle\langle\phi_0| \Phi_0 = \phi_0 u_0(r_0),$$

com  $\Phi$  sendo os auto-estados do hamiltoniano não perturbado. Definindo o complemento algébrico do operador  $\hat{P}$ , de modo que todos os estados da base sejam levados em conta, como sendo  $\hat{Q} = \mathbb{1} - \hat{P}$  e que estes operadores satisfazem as propriedades  $\hat{P}^2 = \hat{P}$ ,  $\hat{Q}^2 = \hat{Q}$ ,  $\hat{P} + \hat{Q} = \mathbb{1}$  e  $\hat{P}\hat{Q} = \hat{Q}\hat{P} = 0$ , a Eq. 2.63 pode ser escrita como

$$\begin{aligned} (H - E)(\hat{P} + \hat{Q})\Psi &= 0 \\ (H\hat{P} + H\hat{Q} - E\hat{P} - E\hat{Q})\Psi &= 0. \end{aligned} \quad (2.66)$$

Multiplicando a Eq. 2.66 pela esquerda por  $\hat{P}$  e utilizando as propriedades dos operadores, obtemos a seguinte equação

$$\begin{aligned} (\hat{P}H\hat{P} + \hat{P}H\hat{Q} - \hat{P}E\hat{P} - \hat{P}E\hat{Q})\Psi &= 0 \\ (\hat{P}H\hat{P}\hat{P} + \hat{P}H\hat{Q}\hat{Q} - E\hat{P})\Psi &= 0 \\ (E - \hat{P}H\hat{P})\hat{P}\Psi &= \hat{P}H\hat{Q}\hat{Q}\Psi, \end{aligned} \quad (2.67)$$

e, de modo análogo, multiplicando a Eq. 2.66 pela esquerda por  $\hat{Q}$  e utilizando as propriedades, obtemos

$$\begin{aligned} (\hat{Q}H\hat{P} + \hat{Q}H\hat{Q} - \hat{Q}E\hat{P} - \hat{Q}E\hat{Q})\Psi &= 0 \\ (\hat{Q}H\hat{P}\hat{P} + \hat{Q}H\hat{Q}\hat{Q} - E\hat{Q})\Psi &= 0 \\ (E - \hat{Q}H\hat{Q})\hat{Q}\Psi &= \hat{Q}H\hat{P}\hat{P}\Psi. \end{aligned} \quad (2.68)$$

Reescrevendo a Eq. 2.68 em termos de  $\hat{Q}\Psi$ , temos

$$\hat{Q}\Psi = \frac{\hat{Q}H\hat{P}\hat{P}\Psi}{(E - \hat{Q}H\hat{Q} + i\epsilon)}, \quad (2.69)$$

onde o termo  $i\epsilon$  é introduzido de forma *ad-hoc*, como consequência da causalidade, para

evitar polos visto que, se a atuação de  $\hat{Q}$  no estado  $\Psi$  coincide com a energia  $E$ , a equação divergiria. Substituindo o resultado da Eq. 2.69 na Eq. 2.67, obtemos

$$\left( E - \hat{P}H\hat{P} - \hat{P}H\hat{Q} \frac{1}{(E - \hat{Q}H\hat{Q} + i\epsilon)} \hat{Q}H\hat{P} \right) \hat{P}\Psi = 0. \quad (2.70)$$

Se utilizarmos a Eq. 2.62 na Eq. 2.70 e considerarmos que a energia do estado fundamental do alvo é igual a zero, de modo que  $H(\xi) |\phi_0\rangle = 0$ , os termos  $\hat{P}H\hat{P}$  e  $\hat{Q}H\hat{Q}$  podem ser escritos como

$$\begin{aligned} \hat{P}H\hat{P} &= \hat{P} [H(\xi) + T(\mathbf{r}_0) + V(\mathbf{r}_0, \xi)] \hat{P} \\ &= |\phi_0\rangle\langle\phi_0| H(\xi) |\phi_0\rangle\langle\phi_0| + |\phi_0\rangle\langle\phi_0| T(\mathbf{r}_0) |\phi_0\rangle\langle\phi_0| + |\phi_0\rangle\langle\phi_0| V(\mathbf{r}_0, \xi) |\phi_0\rangle\langle\phi_0| \quad (2.71) \\ \hat{P}H\hat{P} &= |\phi_0\rangle [T + \langle\phi_0|V|\phi_0\rangle] |\phi_0\rangle, \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned} \hat{P}H\hat{Q} &= \hat{P} [H(\xi) + T(\mathbf{r}_0) + V(\mathbf{r}_0, \xi)] \hat{Q} \\ &= |\phi_0\rangle\langle\phi_0| H(\xi) \hat{Q} + |\phi_0\rangle\langle\phi_0| T(\mathbf{r}_0) \hat{Q} + |\phi_0\rangle\langle\phi_0| V(\mathbf{r}_0, \xi) \hat{Q} \quad (2.72) \\ \hat{P}H\hat{Q} &= |\phi_0\rangle\langle\phi_0| V(\mathbf{r}_0, \xi) \hat{Q}, \end{aligned}$$

de modo que, escrevendo a Eq. 2.69 em termos dos resultados encontrados acima, ela é dada por

$$\left( E - |\phi_0\rangle [T + \langle\phi_0|V|\phi_0\rangle] |\phi_0\rangle - |\phi_0\rangle\langle\phi_0| V \hat{Q} \frac{1}{(E - \hat{Q}H\hat{Q} + i\epsilon)} \hat{Q}H\hat{P} \right) \hat{P}\Psi = 0. \quad (2.73)$$

Projetando a equação acima no estado fundamental e utilizando a Eq. 2.64, obtemos

$$\left[ E - T - \langle\phi_0|V|\phi_0\rangle - \left( \langle\phi_0| V \hat{Q} \frac{1}{(E - \hat{Q}H\hat{Q} + i\epsilon)} \hat{Q}V |\phi_0\rangle \right) \right] u_0(r_0) = 0, \quad (2.74)$$

no qual definimos o potencial óptico como sendo

$$\mathcal{V}(r_0) = \langle\phi_0|V|\phi_0\rangle + \left( \langle\phi_0| V \hat{Q} \frac{1}{(E - \hat{Q}H\hat{Q} + i\epsilon)} \hat{Q}V |\phi_0\rangle \right). \quad (2.75)$$

O primeiro termo desta equação é chamado potencial *bare*, podendo ser independente da energia ou depender muito suavemente, que é não local e depende tanto das coordenadas intrínsecas do núcleo quanto das coordenadas relativas. O segundo termo é chamado potencial de polarização, que surge devido ao acoplamento do canal elástico com canais não-elásticos, em que, o termo entre o *braket* é dito propagador, responsável por propagar o estado fundamental através dos canais não-elásticos. O resultado da Eq. 2.75 é equivalente ao obtido na Eq. 2.4 e ambos os resultados podem ser obtidos também via solução

do problema de espalhamento em termos da função de Green [7], [11].

### 2.2.3 Potencial *double-folding*

Por muitos anos, em boa parte das aplicações, as partes real e imaginária do potencial óptico eram assumidas como tendo a forma do potencial de Woods-Saxon. Seu uso era comum porque, supunha-se que o mesmo deveria ter, aproximadamente, a mesma forma da distribuição da matéria nuclear que seria dada por

$$V_{W-s}(r) = \frac{-U_0}{1 + \exp\left\{\left(\frac{r-R}{a}\right)\right\}} + \frac{-W_0}{1 + \exp\left\{\left(\frac{r-\bar{R}}{\bar{a}}\right)\right\}}, \quad (2.76)$$

sendo este um potencial do tipo fenomenológico que possui três parâmetros ajustáveis para a parte real e três para a parte imaginária, sendo estes  $U_0, W_0, R, \bar{R}$  e  $a, \bar{a}$ , que são as profundidades do poço, os raios<sup>3</sup> e as difusividades. Todavia, a grande quantidade de parâmetros ajustáveis poderia causar ambiguidades no momento de descrever os dados experimentais para o espalhamento elástico [11].

Na busca por soluções para resolver os problemas relacionados à ambiguidade, foram propostos modelos que levam em conta as densidades dos núcleos envolvidos no processo de colisão. Neste cenário, potenciais do tipo *folding* e *double-folding*<sup>4</sup> ganharam protagonismo pois, além de levar em conta estas densidades, também leva-se em conta a interação núcleon-núcleon, efeitos de não localidade devido à natureza fermiônica dos núcleons e possui poucos parâmetros ajustáveis. Este potencial pode ser escrito como

$$U(\mathbf{r}) = \int d\mathbf{r}_1 \int d\mathbf{r}_2 \rho_1(\mathbf{r}_1) \rho_2(\mathbf{r}_2) v_{NN}(v, \mathbf{r}_{12}), \quad (2.77)$$

onde  $\mathbf{r}_{12}$  é o vetor posição entre um núcleon do projétil com um núcleon do alvo,  $\mathbf{r}_1$  e  $\mathbf{r}_2$  são, respectivamente, as coordenadas intrínsecas do projétil e do alvo e  $\rho_1(\mathbf{r}_1)$  e  $\rho_2(\mathbf{r}_2)$  são as densidades de matéria do projétil e alvo, respectivamente. Na aproximação *zero-range*, a interação  $v(\mathbf{r}_{12})$  assume a forma de uma delta de Dirac, de modo que

$$U(\mathbf{r}) = \int d\mathbf{r}_1 \int d\mathbf{r}_2 \rho_1(\mathbf{r}_1) \rho_2(\mathbf{r}_2) V_0 \delta(\mathbf{r}_{12}), \quad (2.78)$$

que é uma equação de difícil resolução visto que envolve uma integral de seis dimensões. Porém, se fizermos uma transformada de Fourier, as Eq. 2.77 e Eq. 2.78 são reduzidas

<sup>3</sup>Estes raios satisfazem a seguinte relação  $R = r_0 \left( A_P^{1/3} + A_T^{1/3} \right)$ , onde P e T se referem ao projétil e ao alvo, respectivamente.

<sup>4</sup>A diferença entre eles é que o primeiro só é integrado sobre a densidade do alvo e o segundo sobre a densidade tanto do projétil quanto do alvo.

para uma integral de três dimensões no espaço dos momentos.

### 2.2.4 Potencial de São Paulo (SPP)

Com a finalidade de se construir o Potencial de São Paulo (SPP), assumimos que a interação não local é equivalente ao potencial *double-folding* e esta é descrita a partir de um potencial *bare*, que pode ser obtido a partir do tratamento microscópico da interação entre os núcleons [1], [12].

No entanto, todo potencial não local pode ser reescrito na forma de um potencial local equivalente, onde este agora passa a depender da energia de forma trivial, sendo capaz de reproduzir os mesmos resultados obtidos com o uso de um potencial não local. Esta dependência surge devido à não localidade de Pauli e a processos de troca entre núcleons, que podem ocorrer no núcleo. Ou seja, se trocarmos uma interação não local por uma local, o potencial é linear em primeira aproximação e tem uma correção que depende da energia [11].

É nesse contexto que o SPP está inserido, visto que ele é definido como um potencial do tipo *double-folding* local equivalente [13], dado por

$$V_{SPP}(\mathbf{r}, E) = V_F(\mathbf{r})e^{-v^2/c^2}, \quad (2.79)$$

com  $V_F(\mathbf{r})$  dado pela Eq. 2.77 e o termo de não localidade é dado pelo termo exponencial, onde  $v$  é a velocidade do movimento relativo entre o projétil e o alvo. Para energias próximas da barreira, os efeitos de não localidade são negligenciáveis [14].

O SPP foi desenvolvido para descrever o potencial nuclear de uma maneira simples e global, através da forma *double-folding*, dependendo basicamente do número de núcleons que contém no núcleo e sem parâmetros livres, reduzindo as ambiguidades intrínsecas do potencial óptico. Existe uma sistemática para densidade de matéria dos núcleos envolvidos, usando para elas a forma bi-paramétrica de Fermi, baseado em cálculos de Dirac-Hartree-Bogolioubov (DHB) e dados experimentais de elétrons. Este também foi capaz de descrever muito bem os dados de espalhamento elástico e não-elástico para projéteis com energias incidentes abaixo da barreira e centenas de MeV acima dela [15].

## 2.3 Estrutura Nuclear

Pormenorizar as propriedades e características do núcleo, como frisado anteriormente, é uma tarefa complexa uma vez que trata-se de um sistema fortemente interagente e que possui muitos graus de liberdade. À vista disso, pretendendo descrever quantidades como energia de ligação, paridade, spin, entre outras, modelos sofisticados e efetivos foram desenvolvidos, por exemplo o modelo de camadas, dado que estas grandezas são fundamentais para obtenção dos *form factors*, que por sua vez são relevantes na construção das amplitudes espectroscópicas [16], [17].

### 2.3.1 Modelo de Camadas

No modelo de camadas os núcleons *single-particle* individuais são considerados se movendo em órbitas estacionárias e estão emparelhados de tal forma que os números quânticos que são relevantes na descrição do estado são determinados por um único núcleon, que está desemparelhado. Neste modelo, podemos empregar uma aproximação onde considera-se que os núcleons se movem de uma maneira independente, sobre a força de um potencial médio auto consistente, que é produzido pelas interações entre pares de núcleons do núcleo. A hamiltoniana que descreve este sistema é dada por

$$\mathcal{H} = \sum_{i=1}^A T_i + \sum_{i,j=1}^A \sum_{i<j} v(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j), \quad (2.80)$$

sendo  $A$  o número de núcleons que estão contidos no núcleo. Sem perda de generalidade, podemos somar e subtrair na Eq. 2.80 um potencial  $\sum_{i=1}^A v(\mathbf{r}_i)$ , que descreve o potencial gerado por cada núcleon, de modo que

$$\begin{aligned} \mathcal{H} &= \sum_{i=1}^A T_i + \sum_{i,j=1}^A \sum_{i<j} v(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) + \sum_{i=1}^A v(\mathbf{r}_i) - \sum_{i=1}^A v(\mathbf{r}_i) \\ &= \sum_{i=1}^A T_i + \sum_{i=1}^A v(\mathbf{r}_i) + \sum_{i,j=1}^A \sum_{i<j} v(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) - \sum_{i=1}^A v(\mathbf{r}_i) \\ \mathcal{H} &= H_{MF} + V_{RES}, \end{aligned} \quad (2.81)$$

onde o primeiro termo representa o movimento de um núcleon em um potencial, chamado de potencial de campo médio. Cada núcleon pode ser visto como se movendo em um campo externo criado pelos  $A - 1$  núcleons restantes. O segundo termo,  $V_{res}$  chamado de interação residual, é considerado muito menor que o primeiro e pode ser tratado como uma perturbação. O hamiltoniano de campo médio é capaz de reproduzir as características

estruturais do núcleo em questão [18].

No caso de termos partículas não interagentes, a função de onda associada a este sistema pode ser escrita como um produto de estados *single-particle*, onde

$$\begin{aligned}
 H_{MF}\Psi &= E\Psi \\
 \sum_{i=1}^A [T_i + v(\mathbf{r}_i)] \left( \prod_{i=1}^A \phi_i(\mathbf{r}) \right) &= E \left( \prod_{i=1}^A \phi_i(\mathbf{r}) \right) \\
 \sum_{i=1}^A h_i \left( \prod_{i=1}^A \phi_i(\mathbf{r}) \right) &= \sum_{i=1}^A \varepsilon_i \left( \prod_{i=1}^A \phi_i(\mathbf{r}) \right),
 \end{aligned} \tag{2.82}$$

que é a base do modelo de camadas. Esses estados não coincidem para prótons e nêutrons, devido à interação coulombiana, de modo que o poço de potencial dos prótons é, geralmente, menos profundo do que dos nêutrons. Desta forma, a função de onda total pode ser escrita como um produto dos estados *single-particle* dos prótons com os dos nêutrons, onde a não violação do princípio da exclusão de Pauli é garantida pelo determinante de Slater, que é responsável pela anti-simetrização.

Embora a Eq. 2.82 seja o resultado de uma simplificação do problema que é calcular propriedades da estrutura nuclear, quando estamos lidando com núcleos pesados, muitas configurações de estados *single-particle* são necessárias para descrever o núcleo de interesse, de modo que diagonalizar a hamiltoniana exige uma grande capacidade computacional. A fim de contornar esta dificuldade, considera-se um *core* inerte e que os núcleons de valência só podem mover-se entre as órbitas mais externas ativas e que possuem vacância.

Logo, os estados excitados são construídos a partir das transições de núcleons entre estas órbitas de valência [18]. Assim sendo, a Eq. 2.82 pode ser reescrita da seguinte forma

$$h\phi_i(\mathbf{r}) = \varepsilon_i\phi_i(\mathbf{r}), \tag{2.83}$$

com

$$h = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + v(\mathbf{r}), \tag{2.84}$$

para cada núcleon de valência. O potencial  $v(\mathbf{r})$  é aquele onde as partículas não interagentes estão submetidas, podendo ser representado por potenciais fenomenológicos do tipo oscilador harmônico ou Woods-Saxon. A utilização do oscilador como potencial de campo médio consegue descrever propriedades importantes como o número de *quanta*  $N$ , o momento angular orbital  $l$ , que pode variar de 0 até  $n$ , onde  $l = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$  correspondem, respectivamente, aos orbitais  $s, p, d, f, g, \dots$ , e o momento angular total



$j = l \pm 1/2$ , que pode variar de  $|l - 1/2| \leq j \leq l + 1/2$ .

Contudo, o uso deste potencial não foi capaz de prever os números mágicos mais altos, sendo necessária a introdução de um potencial mais realístico. Normalmente é escolhido o potencial de Woods-Saxon, e um termo que leva em conta o acoplamento entre o momento angular orbital e de spin. Por consequência, a Eq. 2.84 é escrita como

$$h = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + v_{WS}(\mathbf{r}) + v_{LS}(\mathbf{r}) + v_C, \quad (2.85)$$

onde a interação spin-orbital é dada por

$$v_{LS}(\mathbf{r}) = v_{LS}^0 \left( \frac{r_0}{\hbar} \right)^2 \frac{1}{\mathbf{r}} \left[ \frac{d}{dr} \frac{1}{1 + e^{(r-R)/a}} \right] \mathbf{L} \cdot \mathbf{S}. \quad (2.86)$$

Substituindo estes resultados na Eq. 2.82, escrevendo  $\mathbf{L} \cdot \mathbf{S} = 1/2 [\mathbf{J}^2 - \mathbf{L}^2 - \mathbf{S}^2]$ , podemos construir uma função de onda que seja auto-estados destes operadores. A função de onda *single-particle* pode ser expandida na base de auto-estados do momento angular, sendo dada por

$$\phi_i(\mathbf{r}) = u_{n_i l_i}(r) [Y_{l_i}(\theta, \phi) \otimes \chi_{1/2}]_{j_i m_i}, \quad (2.87)$$

onde a função radial  $u_{n_i l_i}(r)$  pode, por exemplo, ser expandida em termos dos polinômios de Laguerre (se o potencial utilizado for o do oscilador harmônico) e a parte angular em termos dos coeficientes de Clebsch-Gordon, de modo análogo à Eq. 2.50. A Eq. 2.87 utilizada junto com a Eq. 2.85 na Eq. 2.84, nos fornece uma expressão para calcular as energias dos estados *single-particle*, mostrado na Fig. 5.

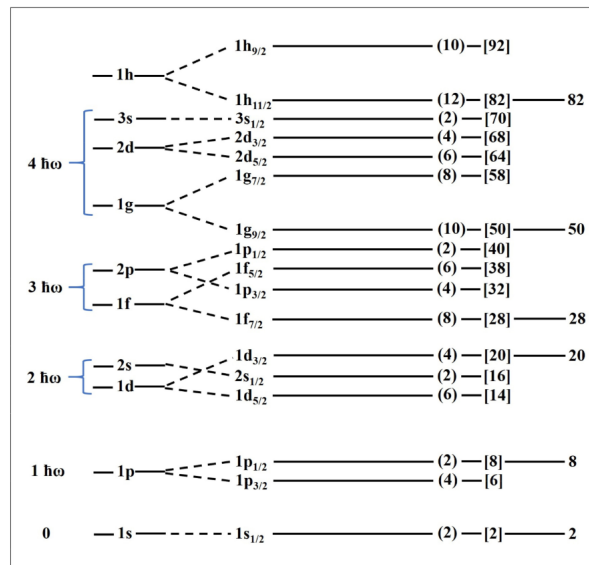


Figura 5: Níveis de energia dos estados *single-particle*. Retirado de [19].

Na Fig. 5, da esquerda para a direita, são fornecidos o número de *quanta* de energia da camada, os estados obtidos sem a utilização da interação spin-orbital, os estados obtidos com a inclusão da interação, os números de sub-estados em cada órbita, o número acumulativo de sub-estados e os números mágicos. Este modelo descreve bem as principais características, como momento angular e paridade, de núcleos no estado fundamental, e como valores de prótons e nêutrons próximos dos números mágicos. No caso de núcleos que estejam em estados excitados e que possuem número de prótons e nêutrons afastado dos números mágicos, modelos coletivos são geralmente mais apropriados para descrever características estruturais [20].

A Fig. 6, exibida abaixo, mostra a distribuição de núcleons para um núcleo de  $^{89}\text{Y}$ , segundo a distribuição de níveis do modelo de camadas a partir da Fig. 5<sup>5</sup>.

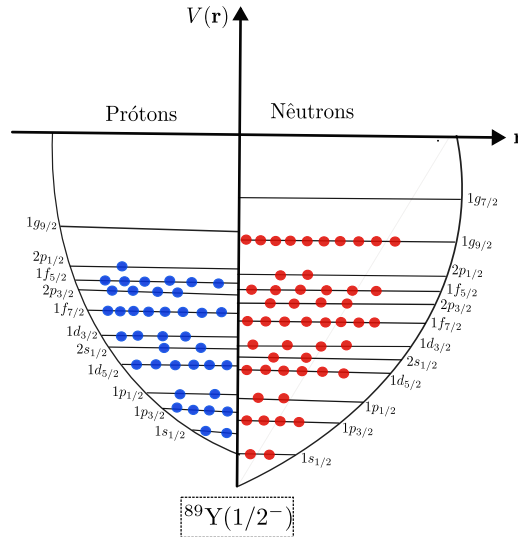


Figura 6: Distribuição de núcleons para o estado fundamental de um núcleo de  $^{89}\text{Y}$  à luz do modelo de camadas.

Entretanto, como mencionado anteriormente, para reduzir os custos computacionais, sempre podemos considerar o núcleo como sendo composto por um *core* inerte mais núcleons nas camadas de valência, como mostra a Fig. 7.

<sup>5</sup>A forma das curvas não representam a forma do potencial e isto vale para todas as figuras.

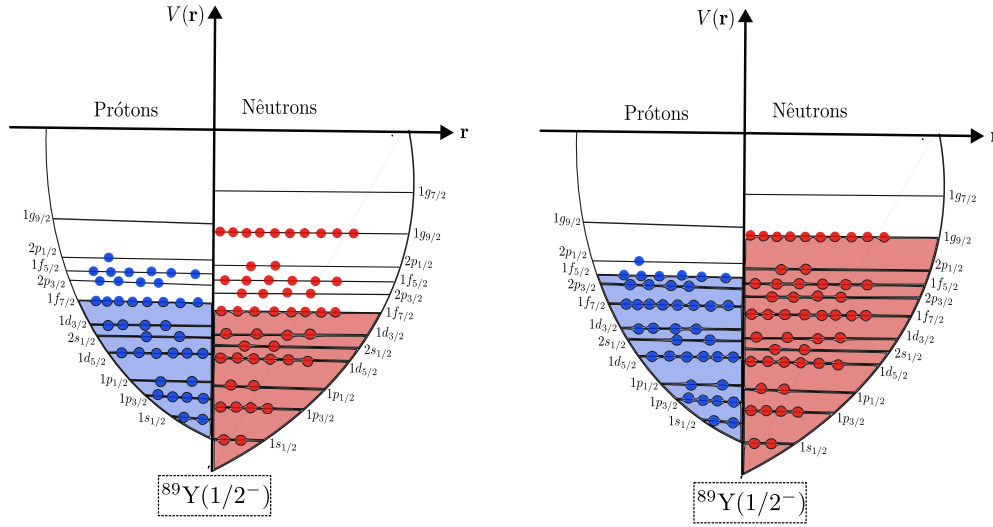


Figura 7: A primeira figura descreve a distribuição de núcleons nos orbitais para o modelo espacial *SN*, no qual o *core* é  $^{56}\text{Ni}$ , enquanto a segunda descreve o modelo espacial *SLGT*, que possui como *core* um  $^{88}\text{Sr}$ . Ambos modelos estão disponíveis para serem utilizados no NuShellX [21].

No primeiro caso, temos um *core* inerte de  $^{56}\text{Ni}$ , nas quais as órbitas  $2p_{3/2}$ ,  $1f_{5/2}$ ,  $2p_{1/2}$  e  $1g_{9/2}$  são consideradas órbitas ativas para os prótons e nêutrons. Esta configuração pode ser utilizada no NuShellX, sendo este modelo espacial *SN Model Space*, utilizado para calcular propriedades da estrutura nuclear relevantes na reação que estamos interessados [22]. No segundo caso estamos considerando um *core* inerte de  $^{88}\text{Sr}$ , de modo que têm-se um próton de valência e as órbitas ativas para este próton são as  $2p_{1/2}$  e a  $1g_{9/2}$ . Este modelo espacial no NuShellX é chamado de *SLGT Model Space* e pode ser utilizado para calcular as energias dos estados *single-particle* do  $^{89}\text{Y}$  [23].

## 2.4 Modelos de *Cluster*

Quando estamos interessados em descrever o mecanismo de reação de transferência precisamos analisar de forma separada os casos em que um ou mais núcleons são transferidos. O modelo de transferência de um *cluster* leva em conta que os núcleons estão sendo transferidos de forma direta, sendo semelhante ao caso de apenas um núcleon. Para o caso deste tipo de transferência, ao invés de utilizarmos as coordenadas internas de cada núcleon transferido, utilizamos as coordenadas do movimento relativo do centro de massa e o momento angular do *cluster*, em relação ao *core*. Assim, de forma análoga a o que é feito para um núcleon, podemos obter a função de onda que descreve o estado do *cluster*, para a partir dela escrevermos a função de onda do núcleo composto antes e depois da

transferência para obtenção dos fatores espectroscópicos.

A função de onda que descreve o *cluster*, composto por  $x$  núcleons, é proporcional a função de onda que descreve o movimento de um núcleon em um poço de potencial, ligado por uma quantidade equivalente a energia de separação do *cluster*. Contudo, para este caso, não é suficiente especificarmos a energia de ligação, o momento angular orbital  $l$  e o momento angular total  $j$  associados a esta função de onda. É necessário também especificar o número quântico principal  $N$ , sendo este obtido a partir do modelo de camadas.

Neste modelo, temos que o número de *quanta* de energia da camada é dado, de forma geral, por  $\mathcal{N} = 2(n - 1) + l$ , de modo que se utilizarmos que o número total de *quanta* é conservado quando as funções de onda de cada núcleon que compõe o *cluster* se transforma na função de onda intrínseca do *cluster*, mais uma função de onda relativa ao movimento do centro de massa, podemos obter uma regra de seleção que garante esta conservação, dada por

$$\sum_{i=1}^x 2(n_i - 1) + l_i = 2(N - 1) + L + 2(\xi - 1) + \lambda, \quad (2.88)$$

onde  $n_i$ ,  $l_i$ ,  $\xi$  e  $\lambda$  são, respectivamente, o número quântico principal, o momento angular orbital de cada núcleon que compõe o *cluster*, o número quântico principal, o momento angular orbital referente ao movimento do centro de massa, o número quântico principal e o momento angular orbital do *cluster* [7].

Para o caso em que temos a transferência de  ${}^3\text{He}$  para o  ${}^{89}\text{Y}$ , se considerarmos que 1 próton ocupa o orbital  $2p_{1/2}$ , outro se encontra no orbital  $1g_{9/2}$  e um nêutron ocupa o orbital  $1g_{7/2}$ , onde os números de *quanta* são respectivamente 3, 4 e 4, pela Fig. 7 temos que

$$\begin{aligned} \mathcal{N} &= 4 \times 1 + 3 \times 1 + 4 \times 1 \\ \mathcal{N} &= 11, \end{aligned} \quad (2.89)$$

de modo que a regra de conservação da Eq. 2.88 é dada por

$$11 = 2n + l, \quad (2.90)$$

implicando que  $l$  só pode ser ímpar.

### 2.4.1 Modelo de *Cluster* Extremo

Entretanto, se considerarmos que o movimento dos núcleons que compõem o *cluster* é nulo, só importando as coordenadas relativas deste com relação ao centro de massa

do *core*, como mostra a Fig. 8, e que a amplitude espectroscópica para os *overlaps* das funções de onda, tanto do projétil quanto do alvo, é igual a 1.0, então dizemos que este modelo é extremo.

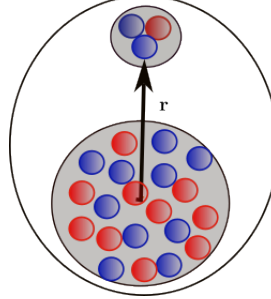


Figura 8: Representação esquemática do modelo de *cluster* extremo.

Este nome é devido ao modelo superestimar as seções de choque, uma vez que amplitude espectroscópica com este valor implicaria uma probabilidade de 100% de uma dada transição ocorrer e do *cluster* ocupar um determinado orbital. No caso em que temos um *cluster* formado por dois núcleons, dado que os núcleons transferidos possuem  $s = 1/2$ , a priori poderíamos ter o spin do *cluster* igual a  $S = 0$  ou  $S = 1$ . Contudo, neste modelo, considera-se que o spin é zero e os núcleons se encontram antiparalelos. No caso estudado neste trabalho, onde consideramos transferência de três núcleons como um *cluster*, o spin utilizado no FRESCO foi o do núcleo transferido quando este se encontra livre.

### 2.4.2 Modelo de *Cluster* Microscópico

No intuito de se fazer uma descrição mais realística do modelo de *cluster*, foi desenvolvido o modelo microscópico [24], onde as amplitudes espectroscópicas realísticas são agora necessárias para o cálculo dos *overlaps* das funções de onda, já que todas as possíveis combinações das configurações *single-particle* são consideradas.

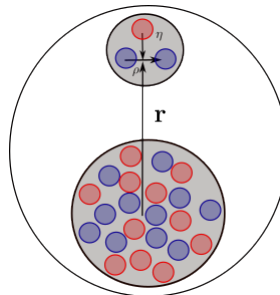


Figura 9: Representação esquemática do modelo de *cluster* microscópico.

Diferente do modelo extremo, uma outra coisa que se é levada em consideração no

modelo microscópico são as contribuições do momento relativo dos núcleons que compõem o *cluster* entre si, como mostra a Fig. 9. Estas amplitudes podem ser obtidas utilizando o código NuShellX [25], onde cálculos a partir de um modelo espacial e um potencial de interação são realizados para a obtenção das funções de onda dos estados *single-particle*. Estes estados são obtidos considerando que o sistema é formado por um *core* inerte e núcleons nas camadas de valência. Para este trabalho, devido à complexidade dos cálculos, este modelo não será considerado.

# 3 Análise da transferência de núcleons na reação $^{89}\text{Y}(^6\text{Li}, ^3\text{H})^{92}\text{Nb}$

Existe uma literatura vasta descrevendo, a partir da função de onda do estado fundamental, a estrutura do lítio-6 ( $^6\text{Li}$ ) como sendo composta por um *cluster* de partícula alfa ( $^4\text{He}$ ) mais um dêuteron ( $\text{d}$ ). Contudo, uma outra configuração para a estrutura do estado fundamental do  $^6\text{Li}$ , que não a usual, dada por um *cluster* de hélio-3 ( $^3\text{He}$ ) mais um trítio ( $^3\text{H}$ ) também é possível. Neste trabalho estamos interessados em estudar a estrutura do estado fundamental do  $^6\text{Li}$  como sendo composta pela última configuração citada e mensurar as seções de choque de transferências neste contexto.

Com este intuito, neste capítulo, estudaremos a transferência de um hélio-3 ( $^3\text{He}$ ) na reação  $^{89}\text{Y}(^6\text{Li}, ^3\text{H})^{92}\text{Nb}$ , onde o projétil tem energia igual a 34 MeV. O *Q-value* da reação é de 2.1208, a barreira possui uma altura de  $\simeq 16.16$  MeV e raio de  $\simeq 9.65$  fm, como mostra a Tab. 1. A descrição deste mecanismo será feita considerando que os núcleons foram transferidos diretamente, à luz do modelo de *cluster*, e de forma sequencial. Todas as reações estudadas neste trabalho foram do tipo *stripping*, uma vez que os núcleons estão sendo transferidos do projétil para o alvo. Além disso, todos os cálculos envolvendo CRC foram executados utilizando o código FRESCO [26], onde a representação *prior* e o formalismo *finite range* foram considerados [27]. Para estes cálculos, tanto o projétil quanto o ejetil foram considerados em seus estados fundamentais. Porém, foi considerado que o alvo e o núcleo residual poderiam ocupar estados excitados.

## 3.1 Transferência Direta

Neste tipo de mecanismo os núcleons são transferidos de forma simultânea podendo ser descrito pelo modelo de *cluster* ou pelo modelo de coordenadas independentes. Contudo, no caso aqui estudado, este último não está desenvolvido para transferência de três núcleons. Além disso, o cálculo teórico usando o modelo de *cluster* microscópico não será considerado neste trabalho devido à inabilidade para calcularmos as amplitudes espec-

troscópicas necessárias. Desta forma, neste trabalho será considerado apenas o modelo de *cluster* extremo, onde as amplitudes espectroscópicas utilizadas são iguais a 1.0 e o spin do cluster transferido é o spin do núcleo, neste capítulo o  ${}^3\text{He}$ , que é igual a  $1/2$ .

Tabela 1: Tabela com parâmetros relevantes na reação. Da esquerda para a direita temos a energia incidente, o raio, a curvatura e altura da barreira, *Q-value*, spin da partícula transferida e amplitude espectroscópica.

E(MeV)	$r_B(\text{fm})$	$\hbar\omega(\text{MeV})$	$V_B(\text{MeV})$	<i>Q-value</i> (MeV)	S	A
34.0	9.65	3.96	16.16	2.1208	1/2	1.0

No momento em que vamos realizar estes cálculos, com o auxílio do FRESCO, alguns elementos são essenciais como por exemplo o potencial óptico, os potenciais que serão utilizados para gerar os estados *single-particle*, as amplitudes espectroscópicas, o número de *quanta*, o momento angular orbital, de spin e total, entre outros. O potencial óptico utilizado na partição de entrada e de saída foi o potencial SPP. Na partição de entrada, consideramos o fator de forma que multiplica a parte imaginária sendo igual a 0.6,  $V(\mathbf{r}) \simeq (1 + 0.6i) V_{LE}^{SPP}(\mathbf{r})$ , visto que canais como o de *breakup*, já que o  ${}^6\text{Li}$  é um núcleo fracamente ligado, e de fusão não foram considerados explicitamente. Na partição de saída, o fator de forma considerado foi igual a 0.78,  $V(\mathbf{r}) \simeq (1 + 0.78i) V_{LE}^{SPP}(\mathbf{r})$ , uma vez que nenhum acoplamento foi considerado explicitamente neste canal [28].

A fim de construir as funções de onda dos estados do *cluster*, uma vez que os canais de transferência estão sendo considerados, utilizamos um potencial do tipo Woods-Saxon (W-S) com os parâmetros dados por  $V_0 = 60.0$  MeV,  $r = 1.20$  fm e  $a = 0.60$  fm, que são a profundidade, raio e difusividade, respectivamente. Estes parâmetros são ajustados de modo a descrever bem as energias de ligação dos núcleons de valência ao *core*. No cálculo foram considerados dois potenciais de W-S, um para acoplar o  ${}^3\text{He}$  ao  ${}^6\text{Li}$  e outro para acoplar o  ${}^3\text{He}$  ao  ${}^{89}\text{Y}$ , formando o núcleo residual  ${}^{92}\text{Nb}$ .

Foi possível obter uma representação para as funções de onda de alguns estados do *cluster*, bem como do produto pelo potencial de interação que liga-o ao *core*. Abaixo vemos as figuras com estas representações, que foram obtidas a partir do FRESCO.



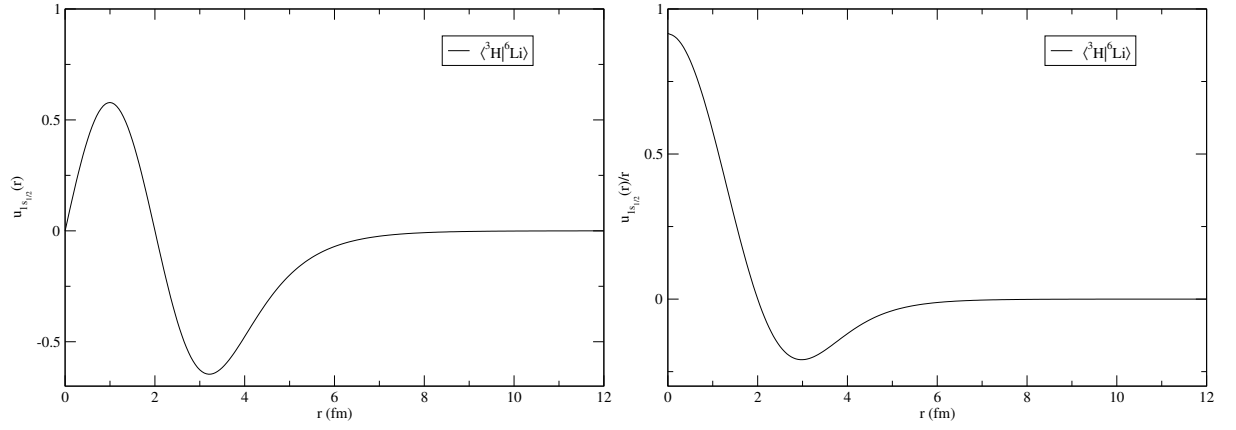


Figura 10: Função de onda  $1s_{1/2}$  do *cluster* e produto da função de onda pelo potencial de interação para o projétil e ejetil.

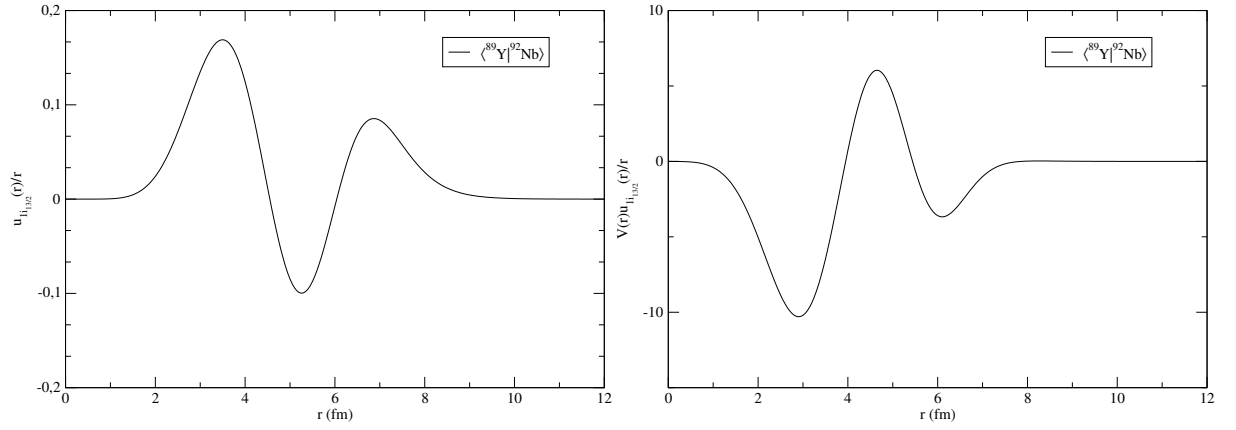


Figura 11: Função de onda  $1i_{13/2}$  do *cluster*, para o caso em que tanto o  $^{89}\text{Y}$  quanto o  $^{92}\text{Nb}$  se encontram no estado fundamental, e produto da função de onda pelo potencial de interação.

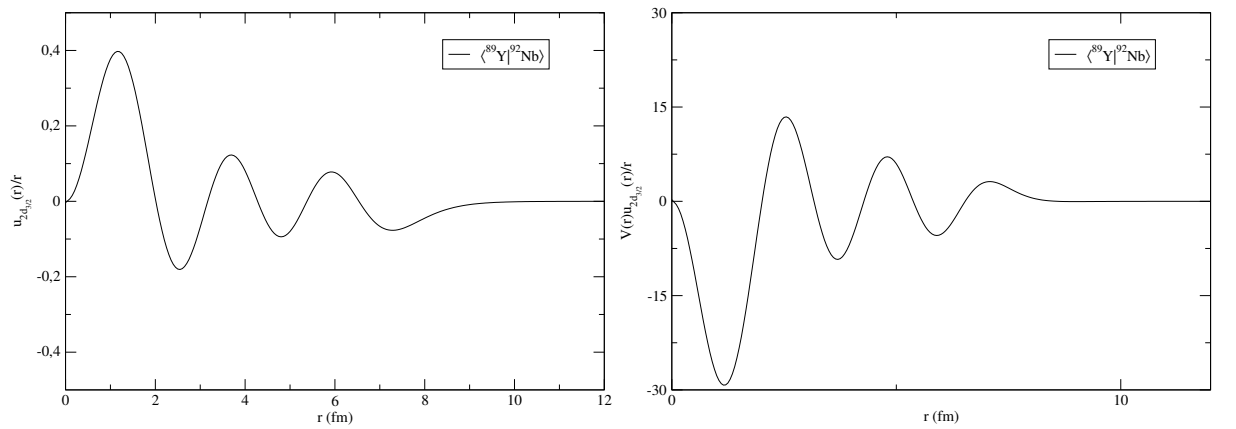


Figura 12: Função de onda  $2d_{3/2}$  do *cluster*, para o caso em que tanto o  $^{89}\text{Y}$  quanto o  $^{92}\text{Nb}$  se encontram em estados excitados e produto da função de onda pelo potencial de interação.

Vemos na Fig. 10 a representação da função de onda do *cluster* no estado  $1s_{1/2}$ , que representa o *overlap* dado por  $\langle {}^3H_{g.s.} | {}^6Li_{g.s.} \rangle$ . Na Fig. 11 temos a representação da função de onda do *cluster* no estado  $1i_{13/2}$ , sendo o *overlap* dado por  $\langle {}^{89}Y_{g.s.} | {}^{92}Nb_{g.s.} \rangle$ . A Fig. 12 representa a função de onda do *cluster* no estado  $2d_{3/2}$ , sendo o *overlap* dado por  $\langle {}^{89}Y_{(9/2)+} | {}^{92}Nb_{(6.0)+} \rangle$ . Ao lado de cada função de onda temos os gráficos que representam o produto da função de onda pelo potencial de interação. Para o caso da Fig. 10, a profundidade utilizada para o potencial de Woods-Saxon (60 MeV) não foi suficiente, de modo que o FRESKO fez um ajuste para conseguir reproduzir a energia de ligação, por isto, é possível notar valores grandes.

Com a finalidade de obtermos o número de *quanta* e o momento angular orbital, utilizamos os níveis de energia dos estados *single-particle*, obtidos a partir do modelo de camadas, mostrado na Fig. 5. Se analisarmos a Fig. 7, que representa a distribuição de núcleons do  ${}^{89}\text{Y}$ , vemos que na transferência de  ${}^3\text{He}$  podemos ter um nêutron sendo transferido para o orbital  $1g_{7/2}$  e para os dois prótons temos duas possibilidades.

Se considerarmos que os dois prótons podem ser transferidos de forma emparelhada para a camada  $1g_{9/2}$ , deixando um buraco na camada  $2p_{1/2}$ , então o número de *quanta* ( $N$ ) é par, implicando que o momento transferido,  $l$ , também é par. Entretanto, podemos considerar que um próton foi transferido para o orbital  $2p_{1/2}$  e outro para  $1g_{9/2}$ , sendo  $N$  e  $l$  ímpares. As reações de transferência são extremamente seletivas com relação ao momento angular orbital e spin, de modo que se  $N$  é par, só podemos ter transferência entre estados que vão manter a paridade. Assim, nos nossos cálculos consideraremos valores de  $l$  par e ímpar, sendo possível transferência entre estados com paridades diferentes, como mostrado na Fig. 13.

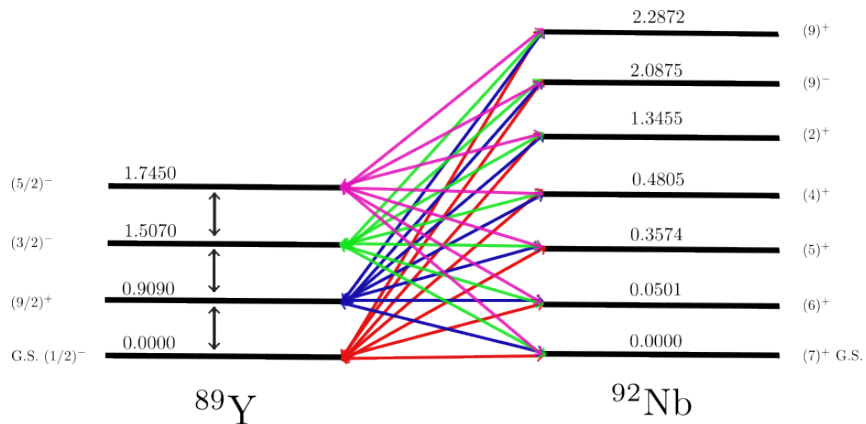


Figura 13: Acoplamentos entre os estados do  ${}^{89}\text{Y}$  com os estados do  ${}^{92}\text{Nb}$ . Os estados do núcleo residual foram sugeridos com base em medidas experimentais. Como os cálculos feitos foram de CRC, as setas apontam nas duas direções.

Num primeiro momento, os cálculos foram realizados empregando os valores de -8.0 fm para o CUTR e 6.0 fm para o CUTC. O parâmetro CUTC está associado aos acoplamentos com os canais de transferência que são considerados no cálculo, de modo que, quanto mais próximo de zero for este valor, mais contribuições serão consideradas. O CUTR está associado ao ponto de retorno clássico da barreira coulombiana. Ou seja, o programa adentra a barreira na distância considerada para fazer acoplamentos nesta região. Contudo, estes valores utilizados apresentaram algumas inconsistências para os nossos cálculos, sendo necessários alguns testes para chegar em valores fisicamente razoáveis. Abaixo, a Tab. 2 mostra os resultados obtidos para as seções de choque de transferência integradas, na reação analisada, para os estados do  $^{92}\text{Nb}$  considerados.

$ S ^2$	CUTR	CUTC	$J_{\max}$	0.0	0.0501	0.3574	0.4805	$R_M$
0.9644	-0.5	0.0	64	15.0281	12.5437	9.5268	12.5437	25
1.0000	-3.5	1.0	71	5.6809	8.1832	7.9171	7.8008	25
0.9999	-2.5	3.0	69	6.1599	8.6909	8.2017	8.1125	25
0.9987	-1.5	2.0	66	8.5535	10.5508	8.6491	9.1442	25
—	-8.0	6.0	80	5.5900	8.0145	7.8823	7.7586	25
0.9482	-0.5	0.0	78	12.1143	15.0316	9.5258	12.5468	30
0.9294	-0.5	0.0	108	12.1180	15.0346	9.5293	12.5495	40
0.8219	-0.5	0.0	137	12.1192	15.0251	9.5291	12.5501	50
0.9999	-3.5	0.0	115	5.6839	8.1863	7.9190	7.8039	40
1.0000	-5.0	0.0	118	5.6107	8.0594	7.9131	7.7949	40
$ S ^2$	CUTR	CUTC	$J_{\max}$	1.3455	2.0875	2.2872	$R_M$	
0.9644	-0.5	0.0	64	5.3740	13.4717	9.3425	25	
1.0000	-3.5	1.0	71	5.2531	7.4883	4.3875	25	
0.9999	-2.5	3.0	69	5.2710	8.9331	5.1427	25	
0.9987	-1.5	2.0	66	5.5614	12.4192	7.6605	25	
—	-8.0	6.0	80	5.2357	7.1133	4.2058	25	
0.9482	-0.5	0.0	78	5.3744	13.4766	9.3476	30	
0.9294	-0.5	0.0	108	5.3744	13.4817	9.3531	40	
0.8219	-0.5	0.0	137	5.3742	13.4831	9.3554	50	
0.9999	-3.5	0.0	115	5.2534	7.4931	4.3917	40	
1.0000	-5.0	0.0	118	5.2533	7.2290	4.2783	40	

Tabela 2: Resultados obtidos para os testes feitos variando os parâmetros CUTR, CUTC e  $R_M$  do FRESKO, ambos são da ordem de fm.

Da esquerda para a direita temos o módulo quadrado da matriz de espalhamento, o CUTR, o CUTC, o valor máximo de  $J$ , as seções de choque de transferência integradas, na partição de saída, representadas pela energia do estado em MeV, e o raio de *matching*. É importante frisar que a variação destes parâmetros não deveria produzir mudanças significativas na seção de choque. Os critérios utilizados para a escolha dos valores destes, foram: a matriz  $S$  ter módulo igual a 1.0 para o valor máximo de  $J_{MAX}$  considerado. Além disso, seria fisicamente razoável escolher o menor valor de CUTC que conseguisse reproduzir os critérios anteriores. Desta forma, usando  $CUTC = 0.0$  fm,  $CUTR = -5.0$  fm e  $R_M = 40$  fm, avançamos com os cálculos para obtenção das seções de choque.

Para isto, consideraremos primeiro o caso em que só há acoplamentos do estado fundamental do  $^{89}\text{Y}$  com estados excitados do  $^{92}\text{Nb}$ , como mostrado na Fig. 14. Neste caso, o fator de forma que multiplica a parte imaginária do potencial São Paulo considerado foi igual a 0.78, visto que não consideramos explicitamente acoplamentos com outros canais nesta partição.

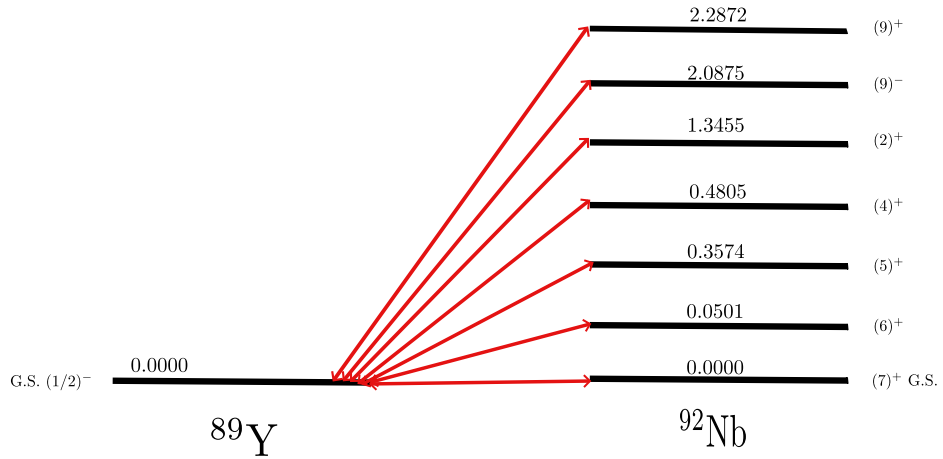


Figura 14: Acoplamentos entre o estado fundamental ( $1/2^-$ ) do  $^{89}\text{Y}$  com os estados do  $^{92}\text{Nb}$ .

Os resultados obtidos para estes cálculos são mostrados na Tab. 3, onde os estados estão escritos em ordem crescente de energia.

Tabela 3: Seções de choque integrada de transferência obtidas quando são considerados acoplamentos apenas entre o estado fundamental do  $^{89}\text{Y}$  com os estados do  $^{92}\text{Nb}$ .

$E(\text{MeV})/J^\pi$	$0.0/(7)^+$	$0.0501/(6)^+$	$0.3574/(5)^+$	$0.4805/(4)^+$
$\sigma(\text{mb})$	6.6958	9.4182	8.4121	9.2288
$E(\text{MeV})/J^\pi$	$1.3455/(2)^+$	$2.0875/(9)^-$	$2.2872/(9)^+$	—
$\sigma(\text{mb})$	6.0221	9.4568	5.1869	—

Com base na tabela acima, vemos que as seções de choque não são desprezíveis, sendo a configuração do estado fundamental do  ${}^6\text{Li}$  composta por  ${}^3\text{H} + {}^3\text{He}$  provável.

Na sequência realizamos cálculos em que foi levado em conta, que agora podem haver acoplamentos entre o estado fundamental e o primeiro estado excitado do  ${}^{89}\text{Y}$  com os estados do  ${}^{92}\text{Nb}$ , conforme mostra a Fig. 15.

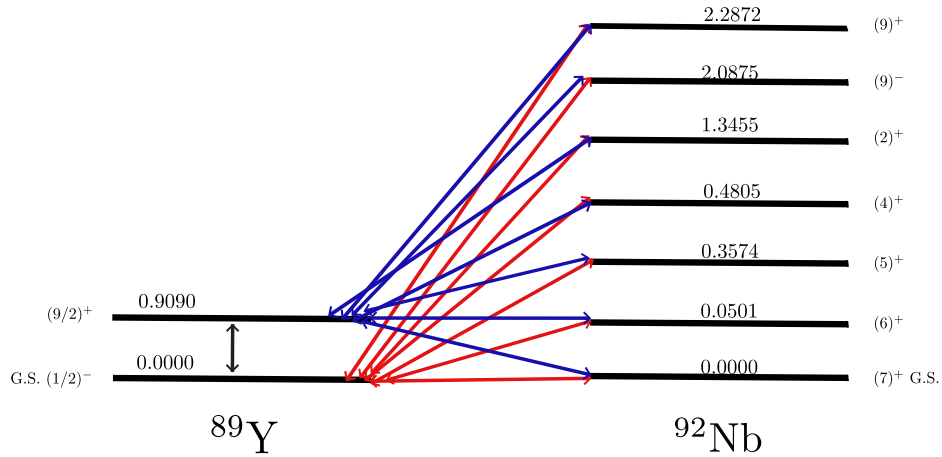


Figura 15: Acoplamentos entre o estado fundamental ( $1/2^-$ ) e o primeiro estado excitado ( $9/2^+$ ) do  ${}^{89}\text{Y}$  com os estados do  ${}^{92}\text{Nb}$ .

Foram realizados cálculos similares aos anteriores para obtenção das seções de choque. Estes, são mostrados na Tab. 4.

Tabela 4: Seções de choque integrada de transferência obtidas quando são considerados acoplamentos apenas entre o estado fundamental e o primeiro estado excitado do  ${}^{89}\text{Y}$  com os estados do  ${}^{92}\text{Nb}$ .

$E(\text{MeV})/\mathbf{J}^\pi$	$0.0/(7)^+$	$0.0501/(6)^+$	$0.3574/(5)^+$	$0.4805/(4)^+$
$\sigma(\text{mb})$	8.1760	11.6510	9.9940	10.7910
$E(\text{MeV})/\mathbf{J}^\pi$	$1.3455/(2)^+$	$2.0875/(9)^-$	$2.2872/(9)^+$	—
$\sigma(\text{mb})$	7.0180	11.4950	6.6559	—

Comparando ambos resultados nota-se que, ao introduzirmos o primeiro estado excitado do  ${}^{89}\text{Y}$ , há um aumento na seção de choque integrada de até 2 mb para alguns estados, como pode ser visto na Tab. 4. Isto ocorre pois, o estado introduzido possui a mesma paridade da maioria dos estados considerados do  ${}^{92}\text{Nb}$ , como mostra a Fig. 15, de modo que devido a conservação de paridade, é mais provável que ocorra transferência entre estados com mesma paridade. Além disso, a redução do coeficiente da parte imaginária do potencial SPP, implica em uma redução de absorção do fluxo no canal de entrada, que

pode ocasionar um aumento na seção de choque de transferência.

Levando em conta todos os acoplamentos, como mostra a Fig. 13, obtivemos a seção de choque integrada mostrada na Tab. 5. À medida que mais acoplamentos vão sendo considerados, há uma diminuição na seção de choque de transferência de  ${}^3\text{He}$  na reação estudada. Isto ocorre pois, uma vez que o  ${}^{89}\text{Y}$  é um núcleo que exibe pouca coletividade, à adição de acoplamentos implica em uma redistribuição do fluxo entre os estados que estão sendo considerados, ocasionando em uma diminuição da seção de choque.

Tabela 5: Seções de choque integradas de transferência obtidas para a transferência de  ${}^3\text{He}$ , quando todos os acoplamentos são considerados.

E(MeV)/ $\mathbf{J}^\pi$	0.0/(7) <sup>+</sup>	0.0501/(6) <sup>+</sup>	0.3574/(5) <sup>+</sup>	0.4805/(4) <sup>+</sup>
$\sigma(\text{mb})$	5.6107	8.0594	7.9131	7.4949
E(MeV)/ $\mathbf{J}^\pi$	1.3455/(2) <sup>+</sup>	2.0875/(9) <sup>-</sup>	2.2872/(9) <sup>+</sup>	—
$\sigma(\text{mb})$	5.2533	7.2290	4.2783	—

A partir dos cálculos realizados, foi possível plotar um gráfico da distribuição angular da seção de choque de transferência  $7^+$  do  ${}^{92}\text{Nb}$ , considerando os três casos aqui analisados. O resultado obtido pode ser visto na Fig. 16.

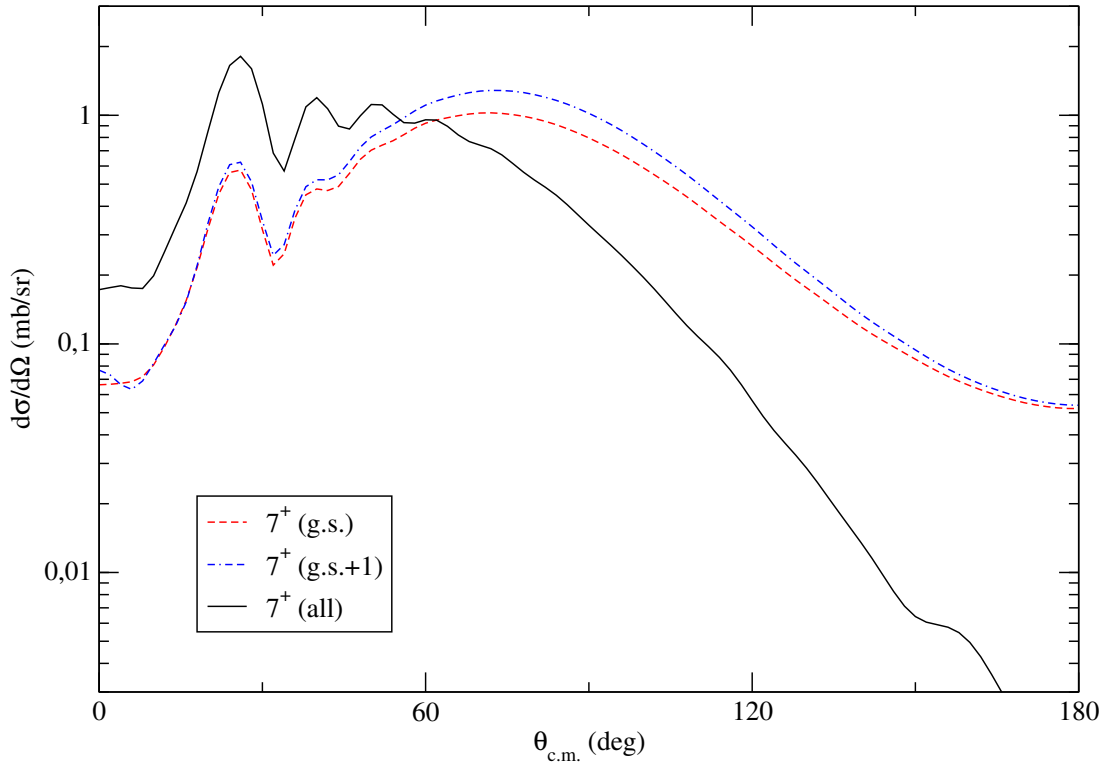


Figura 16: Distribuição angular para a seção de choque de transferência entre o estado  $1/2^-$  do  ${}^{89}\text{Y}$  e o estado  $7^+$  do  ${}^{92}\text{Nb}$ .

Vemos que para valores pequenos de  $\theta$ , o parâmetro de impacto  $b$  é grande e isto implica em uma interação menor, sendo o espalhamento elástico o mecanismo mais provável. À medida que  $\theta$  aumenta, na região de oscilação, temos interferência entre os potenciais coulombiano e nuclear. Se o projétil adentra muito na região de interação, outros processos que podem ser mais importantes ocorrem, de modo que a seção de choque de transferência diminui. Estes tipos de processos ocorrem para valores de  $\theta$  grandes, cujo parâmetro de impacto é pequeno. Outra característica desta distribuição angular é o formato de *bell shape*, na região do ângulo de *grazing*, que é uma marca quando há transferência de núcleons em que o alvo é pesado [4], [29] e referências citadas nestes.

Ademais, variou-se a energia do projétil, numa faixa de 32 à 36 MeV, para mensurarmos como a seção de choque integrada se comporta. Os efeitos do aumento da energia na seção de choque podem ser visto na Fig. 17.

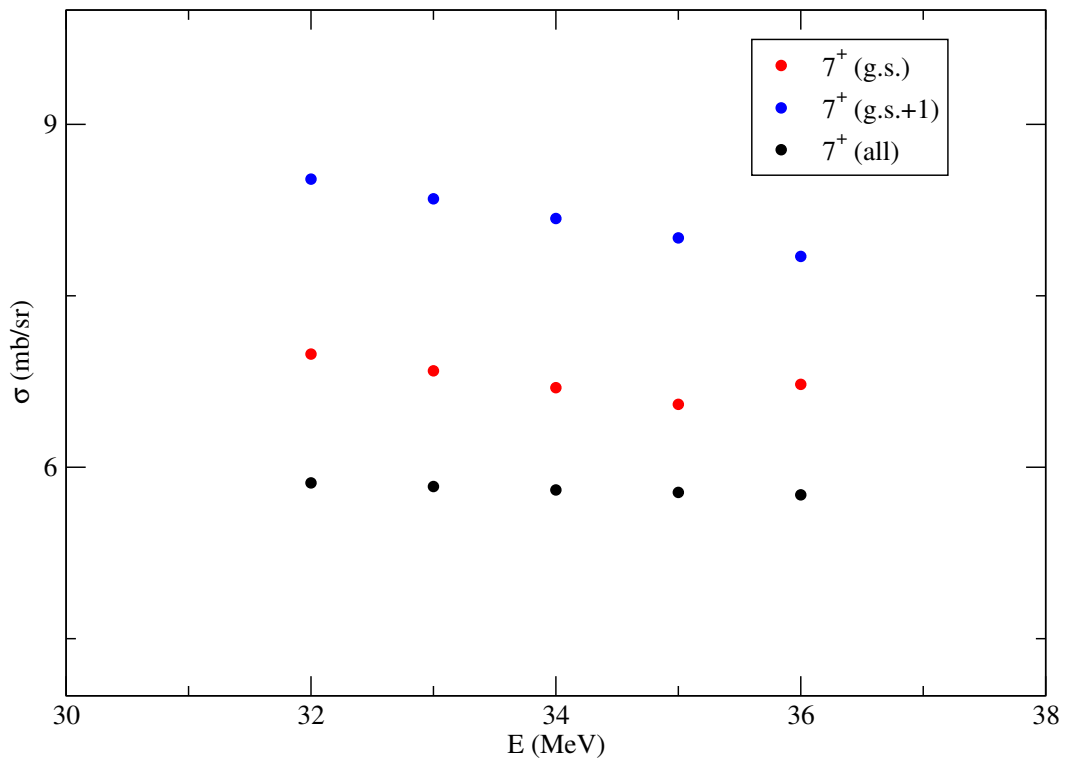


Figura 17: Variação da seção de choque integrada com o aumento da energia na transferência de  $^3\text{He}$ .

Conforme a energia aumenta observamos que a seção de choque integrada, do canal analisado, diminui. Se há uma diminuição nos canais considerados, há um aumento do fluxo de energia em algum outro canal. Contudo, nos nossos cálculos não foi possível verificar este aumento, pois provavelmente algum canal relevante não foi considerado explicitamente. No caso em que consideramos apenas o estado fundamental na partição de entrada, a

seção de choque integrada aumentou para a energia igual a 36 MeV, indicando que este canal pode ter voltado a se tornar relevante nesta região de energias.

Contrapondo os resultados mostrados nas Tab. 3 com os da Tab. 5, tem diferenças de até 2 mb. Nota-se também que os resultados obtidos para as seções de choque de transferência são relevantes, indicando que esta é uma componente de *cluster* significativa da função de onda do estado fundamental do  ${}^6\text{Li}$ . É importante destacar que estes resultados podem ter esta ordem de magnitude pois os valores utilizados para as amplitudes espectroscópicas foi igual a 1.0. Desta forma, é de nosso interesse calculá-las para, a partir delas, usar o resultado obtido no cálculo microscópico.

## 3.2 Transferência Sequencial

A transferência de núcleons via mecanismo sequencial pode acontecer em dois ou mais passos, passando por núcleos intermediários diferentes. Quando a transferência ocorre em dois passos, diz-se que este processo é de segunda ordem. Em três passos de terceira ordem, e assim sucessivamente. No caso da transferência de  ${}^3\text{He}$ , que é composto por dois prótons (2p) e um nêutron (1n), existem diferentes possibilidades de se transferir estes núcleons sequencialmente. Estas possibilidades são mostradas a seguir.

Tabela 6: Possibilidades da transferência sequencial de  ${}^3\text{He}$ . Os núcleos em vermelho indicam que estes são instáveis e possuem energias no contínuo.

1n 1p 1p	${}^6\text{Li} + {}^{89}\text{Y} \longrightarrow {}^5\text{Li} + {}^{90}\text{Y} \longrightarrow {}^4\text{He} + {}^{91}\text{Zr} \longrightarrow {}^3\text{H} + {}^{92}\text{Nb}$
1p 1p 1n	${}^6\text{Li} + {}^{89}\text{Y} \longrightarrow {}^5\text{He} + {}^{90}\text{Zr} \longrightarrow {}^4\text{H} + {}^{91}\text{Nb} \longrightarrow {}^3\text{H} + {}^{92}\text{Nb}$
1p 1n 1p	${}^6\text{Li} + {}^{89}\text{Y} \longrightarrow {}^5\text{H} + {}^{90}\text{Zr} \longrightarrow {}^4\text{He} + {}^{91}\text{Zr} \longrightarrow {}^3\text{H} + {}^{92}\text{Nb}$
1n 2p	${}^6\text{Li} + {}^{89}\text{Y} \longrightarrow {}^5\text{Li} + {}^{90}\text{Y} \longrightarrow {}^3\text{H} + {}^{92}\text{Nb}$
2p 1n	${}^6\text{Li} + {}^{89}\text{Y} \longrightarrow {}^4\text{H} + {}^{91}\text{Nb} \longrightarrow {}^3\text{H} + {}^{92}\text{Nb}$
1p 1d	${}^6\text{Li} + {}^{89}\text{Y} \longrightarrow {}^5\text{He} + {}^{90}\text{Zr} \longrightarrow {}^3\text{H} + {}^{92}\text{Nb}$
1d 1p	${}^6\text{Li} + {}^{89}\text{Y} \longrightarrow {}^4\text{He} + {}^{91}\text{Zr} \longrightarrow {}^3\text{H} + {}^{92}\text{Nb}$

Contudo, existem alguns núcleos intermediários que são instáveis, possuindo energia de ligação negativa, como por exemplo o  ${}^5\text{Li}$ , que para calcularmos as seções de choque relativas a estas transferências, seria necessário utilizar o método de CDCC (*Continuum-Discretised Coupled Channels*) [30], que serão feitos a posteriori. Os núcleos mencionados anteriormente, estão sinalizados de vermelho na Tab. 6. Assim, será considerada apenas a transferência sequencial para o caso em que transfere-se primeiro um dêuteron ( $d$ ),



composto por um próton mais um nêutron, seguido de um próton.

À vista disso, na partição de entrada o potencial óptico considerado foi SPP, com a parte imaginária multiplicada por um fator 0.60, visto que foram considerados explicitamente acoplamentos nesta partição. Na partição intermediária e de saída, também foi utilizado como potencial óptico do SPP, porém a parte imaginária foi multiplicada por um fator 0.78, dado que não foram considerados explicitamente acoplamentos nestas partições. O  $Q$ -value desta reação na partição intermediária é igual a 11.8464, sendo um mecanismo do tipo exotérmico.

Para construir as funções de onda dos estados *single-particle*, de forma análoga à transferência direta, foram utilizados potenciais do tipo W-S, com os parâmetros de profundidade, raio e difusividade dados respectivamente por  $V_0 = 60.0$  MeV,  $r = 1.25$  fm e  $a = 0.60$  fm. Nos cálculos, quatro potenciais deste tipo foram considerados; um para acoplar o  $^3\text{He}$  ao  $^6\text{Li}$ , um para acoplar o dêuteron ( $d$ ) ao *core* de  $^{89}\text{Y}$ , um para acoplar um próton ao *core* de  $^4\text{He}$  e outro para acoplar o próton ao  $^{91}\text{Zr}$ . O número de *quanta* e o momento angular orbital foram obtidos a partir dos níveis de energia do modelo de camadas mostrado na Fig. 5, sendo as regras de seleção de Brink [2] utilizadas a fim de se otimizar os cálculos.

Levando em consideração as regras de soma de momento angular e conservação de paridade, os acoplamentos considerados para calcular as seções de choque são mostrados na Fig. 18.

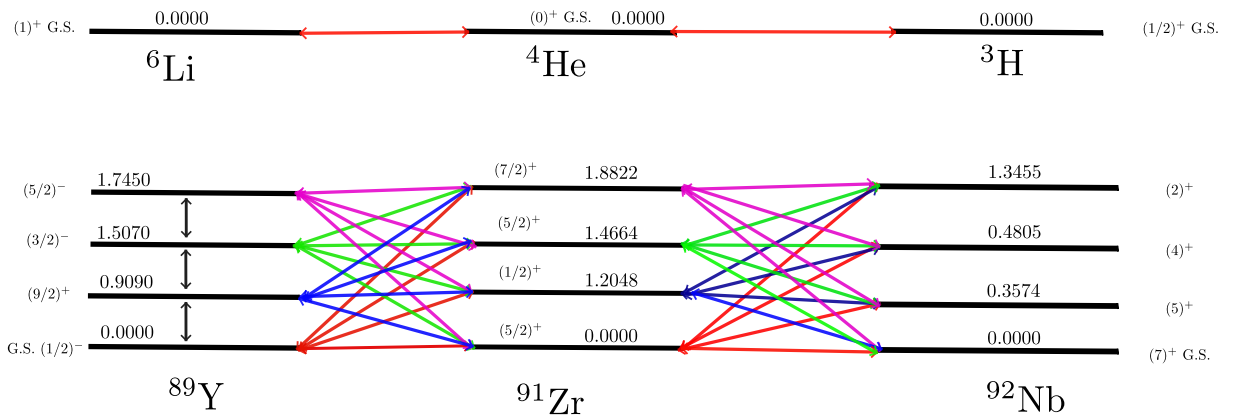


Figura 18: Acoplamentos entre os estados para a transferência sequencial de  $^3\text{He}$ , considerando que transfere-se primeiro um dêuteron seguido de um próton.

Os resultados dos cálculos realizados podem ser visto na Tab. 7, onde as duas primeiras linhas dizem respeito às energias, valores do momento angular de *spin*, e seções de choque de transferência integradas na transferência do dêuteron, da partição de entrada para a

intermediária. As linhas seguintes são referentes às seções de choque de transferência do próton, partição intermediária para a final.

Tabela 7: Seções de choque integradas de transferência obtidas para a transferência sequencial de  $^3\text{He}$ , considerando que transfere-se primeiro um dêuteron seguido de um próton.

$^4\text{He} + ^{91}\text{Zr}: E(\text{MeV})/\mathbf{J}^\pi$	$0.0/(5/2)^+$	$1.2048/(1/2)^+$	$1.4664/(5/2)^+$	$1.8822/(7/2)^+$
$\sigma(\text{mb})$	3.786E-12	1.805E-11	3.459E-11	5.508E-11
$^3\text{H} + ^{92}\text{Nb}: E(\text{MeV})/\mathbf{J}^\pi$	$0.0/(7)^+$	$0.3574(5)^+$	$0.4805/(4)^+$	$1.3455/(2)^+$
$\sigma(\text{mb})$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Analisando os resultados exibidos na Tab. 7, nota-se que as seções de choque de transferência via mecanismo sequencial são desprezíveis, uma vez que estes valores não são da ordem de  $mb$  sendo indistinguíveis de um possível ruído experimental, indicando que a probabilidade de transferência via canais sequenciais são muito baixas.

Verifica-se que para o caso da transferência do próton, as seções de choque são iguais a zero. Isto ocorre porque se considerarmos que um dêuteron foi formado e transferido, é mais provável que o próton esteja ligado com os outros núcleons, formando um *cluster* de  $^4\text{He}$ . Neste caso, a componente de *cluster* significativa da função de onda do estado fundamental do  $^6\text{Li}$  seria formada por um partícula alfa mais um dêuteron. Enfatizamos que estes cálculos ainda podem ser melhorados utilizando o método de CDCC para obter as seções de choque relativas às outras possibilidades de transferência sequencial.

## 4 Análise da transferência de núcleons na reação $^{89}\text{Y}(^6\text{Li}, ^3\text{He})^{92}\text{Zr}$

No capítulo anterior descrevemos e analisamos a transferência de  $^3\text{He}$  na reação  $^{89}\text{Y}(^6\text{Li}, ^3\text{H})^{92}\text{Nb}$ , a fim de mensurar a componente de *cluster* do estado fundamental do  $^6\text{Li}$  como sendo  $^3\text{H} + ^3\text{He}$ . Aqui, nos concentraremos em descrever e analisar como se dá a transferência de trítio na reação  $^{89}\text{Y}(^6\text{Li}, ^3\text{He})^{92}\text{Zr}$ , considerando os mecanismos de transferência direta e sequencial. Todo o tratamento e os cálculos teóricos foram realizados de forma análoga ao capítulo anterior, via formalismo de CRC, usando o FRESCO. Neste caso também foi considerado que tanto o projétil quanto o ejetil permanecem em seus estados fundamentais, diferentemente do alvo e do núcleo residual que podem ser encontrados em estados excitados.

### 4.1 Transferência Direta

A transferência de vários núcleos de forma simultânea pode ser feita considerando que estes compõem um *cluster*. A partir do modelo de *cluster* extremo podemos calcular teoricamente as seções de choque relativas à transferência. As amplitudes espectroscópicas utilizadas foram iguais a 1.0 e consideramos que o *spin* do *cluster* é igual ao do núcleo transferido, no caso o  $^3\text{H}$ . De forma similar ao capítulo 3, o potencial óptico utilizado foi o potencial de São Paulo, onde o fator de forma que multiplica a parte imaginária na partição de entrada é igual a 0.60 e na partição de saída igual a 0.78.

Além disso, o potencial de Woods-Saxon foi utilizado para construir as funções de onda dos estados *single-particle*, com  $V_0 = 60.0$  MeV,  $r = 1.25$  fm e  $a = 0.60$  fm. Estes parâmetros foram utilizados pois descrevem bem a energia de ligação de um  $^3\text{H}$  no  $^6\text{Li}$  e de um  $^3\text{He}$  em um *core* de  $^{89}\text{Y}$ . Para obtermos o número de *quanta* e momento angular orbital utilizamos o modelo de camadas considerando a ocupação dos núcleons nos orbitais, conforme mostram as figuras Fig. 5 e Fig. 6. Um núcleo de  $^3\text{H}$  é composto por dois nêutrons e um prótons, que ao serem transferidos para o  $^{89}\text{Y}$  podem ocupar, segundo a

Fig. 6, os orbitais  $1g_{7/2}$ , para os dois nêutrons, e  $2p_{1/2}$  para o próton. Desta forma,  $N$  é ímpar, implicando que  $l$  também é ímpar, de modo que só podem haver acoplamentos entre estados com diferentes paridades. Contudo, se considerarmos que o próton pode ser transferido para a camada  $1g_{7/2}$ , ou seja, há excitação,  $N$  e  $l$  são pares. Consideramos valores de  $l$  tanto par quanto ímpar, para realizar os cálculos aqui exibidos.

Analogamente, podemos obter as representações para as funções de onda que compõem alguns estados do *cluster* e seus *overlaps*, bem como o produto destas pelos potenciais de interação que liga o *cluster* aos *cores*.

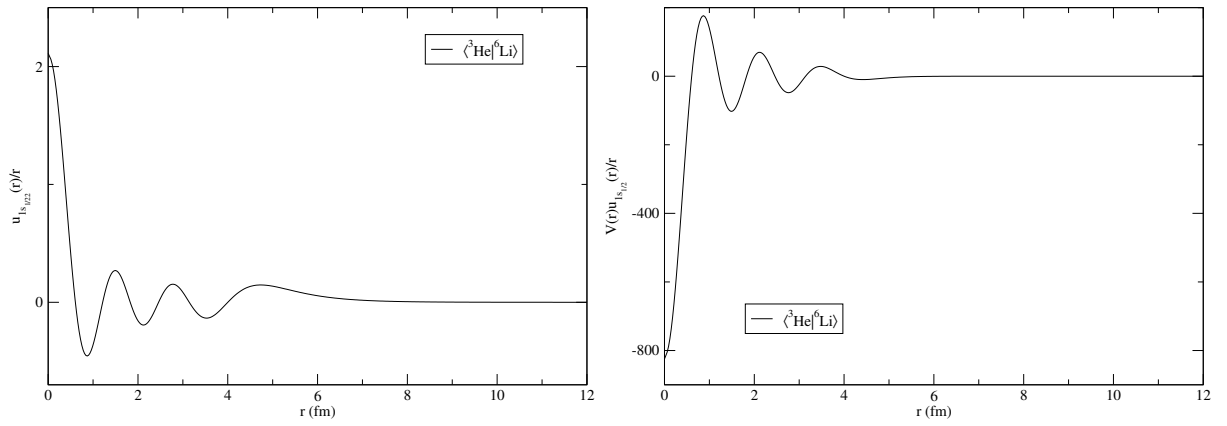


Figura 19: Função de onda  $1s_{1/2}$  do *cluster* e produto da função de onda pelo potencial de interação para o projétil e ejetil.

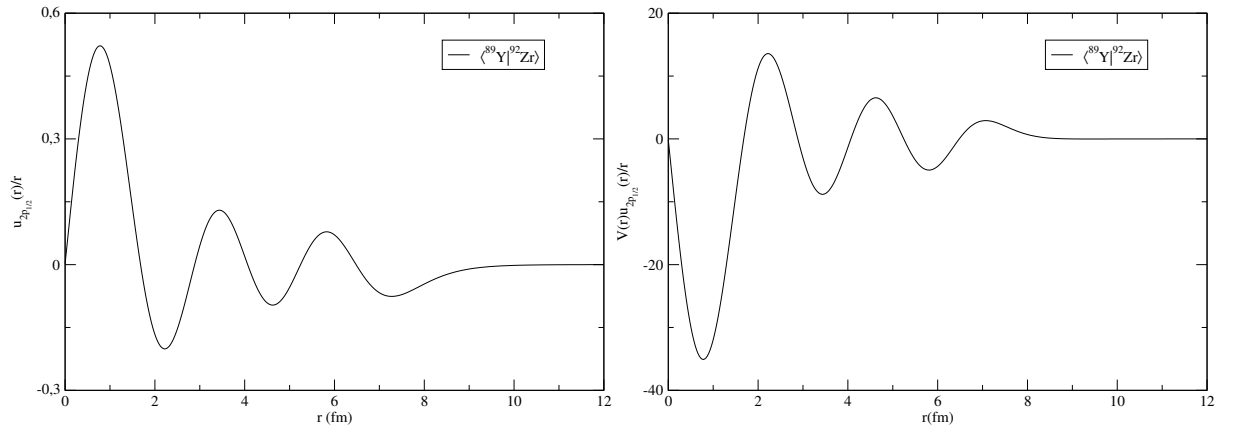


Figura 20: Função de onda  $2p_{1/2}$  do *cluster*, para o caso em que tanto o  $^{89}\text{Y}$  quanto o  $^{92}\text{Zr}$  se encontram no estado fundamental, e produto da função de onda pelo potencial de interação.

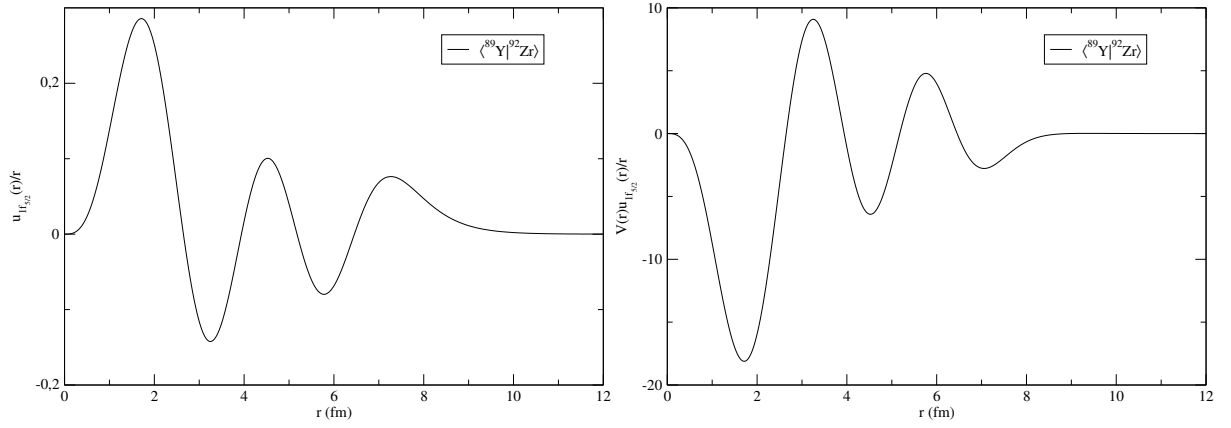


Figura 21: Função de onda  $1f_{5/2}$  do *cluster*, para o caso em que tanto o  ${}^{89}\text{Y}$  quanto o  ${}^{92}\text{Zr}$  se encontram em estados excitados e produto da função de onda pelo potencial de interação.

Vemos na Fig. 19 a representação da função de onda do *cluster* no estado  $1s_{1/2}$ , que representa o *overlap* dado por  $\langle {}^3H_{g.s.} | {}^6Li_{g.s.} \rangle$ . Na Fig. 20 temos a representação da função de onda do *cluster* no estado  $2p_{1/2}$ , sendo o *overlap* dado por  $\langle {}^{89}\text{Y}_{g.s.} | {}^{92}\text{Zr}_{g.s.} \rangle$ . A Fig. 21 representa a função de onda do *cluster* no estado  $1f_{5/2}$ , sendo o *overlap* dado por  $\langle {}^{89}\text{Y}_{(9/2)^+} | {}^{92}\text{Zr}_{(7.0)^-} \rangle$ . Ao lado de cada função de onda temos os gráficos que representam o produto da função de onda pelo potencial de interação.

Consideremos primeiro o caso em que só há acoplamento do estado fundamental do  ${}^{89}\text{Y}$  com estados excitados do  ${}^{92}\text{Zr}$ , como mostra a Fig. 22. Para este caso, visto que não foi considerado explicitamente acoplamentos na partição de entrada, a parte imaginária do potencial SPP foi multiplicada por um fator 0.78.

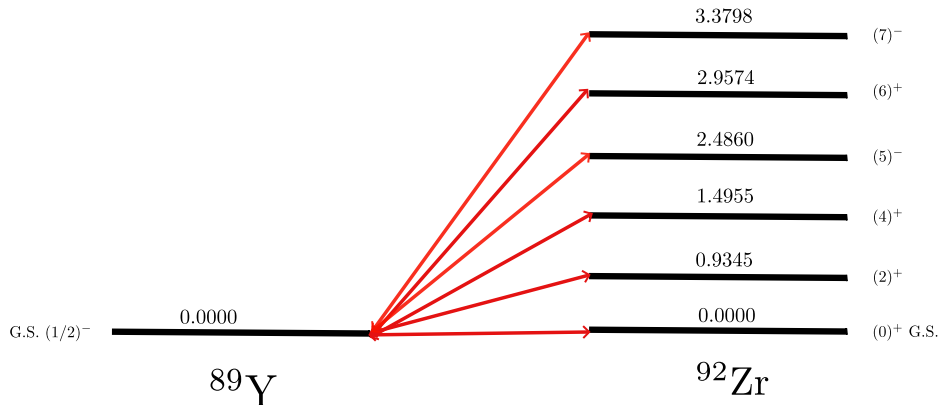


Figura 22: Acoplamentos entre o estado fundamental do  ${}^{89}\text{Y}$  com os estados do  ${}^{92}\text{Zr}$ . Os estados do núcleo residual foram sugeridos com base em medidas experimentais.

A partir dos resultados obtidos para estes cálculos, vemos na Tab. 8, que as seções de choque de transferência integradas não são desprezíveis.

Tabela 8: Seções de choque integradas de transferência obtidas quando são considerados acoplamentos apenas entre o estado fundamental do  $^{89}\text{Y}$  com os estados do  $^{92}\text{Zr}$ .

$E(\text{MeV})/\mathbf{J}^\pi$	$0.0/(0)^+$	$0.9345/(2)^+$	$1.4955/(4)^+$	$2.4860/(5)^-$
$\sigma(\text{mb})$	0.9744	4.5959	7.4655	7.4640
$E(\text{MeV})/\mathbf{J}^\pi$	$2.9374/(6)^+$	$3.3790/(7)^-$	—	—
$\sigma(\text{mb})$	9.2002	6.1792	—	—

Agora, consideraremos que além de acoplamentos do estado fundamental com estados do  $^{92}\text{Zr}$ , temos também acoplamentos do primeiro estado excitado do  $^{89}\text{Y}$ , como mostra a Fig. 23.

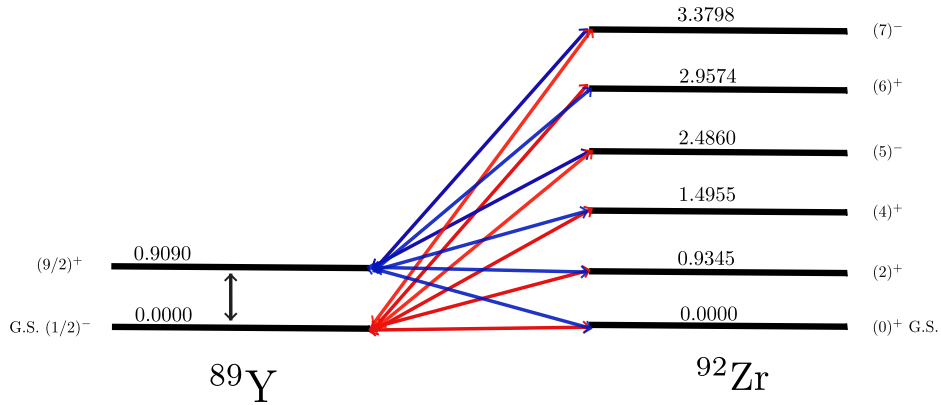


Figura 23: Acoplamentos entre o estado fundamental ( $1/2^-$ ) e primeiro estado excitado ( $9/2^+$ ) do  $^{89}\text{Y}$  com alguns estados experimentais do  $^{92}\text{Zr}$ .

Assim, verificamos que as seções de choque aumentam, conforme mostra a Tab. 9.

Tabela 9: Seções de choque integradas de transferência obtidas quando são considerados acoplamentos apenas entre o estado fundamental e o primeiro estado excitado do  $^{89}\text{Y}$  com os estados do  $^{92}\text{Zr}$ .

$E(\text{MeV})/\mathbf{J}^\pi$	$0.0/(0)^+$	$0.9345/(2)^+$	$1.4955/(4)^+$	$2.4860/(5)^-$
$\sigma(\text{mb})$	1.1313	5.5205	9.8365	15.0360
$E(\text{MeV})/\mathbf{J}^\pi$	$2.9374/(6)^+$	$3.3790/(7)^-$	—	—
$\sigma(\text{mb})$	13.9390	10.8420	—	—

Um dos motivos para isto ocorrer é devido ao estado introduzido possuir a mesma paridade da maioria dos estados considerados do  $^{92}\text{Zr}$ , como mostra a Fig. 23, de modo que devido a conservação de paridade, é mais provável que ocorra transferência entre estados com mesma paridade. Outro motivo para isto ocorrer, pode ser devido à redução do coeficiente

da parte imaginária do potencial SPP, implica em uma redução de absorção do fluxo no canal de entrada, que pode ocasionar um aumento na seção de choque de transferência.

Podemos agora considerar acoplamentos mostrados na Fig. 22, para calcular a seção de choque de transferência e verificar os resultados obtidos.

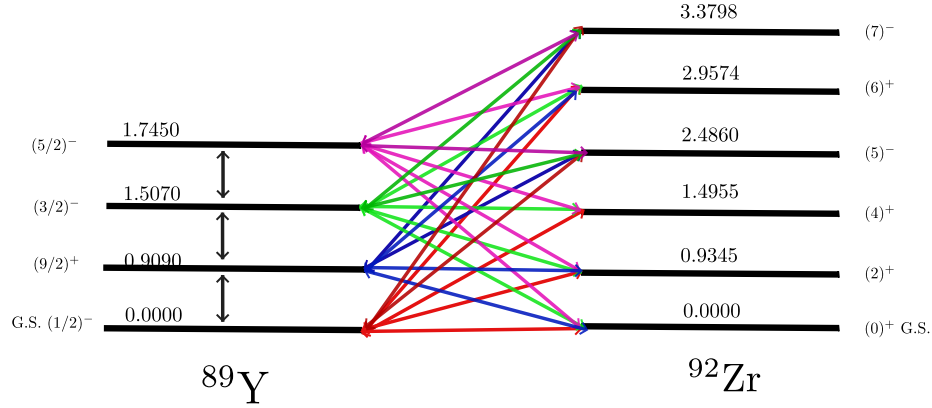


Figura 24: Acoplamentos entre os estados do  $^{89}\text{Y}$  com os estados do  $^{92}\text{Zr}$ .

Averiguamos que, similarmente ao caso tratado no capítulo anterior, à medida que acoplamentos são acrescentados a seção de choque integrada de transferência diminui, em alguns casos até 3 mb se compararmos os resultados da Tab. 10 com as Tab. 8 e Tab. 9, exceto para o caso em que introduz-se o estado  $9/2^+$  do  $^{89}\text{Y}$  indicando uma possível relevância deste canal inelástico para a a seção de choque de transferência.

Tabela 10: Seções de choque integradas de transferência obtidas para a transferência de  $^3\text{H}$ , quando todos os acoplamentos são considerados.

E(MeV)/ $\mathbf{J}^\pi$	0.0/(0) <sup>+</sup>	0.9345/(2) <sup>+</sup>	1.4955/(4) <sup>+</sup>	2.4860/(5) <sup>-</sup>
$\sigma(\text{mb})$	0.9131	4.9480	8.5555	13.2840
E(MeV)/ $\mathbf{J}^\pi$	2.9374/(6) <sup>+</sup>	3.3790/(7) <sup>-</sup>	—	—
$\sigma(\text{mb})$	12.0000	9.9852	—	—

De forma similar ao Capítulo 4, a partir dos cálculos realizados, foi possível plotar um gráfico da distribuição angular da seção de choque de transferência entre o estado  $1/2^-$  do  $^{89}\text{Y}$  e o estado  $0^+$  do  $^{92}\text{Zr}$ , considerando os três casos aqui analisados.

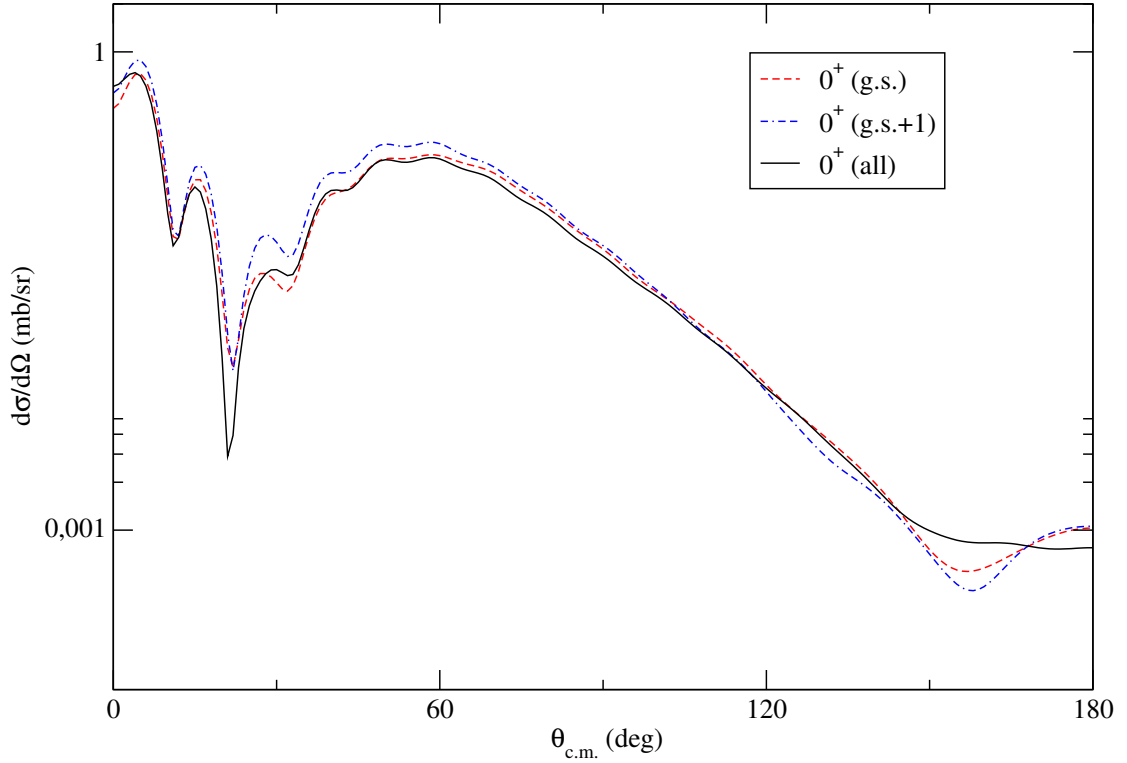


Figura 25: Distribuição angular para a seção de choque de transferência entre o estado  $1/2^-$  do  $^{89}\text{Y}$  e o estado  $0^+$  do  $^{92}\text{Zr}$ .

Vemos que para valores pequenos de  $\theta$ , o parâmetro de impacto  $b$  é grande e isto implica em uma interação menor, sendo o espalhamento elástico o mecanismo mais provável. À medida que  $\theta$  aumenta, na região de oscilação, temos interferência entre os potenciais coulombiano e nuclear. Como estes campos possuem sinais opostos, há uma interferência destrutiva que produz os mínimos observados [29]. Se o projétil adentra muito na região de interação, outros processos que podem ser mais importantes ocorrem, de modo que a seção de choque de transferência diminui. Estes tipos de processos ocorrem para valores de  $\theta$  grandes, cujo parâmetro de impacto é pequeno. Para o ângulo de *grazing*, nota-se um comportamento característico de transferência em núcleos pesados conhecido como *bell shape*. Se compararmos a Fig. 16 com a 25 nota-se uma maior oscilação na região que corresponde a interferência entre os potenciais, pois o  $^3\text{H}$  possui um próton a menos que o  $^3\text{He}$ , sentindo o efeito da repulsão coulombiana de forma menos significativa. Este comportamento também foi observado para a transferência de 2 nêutrons nos sistemas  $^{18}\text{O} + ^{54}\text{Ni}$ ,  $^{20}\text{Ne} + ^{116}\text{Cd}$  e  $^{13}\text{C} + ^{18}\text{O}$  [4], [24], [31].

Similarmente à transferência de  $^3\text{He}$ , variou-se a energia do projétil, numa faixa de 32 à 36 MeV, para mensurarmos como a seção de choque integrada se comporta. Os efeitos do aumento da energia na seção de choque podem ser visto na Fig. 26.



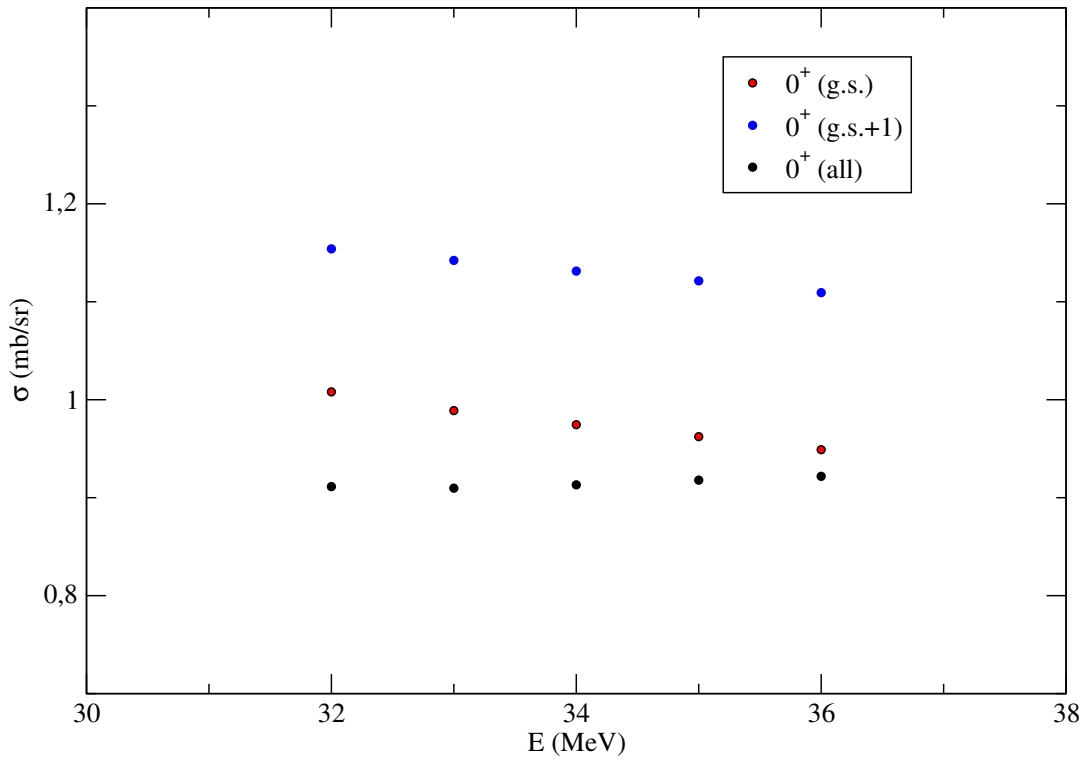


Figura 26: Variação da seção de choque integrada com o aumento da energia na transferência de  $^3\text{H}$ .

Conforme a energia aumenta observamos que a seção de choque integrada, no caso em que consideramos apenas o estado fundamental do  $^{89}\text{Y}$  na partição de entrada, diminui. Para o caso em que todos os canais de  $^{89}\text{Y}$  foram considerados na partição de entrada, indicado em preto na figura, vemos que à medida que a energia aumenta a seção de choque aumenta, apontando que para energias maiores os estados excitados são relevantes para a seção de choque integrada. No caso em que considerou-se na partição de entrada os estados  $1/2^-$  e  $9/2^+$  do  $^{89}\text{Y}$ , nota-se que há uma diminuição na seção de choque integrada quando a energia aumenta. Se há uma diminuição nos canais considerados, há um aumento do fluxo de energia em algum outro canal. Contudo, nos nossos cálculos não foi possível verificar este aumento, pois provavelmente algum canal relevante não foi considerado explicitamente nos nossos cálculos. A conclusão que podemos obter é equivalente a obtida anteriormente. À medida que adicionamos acoplamentos, o fluxo de energia é redistribuído entre os estados, diminuindo assim a seção de choque para alguns canais e aumentando para outros. Todavia, estas ainda são significantes, da ordem de mb, apontando ser relevante esta componente de *cluster* do estado fundamental do  $^6\text{Li}$ .

## 4.2 Transferência Sequencial

Como dito anteriormente, a transferência de núcleons via mecanismo sequencial pode ocorrer em dois ou mais passos, onde os núcleos residuais nas partições intermediárias podem ser distintos, visto que há várias possibilidades de transferência sequencial. Para este caso, todas estas possibilidades são mostradas abaixo.

Tabela 11: Possibilidades da transferência sequencial de  $^3\text{H}$ . Os núcleos em vermelho indicam que estes são instáveis e possuem energias no contínuo.

1p 1n 1n	$^6\text{Li} + ^{89}\text{Y} \longrightarrow ^5\text{He} + ^{90}\text{Zr} \longrightarrow ^4\text{He} + ^{91}\text{Zr} \longrightarrow ^3\text{He} + ^{92}\text{Zr}$
1n 1n 1p	$^6\text{Li} + ^{89}\text{Y} \longrightarrow ^5\text{Li} + ^{90}\text{Y} \longrightarrow ^4\text{Li} + ^{91}\text{Y} \longrightarrow ^3\text{He} + ^{92}\text{Zr}$
1n 1p 1n	$^6\text{Li} + ^{89}\text{Y} \longrightarrow ^5\text{Li} + ^{90}\text{Y} \longrightarrow ^4\text{He} + ^{91}\text{Zr} \longrightarrow ^3\text{He} + ^{92}\text{Zr}$
2n 1p	$^6\text{Li} + ^{89}\text{Y} \longrightarrow ^4\text{Li} + ^{91}\text{Y} \longrightarrow ^3\text{He} + ^{92}\text{Zr}$
1p 2n	$^6\text{Li} + ^{89}\text{Y} \longrightarrow ^5\text{He} + ^{90}\text{Zr} \longrightarrow ^3\text{He} + ^{92}\text{Zr}$
1n 1d	$^6\text{Li} + ^{89}\text{Y} \longrightarrow ^5\text{Li} + ^{90}\text{Y} \longrightarrow ^3\text{He} + ^{92}\text{Zr}$
1d 1n	$^6\text{Li} + ^{89}\text{Y} \longrightarrow ^4\text{He} + ^{91}\text{Zr} \longrightarrow ^3\text{He} + ^{92}\text{Zr}$

Os núcleos sinalizados de vermelho possuem uma *binding energy* negativa, sendo necessário o método de CDCC para calcular as respectivas seções de choque de transferência. Assim sendo, consideraremos aqui apenas a transferência sequencial para o caso em que transfere-se primeiro um dêuteron seguido de um nêutron.

Por conseguinte, o potencial óptico utilizado foi o SPP, com os mesmos fatores de forma, multiplicando as partes imaginárias na partição de entrada e de saída. Na partição intermediária a parte imaginária foi multiplicada por um fator 0.78, visto que não foram considerados explicitamente acoplamentos nesta. O *Q-value* desta reação na partição intermediária é igual a 11.8492 MeV, sendo do tipo exotérmico. As funções de onda dos estados *single-particle* foram obtidas a partir do potencial de W-S, onde quatro potenciais foram considerados nos cálculos. Um para acoplar o *d* ao core  $^4\text{He}$ , um para acoplar o *d* ao core de  $^{89}\text{Y}$ , um para acoplar um nêutron ao core de  $^4\text{He}$  e outro para acoplar o nêutron ao  $^{91}\text{Zr}$ . O momento angular orbital para cada transferência foi obtido considerando a ocupação dos núcleons, conforme a distribuição mostrada nas Fig. 5 e Fig. 6. Aqui também utilizamos as regras de seleção cinemáticas de Brink para melhorar os cálculos e diminuir o gasto computacional.

Os acoplamentos considerados para esta transferência sequencial podem ser vistos na Fig. 27, onde as seções de choque relativas às estas transferências são mostradas na

Tab. 12.

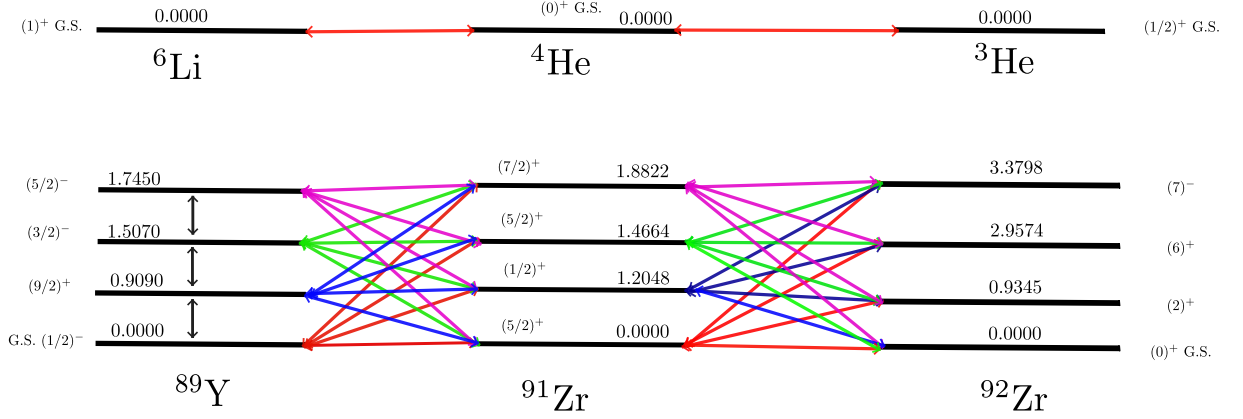


Figura 27: Acoplamentos entre os estados para a transferência sequencial de  ${}^3\text{H}$ , considerando que transfere-se primeiro um dêuteron seguido de um nêutron.

Tabela 12: Seções de choque integradas de transferência obtidas para a transferência sequencial de  ${}^3\text{H}$ , considerando que transfere-se primeiro um dêuteron seguido de um nêutron.

${}^4\text{He} + {}^{91}\text{Zr}$ : E(MeV)/ $\mathbf{J}^\pi$	0.0/(5/2) <sup>+</sup>	1.2048/(1/2) <sup>+</sup>	1.4664/(5/2) <sup>+</sup>	1.8822/(7/2) <sup>+</sup>
$\sigma(\text{mb})$	0.2116	0.0001	0.2639	0.2611
${}^3\text{He} + {}^{92}\text{Zr}$ : E(MeV)/ $\mathbf{J}^\pi$	0.0/(0) <sup>+</sup>	0.9345(2) <sup>+</sup>	2.9374/(6) <sup>+</sup>	3.3790/(7) <sup>-</sup>
$\sigma(\text{mb})$	0.0017	0.0228	0.0167	0.0000

As duas primeiras linhas dizem respeito às energias, valores do momento angular de *spin*, e seções de choque de transferência integradas na transferência do dêuteron, da partição de entrada para a intermediária. As linhas seguintes são referentes às seções de choque de transferência do nêutron, da partição intermediária para a final. Analisando os resultados exibidos na Tab. 12, nota-se que as seções de choque de transferência via mecanismo sequencial são desprezíveis, uma vez que estes valores não são da ordem de *mb*, indicando que a probabilidade de transferência via canais sequenciais são muito baixas. Isto indica que, neste caso em que há transferência de *d*, é provável que a componente de *cluster* relevante seja um  ${}^4\text{He}$  mais um dêuteron.

Mesmo sabendo que o  ${}^5\text{He}$  é um núcleo instável e que para calcular a seção de choque de transferência seria necessário usar CDCC, o cálculo foi feito considerando que o seu estado fundamental seria estável, em uma tentativa de mensurar a seção de choque de transferência via mecanismo sequencial [32], [33]. Assim, também calculamos a transferência sequencial considerando que no primeiro passo transfere-se um próton e em seguida

dois nêutrons, na reação  ${}^6\text{Li} + {}^{89}\text{Y} \longrightarrow {}^5\text{He} + {}^{90}\text{Zr} \longrightarrow {}^3\text{He} + {}^{92}\text{Zr}$ . Os acoplamentos considerados podem ser vistos na Fig. 28 e os resultados obtidos são exibidos na Tab. 13.

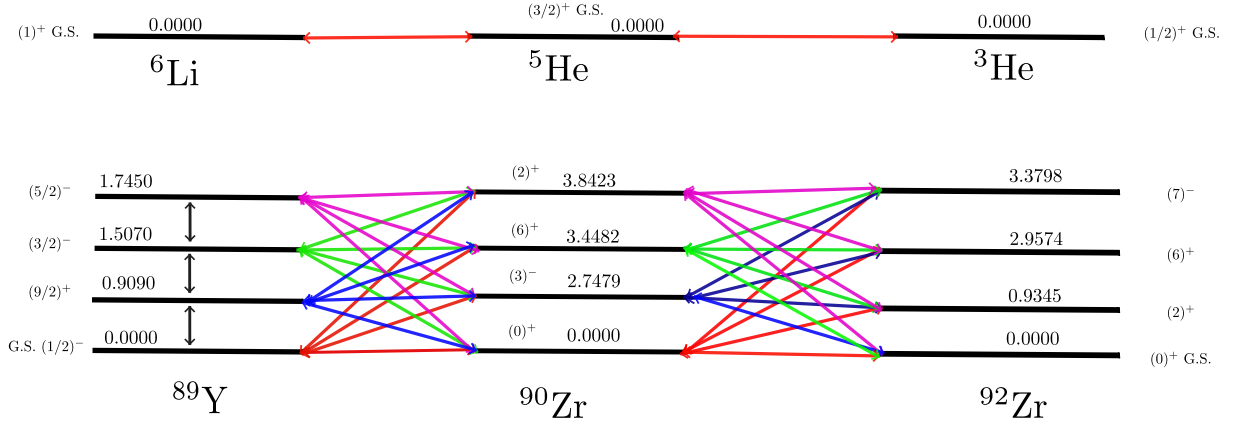


Figura 28: Acoplamentos entre os estados para a transferência sequencial de  ${}^3\text{H}$ , considerando que transfere-se primeiro um próton seguido de dois nêutrons.

Tabela 13: Seções de choque integradas de transferência obtidas para a transferência sequencial de  ${}^3\text{H}$ , considerando que transfere-se primeiro um próton seguido de dois nêutrons.

${}^5\text{He} + {}^{90}\text{Zr}$ : $E(\text{MeV})/\mathbf{J}^\pi$	0.0/(0) <sup>+</sup>	2.7479/(3) <sup>-</sup>	3.4482/(6) <sup>+</sup>	3.8423/(2) <sup>+</sup>
$\sigma(\text{mb})$	0.0001	0.0000	0.0003	3.6325
${}^3\text{He} + {}^{92}\text{Zr}$ : $E(\text{MeV})/\mathbf{J}^\pi$	0.0/(0) <sup>+</sup>	0.9345(2) <sup>+</sup>	2.9374/(6) <sup>+</sup>	3.3790/(7) <sup>-</sup>
$\sigma(\text{mb})$	0.0003	0.0009	0.0064	0.0000

Como esperado, os resultados obtidos são irrelevantes exceto para um estado. Contudo, este trata-se de um estado excitado, de aproximadamente 4 MeV de energia, sendo necessário que houvesse excitação inelástica para depois transferência. Esta exceção pode ser resultado de um erro numérico ou pode indicar a relevância deste estado na transferência sequencial e precisa ser melhor analisado. Destacamos que este cálculo foi uma tentativa de mensurar as contribuições para  $\sigma$ , via mecanismo sequencial, para caso de núcleos instáveis e que estas possibilidades serão investigadas a posteriori, usando CDCC.

## 5 Conclusões

Neste trabalho foram analisados os mecanismos de transferência direta e sequencial nas reações  $^{89}\text{Y}(^6\text{Li}, ^3\text{H})^{92}\text{Nb}$  e  $^{89}\text{Y}(^6\text{Li}, ^3\text{He})^{92}\text{Zr}$ , com o intuito de estimar a relevância da componente de *cluster* do estado fundamental do  $^6\text{Li}$  como sendo composta por  $^3\text{H} + ^3\text{He}$ , ao invés de  $^4\text{He} + d$ , que é amplamente discutida na literatura. Em ambas as reações o projétil possui uma energia de bombardeio igual a 34.0 MeV. Os cálculos teóricos para a seção de choque de transferência foram feitos a partir do método de CRC.

Os resultados teóricos para a seção de choque obtidos, na reação  $^{89}\text{Y}(^6\text{Li}, ^3\text{H})^{92}\text{Nb}$ , mostraram que o mecanismo de transferência direta é mais provável que o sequencial, sendo o primeiro da ordem de mb (usando o modelo de *cluster* extremo). No caso da transferência sequencial, apenas uma, das muitas possibilidades, foi contabilizada visto que, os estados nas partições intermediárias eram instáveis. Para estes casos seria necessário utilizar o método de CDCC a fim de obtermos as seções de choque de transferência. Considerando apenas esta possibilidade, o caso onde transfere-se um  $d$  seguido de um  $p$ , os valores obtidos se mostraram desprezíveis quando comparados com os valores referentes ao caso direto.

Verificou-se também que, para a transferência direta, à medida que acoplamentos foram introduzidos na partição de entrada houve uma diminuição na seção de choque integrada, em alguns casos chegando a 3 mb de diferença, se compararmos o caso em que há apenas acoplamento do estado fundamental ( $1/2^-$ ) do  $^{89}\text{Y}$  com os estados do  $^{92}\text{Nb}$  com o caso em que todos os estados do  $^{89}\text{Y}$  são considerados. Isto ocorre porque o fluxo de energia é redistribuído para outros canais, implicando assim na diminuição da seção de choque. Contudo, ao introduzirmos o primeiro estado excitado do  $^{89}\text{Y}$  na partição de entrada temos um aumento, de até 3 mb, na seção de choque integrada. Este aumento pode ocorrer devido à paridade do primeiro estado excitado ( $9/2^+$ ) introduzido na partição de entrada. Como a maioria dos estados considerados do  $^{92}\text{Nb}$  possuem paridade positiva e o estado ( $9/2^+$ ) possuir mesma paridade, isto pode ocasionar um aumento considerável na seção de choque de transferência. Ainda, devido à diminuição

do coeficiente de *strength* da parte imaginária do potencial óptico na partição de entrada, a absorção de fluxo do canais elástico diminuiu o que pode ocasionar um aumento na seção de choque de transferência. Ademais, também foi verificado que à medida que aumentamos a energia a seção de choque integrada diminui, tal que o fluxo de energia em outro canal deve aumentar. Nos cálculos realizados neste trabalho não foi possível verificar este aumento em outro canal, apontando que canais que podem ser relevantes, à medida que a energia aumenta, não foram considerados explicitamente.

Analogamente, foram feitos cálculos teóricos para a reação  $^{89}\text{Y}(^6\text{Li}, ^3\text{He})^{92}\text{Zr}$ , onde também foi verificado que o mecanismo de transferência direta é mais provável que o sequencial, considerando o caso em que se transfere um dêuteron seguido de um nêutron. Verificamos que, à medida que acoplamentos são inseridos na partição de entrada, a seção de choque de transferência diminui em razão da redistribuição do fluxo de energia. Porém, para o caso em que na partição de entrada foram considerados apenas o estado fundamental e primeiro estado excitado do  $^{89}\text{Y}$ , a seção de choque de transferência aumentou, indicando a importância do estado  $9/2^+$  do  $^{89}\text{Y}$  para as transferências analisadas. Quando compara-se a magnitude das seções de choque de transferência de  $^3\text{H}$  direta com o caso em que transfere-se  $^3\text{He}$ , nota-se que a primeira é maior por se tratar da transferência de uma partícula que sofre uma repulsão coulombiana menor, precisando de menos energia para vencer a barreira e ser transferida. Contudo, ao considerarmos as possibilidades de mecanismo sequencial na transferência de  $^3\text{H}$ , resolvemos calcular um dos casos em que os estados intermediários são instáveis, via CRC, para tentar estimar a ordem de grandeza destas contribuições. Os resultados obtidos nos mostram que, como esperado, as seções de choque são desprezíveis.

À vista disso, verificamos que os resultados obtidos para as seções de choque referentes à transferência direta, em ambas as reações, são relevantes indicando que esta componente de *cluster* para o estado fundamental do  $^6\text{Li}$  pode ser considerável. Todavia, estes resultados podem estar superestimados uma vez que as amplitudes espectroscópicas utilizadas foram iguais a 1.0, sendo necessária análises mais detalhadas. Para estas análises aprofundadas, é necessário a inclusão das amplitudes espectroscópicas realísticas, que podem levar um tempo para serem calculadas por dois motivos; a versão aqui citada do NuShellX [25] não faz este cálculo para transferência de três núcleons e é necessária uma capacidade computacional grande para que estes cálculos sejam realizados. Além disso, é essencial incluir as transferências sequenciais com os estados intermediários de núcleos instáveis, para mensurarmos as reais contribuições para as seções de choque, via método de CDCC. Isto posto, a inclusão de todos estes detalhes no trabalho nos possibilitaria

---

comparar estes resultados teóricos, aqui descritos, com dados experimentais que temos à nossa disposição, verificando o quão relevante a componente de *cluster*  ${}^3\text{H} + {}^3\text{He}$  é para o estado fundamental do  ${}^6\text{Li}$ .

# REFERÊNCIAS

- [1] L. C. Chamon, D. Pereira, M. S. Hussein, M. C. Ribeiro e D. Galetti, “Nonlocal description of the nucleus-nucleus interaction,” *Physical review letters*, v. 79, n. 26, p. 5218, 1997.
- [2] D. M. Brink, “Kinematical effects in heavy-ion reactions,” *Physics Letters B*, v. 40, n. 1, pp. 37–40, 1972.
- [3] E. Cardozo, J. Lubian, R. Linares et al., “Competition between direct and sequential two-neutron transfers in the  $^{18}\text{O} + ^{28}\text{Si}$  collision at 84 MeV,” *Physical Review C*, v. 97, n. 6, p. 064611, 2018.
- [4] B. Paes, G. Santagati, R. M. Vsevolodovna et al., “Long-range versus short-range correlations in the two-neutron transfer reaction  $^{64}\text{Ni}(^{18}\text{O}, ^{16}\text{O})^{66}\text{Ni}$ ,” *Physical Review C*, v. 96, n. 4, p. 044612, 2017.
- [5] J. Ferreira, J. Lubian, R. Linares, M. Ermamatov, H. Yépez-Martínez e P. Hess, “Analysis of the alpha-transfer reaction in the  $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$  system using the semi-microscopic algebraic cluster model,” *The European Physical Journal A*, v. 55, n. 6, p. 94, 2019.
- [6] W. H. Ma, D. Patel, Y. Y. Yang et al., “Observation of  $^6\text{He} + t$  cluster states in  $^9\text{Li}$ ,” *Phys. Rev. C*, v. 103, p. L061302, 6 jun. de 2021. DOI: [10.1103/PhysRevC.103.L061302](https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.103.L061302). endereço: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.103.L061302>.
- [7] G. R. Satchler, *Direct nuclear reactions*. Oxford University Press, 1983.
- [8] L. F. Canto e M. S. Hussein, *Scattering Theory of Molecules, Atoms and Nuclei*. World Scientific, 2013.
- [9] D. A. Varshalovich, A. . Moskalev e V. K. Khersonskii, *Quantum theory of angular momentum*. World Scientific, 1988.
- [10] G. R. Satchler, *Introduction to nuclear reactions*, 2<sup>a</sup> ed. Springer, 1990.
- [11] P. E. Hodgson, *Nuclear reactions and nuclear structure*. Clarendon Press Oxford, 1971.



- [12] F. Perey e B. Buck, “A non-local potential model for the scattering of neutrons by nuclei,” *Nuclear Physics*, v. 32, pp. 353–380, 1962.
- [13] M. Alvarez, L. C. Chamon, M. S. Hussein et al., “A parameter-free optical potential for the heavy-ion elastic scattering process,” *Nuclear Physics A*, v. 723, n. 1-2, pp. 93–103, 2003.
- [14] L. C. Chamon, M. S. Hussein e L. Canto, “Non-local effects on the heavy-ion fusion at sub-barrier energies,” *Brazilian Journal of Physics*, v. 37, pp. 1177–1180, 2007.
- [15] L. Gasques, L. C. Chamon, P. Gomes e J. Lubian, “Comparison between heavy-ion reaction and fusion processes for hundreds of systems,” *Nuclear Physics A*, v. 764, pp. 135–148, 2006.
- [16] J. Eisenberg e W. Greiner, *Nuclear theory. Vol. 1. Nuclear models. 3rd*, 2<sup>a</sup> ed. North-Holland, 1987.
- [17] K. S. Krane, *Introductory nuclear physics*, 2<sup>a</sup> ed. John Wiley & Sons, 1991.
- [18] K. L. G. Heyde, *The nuclear shell model*. Springer, 1994.
- [19] J. L. Ferreira, “Análise do processo de transferência de múltiplos núcleons na reação  $^{116}\text{Ca}(^{20}\text{Ne}, ^{20}\text{O})^{116}\text{Sn}$  à 306 MeV,” tese de dout., Instituto de Física, Universidade Federal Fluminense, 2019.
- [20] T. Tamura, “Analyses of the scattering of nuclear particles by collective nuclei in terms of the coupled-channel calculation,” *Reviews of Modern Physics*, v. 37, n. 4, p. 679, 1965.
- [21] B. Brown, W. Rae, E. McDonald e M. Horoi, “Nushellx@ msu,” *MSU-NSCL report*, v. 524, pp. 1–29, 2007.
- [22] G. Zhang, G. Zhang, S. Hu et al., “One-neutron stripping processes to excited states of  $^{90}\text{Y}^*$  in the  $^{89}\text{Y}(^6\text{Li}, ^5\text{Li})^{90}\text{Y}^*$  reaction,” *Physical Review C*, v. 97, n. 1, p. 014 611, 2018.
- [23] H. Herndl e B. A. Brown, “Shell-model calculations for the properties of nuclei with  $A = 86 - 100$  near the proton dripline,” *Nuclear Physics A*, v. 627, n. 1, pp. 35–52, 1997.
- [24] D. Carbone, J. Ferreira, F. Cappuzzello et al., “Microscopic cluster model for the description of new experimental results on the  $^{13}\text{C}(^{18}\text{O}, ^{16}\text{O})^{15}\text{C}$  two-neutron transfer at 84 MeV incident energy,” *Physical Review C*, v. 95, n. 3, 2017.
- [25] M. D. W. Rae, <http://www.garsington.eclipse.co.uk/>.

- [26] I. J. Thompson, “Coupled reaction channels calculations in nuclear physics,” *Computer Physics Reports*, v. 7, n. 4, pp. 167–212, 1988.
- [27] N. Austern, R. Drisko, E. Halbert e G. Satchler, “Theory of finite-range distorted-waves calculations,” *Physical Review*, v. 133, n. 1B, B3, 1964.
- [28] D. Pereira, J. Lubian, J. Oliveira, D. de Sousa e L. Chamon, “An imaginary potential with universal normalization for dissipative processes in heavy-ion reactions,” *Physics Letters B*, v. 670, pp. 330–335, 2009.
- [29] M.-C. Lemaire e K. Low, “Analysis of the  $^{74}\text{Ge}(^{18}\text{O}, ^{16}\text{O})^{76}\text{Ge}$  and  $^{76}\text{Ge}(^{16}\text{O}, ^{18}\text{O})^{77}\text{Ge}$  reactions in terms of exact finite-range coupled-channel Born approximation,” *Physical Review C*, v. 16, n. 1, p. 183, 1977.
- [30] F. Nunes e I. Thompson, “Multistep effects in sub-Coulomb breakup,” *Physical Review C*, v. 59, n. 5, p. 2652, 1999.
- [31] D. Carbone, J. Ferreira, S. Calabrese et al., “Analysis of two-nucleon transfer reactions in the  $^{20}\text{Ne} + ^{116}\text{Cd}$  system at 306 MeV,” *Physical Review C*, v. 102, n. 4, p. 044 606, 2020.
- [32] U. Umbelino, . Pires, R. Lichtenthäler et al., “Two-neutron transfer in  $^7\text{Be} + ^9\text{Be}$  collisions,” *Physical Review C*, v. 99, n. 6, p. 064 617, 2019.
- [33] J. Lubian, J. Ferreira, J. Rangel, M. Cortes e L. Canto, “Fusion processes in collisions of  $^6\text{Li}$  beams on heavy targets,” *Physical Review C*, v. 105, n. 5, p. 054 601, 2022.