



**INSTITUTO DE FÍSICA**  
Universidade Federal Fluminense

**LAUZIENE NAZARETH BARBOZA**

**ASPECTOS DA INFLAÇÃO NO  
CONTEXTO DA COSMOLOGIA  
QUÂNTICA DE LAÇOS**

**NITERÓI – RJ**

**MARÇO 2023**

**LAUZIENE NAZARETH BARBOZA**

**ASPECTOS DA INFLAÇÃO NO CONTEXTO DA COSMOLOGIA  
QUÂNTICA DE LAÇOS**

Tese apresentada ao programa de Pós-Graduação  
“*Stricto Sensu*” do Instituto de Física da  
Universidade Federal Fluminense para obtenção do  
título de doutora em “Física”, área de concentração,  
Cosmologia.

Orientadora

Profa. Dra. Leila Lobato Graef

Coorientador

Prof. Dr. Rudnei de O. Ramos

**NITERÓI – RJ**

**MARÇO 2023**

Ficha catalográfica automática - SDC/BIF  
Gerada com informações fornecidas pelo autor

B238a Barboza, Lauziene Nazareth  
Aspectos da inflação no contexto da Cosmologia Quântica  
de Laços / Lauziene Nazareth Barboza. - 2023.  
157 f.: il.

Orientador: Leila Lobato Graef.  
Coorientador: Rudnei de Oliveira Ramos.  
Tese (doutorado)-Universidade Federal Fluminense, Instituto  
de Física, Niterói, 2023.

1. Cosmologia Quântica de Laços. 2. Bounce. 3. Inflação.  
4. Sinais do regime quântico do Universo na RCF. 5.  
Produção intelectual. I. Graef, Leila Lobato, orientadora.  
II. Ramos, Rudnei de Oliveira, coorientador. III. Universidade  
Federal Fluminense. Instituto de Física. IV. Título.

CDD - XXX

**LAUZIENE NAZARETH BARBOZA**

**ASPECTOS DA INFLAÇÃO NO CONTEXTO DA COSMOLOGIA QUÂNTICA  
DE LAÇOS**

Tese submetida ao curso de pós-graduação em Física da Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para obtenção do Título de Doutora em Física.

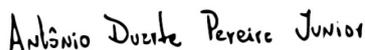
Aprovada em: 01/03/2023.

**BANCA AVALIADORA**

**Membros titulares**



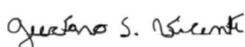
Prof. Dra. Leila Lobato Graef  
(Orientadora)  
IF/UFF



Prof. Dr. Antônio Duarte Pereira Junior  
[IF/UFF]



Prof. Dr. Davi Cabral Rodrigues Prof. Dr.  
[UFES]



Prof. Dr. Gustavo dos Santos Vicente  
[FAT/UERJ]



Prof. Dr. Hermano Endlich Schneider Velten  
[UFOP]



Prof. Dr. Rodrigo Ferreira Sobreiro  
[IF/UFF]

**Convidado**



Prof. Dr. Rudnei de Oliveira Ramos  
(Coorientador) [UERJ]

*Dedico este trabalho com muito amor aos meus pais.*

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus por ter me dado forças para chegar até aqui e estar sempre presente na minha vida!

Agradeço imensamente aos meus pais, Maria de Nazaré e Walde-  
mar, por toda ajuda recebida, por acreditarem em mim e o apoio incondicional nos momentos mais tensos durante essa jornada. A torcida de vocês foi essencial!

Ao Giovani M. Souza, muito obrigada por tudo e pela força e apoio durante o doutorado.

À Prof.<sup>a</sup> Leila Lobato Graef, minha orientadora, muito obrigada por absolutamente tudo. Agradeço desde a proposta do tema, apresentação do Prof. Rudnei que nos ajudou bastante no decorrer desse trabalho, suporte fornecido para a realização deste trabalho, esclarecimentos de dúvidas, atenção recebida, até a finalização do mesmo.

Ao Prof. Rudnei O. Ramos, meu coorientador, muito obrigada por tudo, pela sua paciência, esclarecimentos de dúvidas e pelo privilégio de ter trabalhado contigo.

Ao Prof. Nelson O. Yokomizo, muito obrigada pelos esclarecimentos de dúvidas, indicações de materiais para a realização desse trabalho, sua paciência e boa vontade ao responder os e-mails.

Aos Profs. Luiz Cleber Brito e Gabriela Coutinho, muito obrigada pela indicação do PPG-Fis da UFF.

Ao Prof. Jean Felipe, muito obrigada pela amizade, pelo incentivo, pela indicação de referências bibliográficas e esclarecimentos de dúvidas.

Aos Profs. dos programas de pós-graduação em Física das instituições UFF, UERJ, CBPF e UFES, muito obrigada pela oportunidade de cursar disciplinas que foram importantes durante a minha

formação. Obrigada também por transmitirem os conhecimentos necessários que resultaram na minha formação pessoal e, principalmente, profissional.

Aos funcionários do IF-UFF, muito obrigada por tudo.

À minha irmã, Luana, e ao meu sobrinho, Guilherme, muito obrigada pela torcida.

Aos colegas do IF-UFF, que se tornaram amigos, Wilmar, Jonathan, Diana e Tiago, obrigada pelos momentos vivenciados juntos.

Ao meu amigo, Emerson Monteiro, muito obrigada pela sua amizade e pelas palavras de ânimo durante o doutorado.

Ao Wilmar Torres, obrigada por tudo. Agradeço sua amizade, confiança, paciência, preocupação e ajuda.

Ao John Milton, muito obrigada pelo apoio incondicional.

Ao meu amigo, Revmo. Pe. João Rodrigues Dantas, obrigada pelas reflexões diárias, palavras de incentivo e apoio e suas orações.

Aos demais amigos, colegas e familiares, meu muito obrigada pela torcida.

Todos àqueles que contribuíram direta ou indiretamente, para a realização desse trabalho.

Aos membros da banca, muito obrigada por seus comentários e sugestões de melhorias para a versão final dessa tese.

Enfim, à CAPES, muito obrigada pelo suporte financeiro recebido através do código de financiamento N°001.

*A vida não é fácil para nenhum de nós.*

*Temos que ter persistência e,*

*acima de tudo, confiança*

*em nós mesmos.*

*(Marie Curie)*

## RESUMO

O atual momento que a Cosmologia está vivenciando é único. As novas observações astronômicas exigem um refinamento dos modelos cosmológicos existentes e uma melhor compreensão da natureza da gravitação nas pequenas e grandes escalas. A interação entre a física fundamental e a cosmologia é cada vez mais importante. Nesse contexto, deve-se destacar a busca pela melhor compreensão da física do Universo primordial. Mas para compreender essa física é necessário sondar as escalas de energia no regime de Planck, no qual se espera que os efeitos quânticos devam desempenhar um papel significativo na gravitação. Todavia, uma abordagem advinda de uma teoria de gravidade quântica aplicada à Cosmologia é necessária. *Loop Quantum Cosmology* (LQC) é o cenário considerado neste trabalho. Ele usa as técnicas de *Loop Quantum Gravity* (LQG) e aplica a modelos de universo homogêneos e isotrópicos. Em LQC, a singularidade inicial presente nos modelos de Big Bang é substituída por um bounce. Assim, as condições iniciais para a evolução da dinâmica cosmológica podem ser assumidas no bounce ou, em um instante qualquer, anterior a ele, na fase de contração. Em modelos de LQC, com um bounce dominado por energia cinética, uma fase inflacionária é quase inevitável de ocorrer. Neste trabalho fazemos estimativas para a duração de uma fase inflacionária e uma fase pré-inflacionária para diferentes classes de potenciais inflacionários que incluem os potenciais monomiais tipo lei de potência, o Starobinsky e o potencial de poço duplo (tipo Higgs com quebra de simetria) para diferentes valores esperados do vácuo. Para todos os modelos estudados assumimos que o principal conteúdo energético dominante no bounce é um campo escalar. Analisamos também, como a presença de radiação pode influenciar na previsão para o número de  $e$ -folds de inflação. Em uma segunda etapa do trabalho, ao considerarmos o parâmetro de Barbero-Immirzi  $\gamma$ , advindo de LQG, como sendo uma variável livre da teoria, obtemos pela primeira vez, um limite inferior para esse parâmetro exigindo que o modelo seja consistente com as observações da radiação cósmica de fundo (RCF). As res-

trições para o parâmetro  $\gamma$  são obtidas no contexto *dressed metric approach* e considerando o vácuo de Bunch-Davies (BD) como a condição inicial para as perturbações na fase de contração. Como este parâmetro está relacionado à escala típica no bounce, ele impacta as previsões para o espectro de potência em LQC. Portanto, é importante investigar a relação entre as previsões para o número de  $e$ -folds em LQC e o valor de  $\gamma$ . Como mostram nossos resultados, o valor do parâmetro de Barbero-Immirzi pode afetar fortemente as previsões para a duração da inflação em LQC.

**Palavras-Chave:** Cosmologia; Universo primordial; LQC; Número de  $e$ -folds; Inflação; RCF.

## ABSTRACT

The current moment that Cosmology is experiencing is unique. The new astronomical observations require a refinement of existing cosmological models and a better understanding of the nature of gravitation in small and large scales. The interaction between fundamental physics and cosmology is more and more important. In this context, the search for a better understanding of the physics of the primordial Universe should be highlighted. However, in order to understand this physics it is necessary to probe the energy scales in the Planck regime, in which quantum effects are expected to play a significant role in gravitation. However, an approach arising from a theory of quantum gravity applied to Cosmology necessary. *Loop Quantum Cosmology* (LQC) is the scenario considered in this work. It uses *Loop Quantum Gravity* (LQG) techniques and applies to homogeneous and isotropic universe models. In LQG, the initial singularity present in the Big Bang models is replaced by a bounce. Thus, the initial conditions for the evolution of cosmological dynamics can be assumed at the bounce or, at any instant prior to it, in the contraction phase. In LQC models, with a bounce dominated by kinetic energy, an inflationary phase is almost inevitable to occur. In this work, we make estimates for the duration of an inflationary phase and a pre-inflationary phase for different classes of inflationary potentials that include the monomial power-law chaotic type of potentials, the Starobinsky and the double well potential (Higgs-like symmetry-breaking potential) for different values for the vacuum expectation value. For all models studied, we assume that the main content dominant energy in the bounce is a scalar field. We also analyzed how the presence of radiation can influence the number of inflation  $e$ -folds. In a second stage of the work, when considering the Barbero-Immirzi parameter  $\gamma$ , coming from LQG, as being a free variable of the theory, coming from LQG, we obtain, for the first time, a lower limit for this parameter requiring the model to be consistent with CMB observations. Constraints for the Barbero-Immirzi parameter are obtained in the context dressed metric approach and considering the Bunch-Davies(BD) vacuum

as the initial condition for perturbations in the contraction phase. Because this parameter is related to the typical scale in bounce, it impacts predictions for the power in LQC. However, it is important to investigate the relationship between prediction for the number of  $e$ -folds in LQC and the value of  $\gamma$ . As our results show, the value of the Barbero-Immirzi parameter can strongly affect predictions for the duration of inflation in LQC.

**Keywords:** Cosmology; Primordial Universe; LQC; Bounce; Inflation; Number of  $e$ -folds; CMB.

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>20</b>
<b>2</b>	<b>Cosmologia Clássica</b>	<b>26</b>
2.1	Formalismo lagrangiano da Relatividade Geral . . . . .	26
2.2	Solução de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker . . . . .	30
2.2.1	Evolução das componentes do fluido cosmológico . . . . .	32
2.2.2	Densidade crítica e parâmetros de densidade . . . . .	34
2.3	Modelo Padrão da Cosmologia . . . . .	35
2.3.1	O modelo $\Lambda$ CDM . . . . .	36
2.3.2	Breve história do Modelo do Big Bang e seus problemas . . . . .	37
2.3.2.1	Problema da Planura . . . . .	40
2.3.2.2	Problema do Horizonte . . . . .	42
2.3.2.3	Monopolos Magnéticos . . . . .	43
2.4	Período Inflacionário . . . . .	43
2.4.1	Solução dada pela inflação . . . . .	45
2.4.1.1	Problema da Planura . . . . .	45
2.4.1.2	Problema do horizonte . . . . .	46
2.4.1.3	Abundância de monopolos magnéticos . . . . .	46
2.4.2	Dinâmica da Inflação . . . . .	47
2.5	Radiação Cós mica de Fundo . . . . .	50
2.6	Singularidade inicial . . . . .	53
<b>3</b>	<b>Diferentes ideias de gravidade quântica</b>	<b>55</b>
3.1	Por que Gravidade Quântica? . . . . .	56
3.2	Teoria de Cordas . . . . .	56
3.2.1	String gas cosmology . . . . .	59
3.3	Teoria Quântica de Bohm-de-Broglie . . . . .	61
3.4	Loop Quantum Gravity . . . . .	63
3.4.1	Loop Quantum Cosmology . . . . .	64

<b>4</b>	<b>RCF e efeitos de Loop Quantum Cosmology - análise estatística</b>	<b>66</b>
4.1	Equação de Friedmann em LQC . . . . .	67
4.2	Inflação em Loop Quantum Cosmology . . . . .	70
4.2.1	Dinâmica de background . . . . .	72
4.2.2	Regime pré-bounce . . . . .	74
4.2.3	Regime pós-bounce . . . . .	76
4.3	Número de $e$ -folds . . . . .	76
4.3.1	Potenciais monomiais tipo lei de potência . . . . .	79
4.3.2	Potencial de poço duplo . . . . .	80
4.4	Resultados . . . . .	81
4.4.1	Resultados na ausência de radiação . . . . .	82
4.4.2	Resultados na presença de radiação . . . . .	89
<b>5</b>	<b>RCF e efeitos de Loop Quantum Cosmology - predição analítica</b>	<b>99</b>
5.1	Potencial Starobinsky . . . . .	100
5.1.1	Potencial Starobinsky . . . . .	100
5.2	Background analítico em LQC . . . . .	100
5.2.1	Regime dominado por energia cinética . . . . .	102
5.2.2	Definindo as condições iniciais . . . . .	104
5.2.3	Transição pós-bounce e a amplitude do ínflaton . . . . .	108
5.2.4	Início da fase inflacionária . . . . .	109
5.2.5	Number of $e$ -folds pré-inflacionário e inflacionário . . . . .	110
5.3	Resultados para o parâmetro de Barbero-Immirzi fixo . . . . .	112
5.4	Vínculos ao parâmetro de Barbero-Immirzi . . . . .	120
5.4.1	Espectro de potência em LQC . . . . .	121
5.4.2	Parâmetro de Barbero-Immirzi como uma função do número de $e$ -folds . . . . .	124
5.5	Resultados para o parâmetro de Barbero-Immirzi variável . . . . .	127
<b>6</b>	<b>Conclusão</b>	<b>131</b>
<b>A</b>	<b>Equação de Friedmann modificada em LQC</b>	<b>138</b>

**B Obtenção da constante de normalização através do espectro da  
RCF**

**140**

## LISTA DE FIGURAS

2.1	Radiação C3smica de Fundo - mapa das flutua33es observadas pelo sat33elite Planck (2018). . . . .	51
2.2	Espectro de pot33ncia angular da RCF segundo medi33es do Planck 2018 [1].	52
2.3	Regi33es de confian33a para modelos inflacion33rios com um 33nico campo escalar previstos teoricamente, comparado com dados observacionais para 33ndice espectral e raz33o tensor-escalar, segundo Planck 2018 [2]. . . . .	52
4.1	Universo em LQC. . . . .	69
4.2	PDF para o n33mero total de $e$ -folds inflacion33rios para os potenciais monomiais tipo lei de pot33ncia em LQC obtida quando a radia33o 33 desprezada ao longo da evolu33o. . . . .	82
4.3	N33mero de $e$ -folds pr33-inflacion33rios para os potenciais monomiais tipo lei de pot33ncia em LQC. . . . .	84
4.4	(a) N33mero de $e$ -folds inflacion33rios e (b) n33mero de $e$ -folds pr33-inflacion33rios para o potencial de po33o duplo em LQC como uma fun33o do VEV. As incertezas estat33sticas nos plots indicam o desvio padr33o de $1\sigma$ dos resultados da mediana obtidos das respectivas PDFs. Todos os casos foram analisados na aus33ncia de radia33o ao longo da evolu33o. . . . .	85
4.5	(a) PDF para o n33mero de $e$ -folds inflacion33rios para as partes ca33tica e plat33 do potencial de po33o duplo em LQC considerando o valor $v = 19M_{Pl}$ . (b) PDF para o n33mero de $e$ -folds pr33-inflacion33rios para as partes ca33tica e plat33 do potencial de po33o duplo em LQC considerando o mesmo VEV. Como nas figuras anteriores, a radia33o est33 ausente ao longo da evolu33o.	88

- 4.6 (a) Número de  $e$ -folds inflacionários total, (b) módulo da amplitude do ínflaton no bounce, e (c) fração da densidade de energia de radiação no bounce como uma função da taxa de dissipação  $\Gamma$ , para o caso do potencial monomial quadrático do ínflaton. A massa do ínflaton aqui é dada por  $m_\phi = V_0^{1/2}/M_{\text{Pl}}$ . As incertezas estatísticas nos plots indicam o desvio padrão de  $1\sigma$  dos resultados da mediana obtidos das respectivas PDFs. . . . . 91
- 4.7 Um exemplo de evolução na fase de contração, até próximo do instante do bounce  $t_B$  (mas ainda abaixo), para: (a) o campo ínflaton, (b) o parâmetro de Hubble, e (c) a densidade de energia da radiação multiplicada pela quarta potência do fator de escala no bounce  $a^4\rho_R$ , para o caso do potencial monomial quadrático do ínflaton. Esses resultados foram obtidos para uma taxa de dissipação  $\Gamma/m_\phi = 0.01$  e a razão da densidade de energia total no instante do bounce é dada por  $\alpha \equiv \rho(t_0)/\rho_c = 10^{-19}$ . Aqui, o instante do bounce é  $t_B \simeq 1018/m_\phi$ . . . . . 92
- 4.8 (a) Duração da inflação, (b) duração da fase pré-inflacionária, e (c) a amplitude para o ínflaton no bounce como uma função da fração da densidade de energia da radiação no bounce. Todos os resultados referem-se às medianas extraídas das respectivas PDFs para cada um dos modelos estudados. Os resultados mostrados são para o potencial de poço duplo para o caso com  $v = 21M_{\text{Pl}}$ . . . . . 95

5.1	<p>Comparação dos resultados numérico e analítico para a amplitude do ínflaton, <math>\phi</math>. Um potencial quadrático tipo lei de potência foi considerado e as condições iniciais (definidas na fase de contração), dado que por volta de 147 <math>e</math>-folds de inflação é gerado (veja o texto). As faixas verticais vermelha e verde indicam o início do regime dominado por energia cinética, <math>\dot{\phi}^2/2 &gt; V(\phi)</math>. A faixa vertical azul indica o instante do bounce, <math>t_B</math>. A evolução é mostrada ambos em termos do número de <math>e</math>-folds (painel a) e em termos do tempo físico (painel b). . . . .</p>	105
5.2	<p>Resultados numéricos para o número de <math>e</math>-folds de inflação (painel a) e para o número de <math>e</math>-folds da fase pré-inflacionária, desde o instante do bounce até o início da inflação (painel b), obtido através do método descrito na Seção (5.2.5) quando aplicado ao potencial monomial lei de potência. Os “dados” pontuais mostram os resultados obtidos na Ref. [3]. . . . .</p>	113
5.3	<p>Resultados numéricos para o número de <math>e</math>-folds inflacionários no caso do potencial de poço duplo quando inflação acontece na região do potencial para o campo com amplitude grande, <math> \phi  &gt;  v </math> (painel a), e para inflação acontecendo ao redor da região platô, <math> \phi  &lt;  v </math> (painel b). O número de <math>e</math>-folds para o regime pré-inflacionário desde o bounce até o início da inflação é mostrado no painel c. Os dados pontuais são os resultados obtidos usando os métodos descritos na Ref. [3]. Todas as curvas aqui foram obtidas definindo <math>\bar{\alpha} = 1/3</math> dentro do procedimento descrito na Seção (5.2.2). . . . .</p>	114

5.4	<p>Número de <math>e</math>-folds pré-inflacionários + número de <math>e</math>-folds inflacionários, <math>N_{\text{pre+infl}}</math>, para os potenciais considerados, variando o parâmetro de Barbero-Immirzi. As linhas cinza quase horizontais mostram o limite em <math>N_{\text{pre+infl}}(\gamma)</math> definido pela Eq. (5.40). Painel (a): potenciais lei de potência; painel (b): potencial Starobinsky. . . . .</p>	127
5.5	<p>Número de <math>e</math>-folds <math>N_{\text{pre+infl}}</math>, como uma função do parâmetro de Barbero-Immirzi para o potencial de poço duplo com diferentes valores do VEV. A linha cinza quase horizontal mostra o limite inferior em <math>N_{\text{pre+infl}}(\gamma)</math> definido pela Eq. (5.40). Painel (a): os resultados para o caso de campo com amplitude grande <math> \phi  &gt;  v </math>; Painel (b): os resultados para o caso de campo com amplitude pequena <math> \phi  &lt;  v </math>. . . . .</p>	129

## LISTA DE TABELAS

4.1	Valores para a mediana e o desvio padrão ( $1\sigma$ ) para o número de $e$ -folds pré-inflacionários e inflacionários para os potenciais tipo lei de potência e de poço duplo em LQC na ausência de efeitos de radiação. . . . .	87
5.1	Valores numéricos obtidos para as três formas do modelo de potencial monomial e o potencial Starobinsky. . . . .	118
5.2	Valores numéricos obtidos para o potencial de poço duplo, considerando alguns valores ilustrativos para o VEV. . . . .	119
5.3	Número de $e$ -folds obtidos através da análise analítica para os mesmos modelos considerados na Tab. (5.1). . . . .	120
5.4	Número de $e$ -folds obtidos para o potencial de poço duplo, assumindo diferentes valores para o VEV. . . . .	120

# Capítulo 1

## Introdução

O momento atual que presenciamos na Cosmologia moderna é sem precedentes. Com a quantidade de dados observacionais disponíveis, novos satélites sendo lançados no espaço para obter cada vez mais informações do nosso Universo com o incremento de dados, como, por exemplo, medidas de galáxias e aglomerados de galáxias, detecção da radiação cósmica de fundo (RCF), detecção das ondas gravitacionais, dentre outros mais, colocam a Cosmologia em um alto patamar. Entretanto, as novas observações astronômicas exigem cada vez mais, um refinamento dos modelos cosmológicos existentes (ainda que, os recentes avanços observacionais permitiram testar modelos do Universo primordial com grande precisão) e uma melhor compreensão da natureza da gravitação nas pequenas e grandes escalas. Neste contexto, a interação entre a física fundamental e a cosmologia é de suma importância. O entendimento dos dados observacionais disponíveis é fundamental para aprimorar a compreensão teórica do que aconteceu no Universo primitivo. Uma vez que a informação sobre o universo primitivo está codificada no espectro de flutuações cosmológicas, essas flutuações nos fornecem um elo entre a física no universo primordial e as observações cosmológicas atuais.

Para descrever o Universo primordial, uma nova física é necessária, uma vez que as energias envolvidas são muito altas, no denominado regime de Planck. Nesse regime de Planck, pequenas flutuações de densidade de energia de origem quântica, as flutuações cosmológicas, surgiram. Essas flu-

tuações cosmológicas podem ser vistas no espectro da radiação cósmica de fundo (RCF) como pequenas variações de temperatura em torno da média. Elas foram esticadas com a expansão e deram origem às estruturas observadas no universo atual. Hoje, as perturbações que são importantes tiveram nesta época escalas menores que o comprimento de Planck. A compreensão da origem e evolução dessas flutuações cosmológicas pode ser feita através de uma descrição da física além da Relatividade Geral (RG). Nos cenários de inflação usual a origem dessas flutuações é considerada como sendo quântica. Porém, existem cenários alternativos à inflação padrão (como, por exemplo, warm inflation, string gas cosmology), os quais consideram que a origem dessas flutuações pode ser térmica. Ainda que RG mantenha um excelente grau de validade no regime de baixas curvaturas (grandes escalas), ao se dirigir para as grandes curvaturas (pequenas escalas), a teoria apresenta inconsistências. É necessária então, a busca por uma teoria alternativa, capaz de lidar com a física no regime de Planck. Assim, surge a proposta de uma teoria de gravidade quântica aplicada à Cosmologia.

Os modelos de Loop Quantum Cosmology (LQC) considerados nesse trabalho correspondem àqueles em que LQC é a versão reduzida de Loop Quantum Gravity (LQG) [4] para universos homogêneos e isotrópicos [5–8]. LQG é uma teoria de gravidade quântica não-perturbativa e, independente do background da RG. Próximo da escala de Planck, os efeitos de gravidade quântica dominam. Em LQC a singularidade inicial presente em modelos do Big Bang é naturalmente resolvida e substituída por um bounce (ou ricochete) quântico devido aos efeitos repulsivos da geometria quântica [6, 9]. Portanto, no contexto de LQC, para a matéria que satisfaz as condições normais de energia, sempre que um invariante de curvatura cresce à escala de Planck, os efeitos da geometria quântica o diluem, resolvendo assim, as singularidades presentes na RG [6].

Usualmente, diferentes cenários que descrevem a evolução do Universo no contexto de LQC são permitidos. Entretanto, a característica essencial comum em todos eles é a presença do bounce. O conteúdo energético

dominante no bounce é de suma importância para fazer previsões em LQC, assim também, como para indicar a presença de uma fase de inflação no Universo primitivo. Se o conteúdo energético dominante no bounce for um único campo escalar, uma fase inflacionária é quase inevitável de acontecer [3, 10–16]. Assim, enquanto o bounce evita a singularidade do Big Bang, a fase inflacionária prevê o espectro correto da RCF.

Em modelos de LQC com um bounce dominado por energia cinética, tais como os que serão considerados nesse trabalho, inevitavelmente, uma fase inflacionária após o bounce, acontece. Isso é verdade sempre que há um campo ínflaton, com um potencial apropriado, acoplado ao campo gravitacional. A duração dessa fase inflacionária é quantificada pelo número de  $e$ -folds [3, 17–19]. Como é sabido, para que a inflação resolva os problemas da cosmologia do Big Bang [20] como, por exemplo, os problemas da planura e do horizonte são necessários 60  $e$ -folds ou mais. No entanto, em LQC, como mostrado na Ref. [21], o bounce e a dinâmica pré-inflacionária deixam marcas no espectro da RCF. Assim, uma questão importante de ser investigada e que merece atenção, surge. Isto é, analisar para as classes de modelos de potenciais que aqui serão estudadas, sob quais condições poderia ser possível obter sinais advindos do regime quântico do Universo no espectro da RCF. De acordo com as Refs. [10, 21], considerando os efeitos da dinâmica pré-inflacionária, o espectro de potência, em geral, passa a ser dependente de escala. Logo, ao medir com maior precisão a dependência do espectro com a escala, a dinâmica de LQC poderá ser testada com os dados observacionais. O efeito da dinâmica advinda do regime quântico, implica em rápidas oscilações nos baixos multipolos da RCF. As previsões observáveis de possíveis sinais do regime pré-inflacionário na RCF dependem estritamente da quantidade de expansão do Universo desde o bounce até hoje. Como é esperado, uma quantidade maior de expansão tende a diluir os efeitos do regime quântico no espectro ao ampliar as escalas das flutuações advindas desse regime (baixos multipolos) para um limite além do observável pela RCF [22]. Na Ref. [10] foi demonstrado que para ser consistente com as observações, o Universo em LQC deve ter

expandido pelo menos 141  $e$ -folds do bounce até hoje. Isto é, 60  $e$ -folds de inflação + 60  $e$ -folds correspondente ao mínimo desde o fim da inflação até hoje + 21  $e$ -folds extras na inflação. O fato de não observarmos hoje essas características dependentes de escala no espectro da RCF significa que elas devem ter sido bem diluídas pela expansão pós-bounce do Universo. Por outro lado, se o número de  $e$ -folds inflacionários for muito maior que 81, as características impressas no espectro da RCF, devido aos efeitos quânticos seriam completamente diluídas e, neste caso, LQC não poderá ser diretamente testada, mesmo com experimentos futuros. Os modelos que preverem menos que 81  $e$ -folds inflacionários desde o bounce até o fim da inflação não serão consistentes com os dados atuais da RCF. Já os modelos que preveem 81  $e$ -folds de inflação ou um pouco mais fornecem boas perspectivas de deixarem marcas na RCF que poderiam vir a ser observadas nos experimentos futuros.

Motivados com tais resultados teóricos, nessa tese realizamos uma investigação do número de  $e$ -folds de inflação em LQC. Tal investigação pode ser feita assumindo as condições iniciais no bounce [6, 10], ou, na fase de contração, anterior ao bounce [23–26], dado que, na ausência de singularidade as condições iniciais podem ser ajustadas em uma superfície regular sem ambiguidade.

Como na ausência de singularidade, uma probabilidade *a priori* da duração de uma fase de inflação pode ser obtida, em um primeiro momento desse trabalho, as condições iniciais para o nosso modelo foram assumidas no passado remoto da fase de contração do Universo, muito anterior ao bounce, no estágio de oscilação do campo ínflaton [3], ou seja, quando o Universo é clássico. Ao fazer essa escolha natural para as condições iniciais, consideramos um intervalo de 1000 à 5000 condições iniciais aleatórias e evoluímos nosso sistema. Em seguida, estimativas probabilísticas foram feitas e obtemos as funções densidade de probabilidade (PDFs) para o número de  $e$ -folds da fase pré-inflacionária (que vai desde o bounce até o início da inflação) e o número de  $e$ -folds da fase inflacionária (desde o início até ao fim dessa fase) em LQC, seguindo o procedimento detalhado na Ref. [25]. Anteriormente,

essa mesma análise foi feita pelos autores da Ref. [23], porém, apenas para o caso do potencial quadrático. Assim, uma extensão dessa análise é feita para outros tipos de potenciais como, os casos quártico e sextico e o potencial de poço duplo (tipo Higgs com quebra de simetria), assumindo diferentes valores esperados do vácuo (VEV). Essas análises fornecem uma ferramenta de comparação para a segunda parte do nosso estudo, onde a presença de radiação é considerada como um ingrediente adicional à densidade de energia em torno do bounce, o que é feito pela primeira vez. A presença da radiação pode afetar fortemente as previsões de LQC, conforme mostramos nesse trabalho. Além disso, a duração da inflação depende não somente do potencial do ínflaton, mas também, da quantidade de radiação presente no Universo antes do regime de inflação.

Em um segundo momento desse trabalho mantemos a investigação da duração da fase inflacionária para os mesmos potenciais considerados e incluímos o potencial Starobinsky. Porém, assumimos que as condições iniciais são determinadas, exclusivamente no bounce. Mostramos que existem valores bem definidos para a amplitude do campo ínflaton no bounce que podem ser estimados analiticamente e, dependem apenas da forma do potencial primordial. Em seguida, resultados analíticos explícitos para a duração da fase pré-inflacionária e para a amplitude do campo ínflaton no início da inflação são fornecidos. Isso nos permite obter explicitamente o número de  $e$ -folds de inflação. Nossos resultados são suficientemente gerais, dado que isso pode ser facilmente estendido para outras formas do potencial do ínflaton. Por fim, para completar nossas análises, consideramos o parâmetro de *Barbero-Immirzi* ( $\gamma$ ) como uma variável livre da teoria. Pela primeira vez, será obtido um limite inferior para esse parâmetro, exigindo que o modelo seja consistente com as observações da RCF, segundo será mostrado nesta tese. As restrições no parâmetro de Barbero-Immirzi foram obtidas no contexto *dressed metric approach* e o vácuo de Bunch-Davies (BD) foi considerado condição inicial para as perturbações na fase de contração. Tal escolha fornece exatamente os mesmos resultados que quando consideramos o estado de vácuo adiabático de quarta-

ordem no bounce, como condição inicial no contexto de *dressed metric approach* (mais detalhes podem ser encontrados na Ref. [10]). Por ora, notamos que, embora alguns potenciais monomiais já tenham sido descartados nos cenários simples de inflação fria segundo os resultados do Planck [1], quando processos radiativos estão presentes (mais notavelmente como no caso de inflação morna) todos esses potenciais podem ser mostrados concordar com as observações (veja, por exemplo, as Refs. [27, 28]). Outra razão para analisá-los aqui é, em geral, eles são bem motivados no contexto da física de partículas.

Esta tese é o resultados dos trabalhos publicados nas Refs. [3, 16]. A proposta é analisar a duração de uma fase inflacionária e pré-inflacionária no contexto de LQC, fazendo duas análises distintas: a primeira delas consiste em estimativas probabilísticas mostradas nos histogramas para PDF e, a segunda, consiste em uma previsão analítica. Tendo determinado o número de  $e$ -folds, analisar quais efeitos observáveis de LQC são previstos, isto é, sondar efeitos do regime quântico do Universo primordial que estariam presentes no espectro da RCF, por meio da análise de diferentes modelos de potenciais para o inflaton, a saber: monomiais tipo lei de potência (quadrático, quártico e sextico), potencial de poço duplo (tipo Higgs com quebra de simetria) assumindo diferentes VEVs e Starobinsky.

O Capítulo 2 consiste em uma revisão da cosmologia clássica: modelo do Big Bang e seus problemas, inflação, dinâmica da inflação, como a mesma pode resolver certos problemas do modelo padrão do Big Bang e também as limitações deste cenário. No Capítulo 3 é feita uma revisão de diferentes ideias de gravidade quântica. Os Capítulos 4 e 5 correspondem aos resultados centrais dessa tese. No Capítulo 6 discutimos nossas conclusões sobre os resultados apresentados. Além disso, são apresentados dois apêndices: o primeiro traz a demonstração matemática para obter a equação de Friedmann modificada em LQC e, o segundo deles, mostra como obter a normalização da constante  $V_0$  a partir do espectro da RCF.

## Capítulo 2

### Cosmologia Clássica

Neste capítulo será feita uma breve apresentação do formalismo lagrangiano aplicado à Relatividade Geral (RG). As equações de Einstein serão obtidas via formalismo Hamiltoniano. Como uma solução das equações de Einstein aplicada à Cosmologia, a solução de interesse aqui é a de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW). Tal solução é obtida através da métrica FLRW e traduz-se nas equações de Friedmann. Posteriormente, apresentarei as diferentes componentes do fluido que descrevem a dinâmica do Universo e os respectivos parâmetros de densidades, ao se considerar cada componente como sendo um fluido perfeito. É feita uma revisão do modelo padrão da cosmologia do Big Bang, revisitando brevemente a história do Universo e os problemas do modelo padrão cosmológico, tais como, os problemas da planura, horizonte e monopolos magnéticos. É discutido e apresentado como inflação pode solucionar tais problemas do modelo padrão do Big Bang e também as limitações deste cenário. Além disso, será feita uma breve descrição sobre a maior ferramenta observacional disponível para estudo do Universo primitivo, a radiação cósmica de fundo.

#### 2.1 Formalismo lagrangiano da Relatividade Geral

Classicamente, a descrição do campo gravitacional está fundamentada nos princípios da Teoria da Relatividade Geral (TRG) e pode ser feita através

da extensão do princípio variacional para uma teoria de campos no espaço-tempo quadridimensional [29, 30]. Na TRG os efeitos do campo gravitacional são interpretados como uma manifestação da curvatura do espaço-tempo [29].

No formalismo variacional [31], as equações de campo de Einstein são obtidas por meio da definição de uma ação [29, 30]. Tal ação para a RG é construída a partir da definição de uma lagrangiana. No vácuo, as equações de Einstein são obtidas da ação

$$S_{\text{EH}} = \frac{1}{2\kappa} \int_{\mathcal{R}} R \sqrt{-g} d^4x, \quad (2.1)$$

denominada ação de *Einstein-Hilbert* (EH)<sup>1</sup>. Na definição dada por Eq. (2.1),  $\kappa = \frac{8\pi G}{c^4}$  ( $G$  é a constante gravitacional e  $c$  é a velocidade da luz<sup>2</sup>),  $R$  é o escalar de Ricci e  $\sqrt{-g} d^4x$  é o elemento de volume invariante, com  $g = \det g_{\mu\nu}$ . As equações de campo de Einstein são obtidas pela variação funcional de cada um dos termos da Eq. (2.1) em relação à  $g_{\mu\nu}$  até primeira ordem. Usando a definição  $R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}$ , a variação da Eq. (2.1) resulta em

$$\begin{aligned} \delta S_{\text{EH}} = & \frac{1}{2\kappa} \int_{\mathcal{R}} \delta g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} \sqrt{-g} d^4x + \frac{1}{2\kappa} \int_{\mathcal{R}} g^{\mu\nu} \delta R_{\mu\nu} \sqrt{-g} d^4x \\ & + \frac{1}{2\kappa} \int_{\mathcal{R}} g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} \delta(\sqrt{-g}) d^4x. \end{aligned} \quad (2.2)$$

O tensor de Ricci  $R_{\mu\nu}$  é definido como

$$R_{\mu\nu} = \partial_\rho \Gamma_{\nu\mu}^\rho - \partial_\nu \Gamma_{\rho\mu}^\rho + \Gamma_{\rho\lambda}^\rho \Gamma_{\nu\mu}^\lambda - \Gamma_{\nu\lambda}^\rho \Gamma_{\rho\mu}^\lambda, \quad (2.3)$$

em que a conexão (símbolo de Christoffell) é dada por

$$\Gamma_{\mu\nu}^\rho = \frac{1}{2} g^{\rho\sigma} (\partial_\mu g_{\nu\sigma} + \partial_\nu g_{\sigma\mu} - \partial_\sigma g_{\mu\nu}). \quad (2.4)$$

<sup>1</sup>Sob uma transformação geral de coordenadas, as teorias físicas são covariantes. Essa simetria deve estar refletida na ação, que sob uma transformação geral de coordenadas deve ser um escalar [30].

<sup>2</sup>Em unidades naturais adota-se  $c = 1$ , como será feito nesta tese.

A variação de cada um dos termos de Eq. (2.2) é dada por

$$\delta R_{\mu\nu} = \nabla_\nu (\delta \Gamma_{\mu\sigma}^\sigma) - \nabla_\sigma (\delta \Gamma_{\mu\nu}^\sigma), \quad (2.5)$$

$$\delta g = -g g_{\mu\nu} \delta g^{\mu\nu} \quad (2.6)$$

e

$$\delta \sqrt{-g} = -\frac{1}{2} \sqrt{-g} g_{\mu\nu} \delta g^{\mu\nu}. \quad (2.7)$$

A Eq. (2.5) é obtida assumindo um referencial local no ponto  $P$  satisfazendo  $g_{\mu\nu}(P) = \eta_{\mu\nu}$  e  $\partial_\rho g_{\mu\nu}(P) = 0$ . Assim, nesse referencial,  $\Gamma_{\mu\nu}^\rho(P) = 0$  de modo que, na Eq. (2.3) contribuem somente termos com a derivada da conexão. Finalmente, como a variação deve ser escrita na forma covariante, fazemos a substituição  $\partial_\mu \rightarrow \nabla_\mu$ . Na variação dada pela Eq. (2.6) foi utilizada a propriedade geral  $A^{-1} = \frac{1}{\det A} C^T$ , válida para uma matriz inversível  $A$ , onde  $C^T$  é a transposta da matriz dos cofatores  $C$  da matriz  $A$ .<sup>3</sup>

Substituindo as expressões dadas pelas Eqs. (2.5) a (2.7) na Eq. (2.2) e usando a condição  $\nabla_\mu g^{\mu\nu} = 0$  e o teorema da divergência, obtém-se que,

$$\delta S_{\text{EH}} = \frac{1}{2\kappa} \int_{\mathcal{R}} \left( R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R \right) \delta g^{\mu\nu} \sqrt{-g} d^4x. \quad (2.8)$$

Note que o termo de superfície proveniente da aplicação do teorema da quadri-divergência não contribui, uma vez que a superfície de integração está no infinito onde por hipótese os campos se anulam. O princípio de Hamilton determina que  $\delta S_{\text{EH}} = 0$  para uma variação arbitrária do tensor métrico  $g_{\mu\nu}$ . Aplicando esse princípio ao resultado dado pela Eq. (2.8) tem-se

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 0, \quad (2.9)$$

que corresponde às equações de campo de Einstein no vácuo.

<sup>3</sup>Lembre-se que, o determinante de uma matriz  $A$  pode ser escrito em termos dos cofatores  $C_{ij}$  do elemento  $a_{ij}$ , como

$$\det A = a_{i1}C_{i1} + a_{i2}C_{i2} + \dots + a_{iN}C_{iN} = a_{1i}C_{1i} + a_{2i}C_{2i} + \dots + a_{Ni}C_{Ni}$$

O cofator do elemento  $a_{ij}$  é definido por  $(-1)^{i+j}a_{ij}$ .

Na presença de outros campos, pelo mesmo princípio pode-se obter as equações do campo gravitacional na presença de matéria. Assim, deve-se adicionar à ação de Einstein-Hilbert (2.1), o termo correspondente aos demais campos. Suponha que  $S_{\text{mat}}$  corresponda à ação de um campo de matéria. Todavia, tem-se que,

$$S = S_{\text{EH}} + S_{\text{mat}}, \quad (2.10)$$

na qual  $S_{\text{mat}}$  contém todas as informações sobre o conteúdo de matéria que produz a curvatura e é afetada pelo campo gravitacional. A variação de  $S_{\text{mat}}$  é dada por

$$\delta S_{\text{mat}} = \frac{1}{2} \int d^4x \sqrt{-g} T_{\mu\nu} \delta g^{\mu\nu}, \quad (2.11)$$

em que

$$T_{\mu\nu} \equiv \frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta \mathcal{L}_{\text{mat}}}{\delta g^{\mu\nu}} \quad (2.12)$$

define o tensor de energia-momento. No tensor energia-momento está contida toda informação sobre o conteúdo energético e de matéria.

É possível introduzir um termo de constante cosmológica na equação de Einstein. Para isso, basta adicionar à ação de EH o termo  $\int d^4x \sqrt{-g} \Lambda$ , cuja variação em relação a  $g_{\mu\nu}$  resultará em

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + \Lambda g_{\mu\nu} = -\kappa T_{\mu\nu}. \quad (2.13)$$

Essas são as equações de campo de Einstein em sua forma mais geral, incluindo o termo de constante cosmológica,  $\Lambda$ . Note que do lado esquerdo de Eq. (2.13) temos informação sobre a curvatura do espaço-tempo, enquanto do lado direito temos informação sobre a matéria que produz essa curvatura. Portanto, *a matéria diz ao espaço-tempo como se curvar e o espaço-tempo diz a matéria como se mover* [32].

O conjunto de equações de Einstein dado por (2.13) apresenta diferentes soluções. Uma delas é de interesse cosmológico - a solução FLRW - e que adotaremos em nosso estudo do Universo primordial como será visto posteriormente, nessa tese.

## 2.2 Solução de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker

Com a publicação do artigo de Einstein em 1917 iniciou-se a era da cosmologia moderna. Após a era em que a natureza era descrita pela Mecânica Newtoniana, com o advento da Teoria da Relatividade Geral em 1915, a comunidade científica pode formular um modelo cosmológico capaz de descrever o Universo. Para o desenvolvimento da física no século XX, o estudo da solução das equações de Einstein foi de suma importância. Uma solução de particular interesse para a Cosmologia é a métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW), descrita pelo seguinte elemento de linha

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) \left[ \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right]. \quad (2.14)$$

Na Eq. (2.14), as coordenadas  $(r, \theta, \phi)$  são denominadas esféricas co-móveis. A coordenada  $t$  representa o tempo cósmico e,  $a(t)$  corresponde ao fator de escala do Universo. O parâmetro  $k$  é uma constante que define a curvatura espacial e assume valores  $k = -1, 0, 1$ , respectivamente. Para cada valor de  $k$  tem-se um tipo de geometria distinta: geometria plana para  $k = 0$ ; geometria hiperbólica para  $k = -1$  e geometria esférica para  $k = 1$ . No presente estágio de evolução do Universo, os dados observacionais disponíveis apontam que, em grandes escalas, o Universo é muito próximo de ser plano<sup>4</sup>, isto é,  $k = 0$ . Contudo, descrever de forma natural este valor constitui um dos problemas em aberto, denominado problema da planura, que será discutido posteriormente.

A solução FLRW constitui um modelo de espaço-tempo homogêneo e isotrópico em escalas cosmológicas [29], compatível com o Princípio Cosmológico, o qual diz não haver no Universo nenhuma direção e localização privilegiadas [30]. Além disso, as simetrias presentes na métrica (2.14), quando inseridas nas equações de campo de Einstein, mostram que o conteúdo material do Universo deve apresentar também as mesmas simetrias. Assim, este conteúdo material é descrito por um fluido perfeito.

<sup>4</sup>Para mais detalhes, veja a Ref. [1].

Para descrever a dinâmica do Universo e determinar a evolução do fator de escala  $a(t)$ , considera-se o conteúdo de matéria e energia do espaço-tempo como sendo um fluido perfeito [30,33] nas equações de Einstein (2.13). O tensor de energia-momento é descrito por

$$T_{\mu\nu} = \left(\rho + \frac{p}{c^2}\right) u_\mu u_\nu - pg_{\mu\nu}, \quad (2.15)$$

em que  $T_{\mu\nu}$  é o tensor energia-momento;  $\rho$  é a densidade;  $p$  é a pressão e  $u_\mu$  é a quadrivelocidade.

Ao se aplicar a métrica dada pela Eq. (2.14) dentro das componentes da Eq. (2.13), chega-se às seguintes equações dinâmicas:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho + \frac{1}{3}\Lambda c^2 - \frac{kc^2}{a^2}, \quad (2.16)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}\left(\rho + \frac{3p}{c^2}\right) + \frac{1}{3}\Lambda c^2. \quad (2.17)$$

Essas são as equações de Friedmann e Raychaudhuri, respectivamente, assumindo o Universo como sendo um fluido perfeito em FLRW. Na Eq. (2.16), tem-se que

$$H \equiv \frac{\dot{a}}{a} \quad (2.18)$$

é o parâmetro de Hubble, que descreve a expansão do Universo. Além disso, a Eq. (2.16) mostra também a relação entre essa mudança do fator de escala e a densidade de energia, curvatura espacial  $k$  e constante cosmológica  $\Lambda$  [29]. A densidade de energia total  $\rho$ , representa a contribuição de todas as componentes de matéria e energia presentes no Universo (radiação, matéria e constante cosmológica).

Outro parâmetro cinemático que pode ser definido a partir da Eq. (2.17) é

$$q \equiv -\frac{a\ddot{a}}{\dot{a}^2}, \quad (2.19)$$

denominado parâmetro de desaceleração. O parâmetro de desaceleração mede a aceleração do Universo em função da densidade de matéria e da pressão do fluido [34]. Assim, de Eq. (2.17) há possibilidades para descrever a evolução do Universo:  $\ddot{a} > 0$  expansão (ou contração) acelerada,  $\ddot{a} < 0$  expansão (ou contração) desacelerada [35]. Os cenários do Big Bang são centrados na expansão desacelerada e, posteriormente, uma expansão acelerada na era de domínio da constante cosmológica. Ao modelo padrão do Big Bang, muitas vezes, adiciona-se uma fase de inflação (acelerada) no universo primordial para resolver certos problemas do modelo padrão da cosmologia. No decorrer deste capítulo será discutido esse caso com mais detalhes.

Como o objetivo deste trabalho está centrado no estudo do Universo primordial,  $k$  e  $\Lambda$  podem ser desprezadas nas Eqs. (2.16) e (2.17) durante este estágio do Universo. Contudo, a equação de Friedmann assegura que, a expansão (ou contração do Universo) é regida apenas pela densidade de energia e a pressão do fluido cosmológico, quando a constante cosmológica é desprezível. Assim, é possível checar que, na ausência de  $\Lambda$  (isto é,  $\Lambda = 0$ ) ocorre uma expansão acelerada ( $\ddot{a} > 0$ ) apenas se a condição de energia forte  $\rho + 3P < 0$  é violada [33, 36].

### 2.2.1 Evolução das componentes do fluido cosmológico

Em escalas maiores que aproximadamente 100 Mpc o conteúdo material do Universo pode ser descrito por um fluido perfeito, conforme Eq. (2.15)<sup>5</sup>. Derivando a Eq. (2.16) no tempo e, combinando com as Eqs. (2.16) e (2.17) chega-se a equação de conservação do fluido<sup>6</sup>

$$\dot{\rho} + 3 \frac{\dot{a}}{a} (\rho + p) = 0. \quad (2.20)$$

<sup>5</sup>A partir de agora trabalharemos com unidades naturais, onde  $c = 1$ .

<sup>6</sup>Essa expressão para a conservação da energia também pode ser obtida usando a conservação do tensor energia-momento,  $\nabla_{\mu} T^{\mu\nu} = 0$  [29, 30].

Reescrevendo a Eq. (2.20), tem-se que

$$\frac{d}{da}(\rho a^3) = -3pa^2 \quad (2.21)$$

Para um fluido barotrópico com equação de estado dada por

$$p = w\rho, \quad (2.22)$$

com  $w$  constante, a solução dessa equação diferencial é

$$\rho = \rho_0 \left( \frac{a}{a_0} \right)^{-3(1+w)}, \quad (2.23)$$

onde  $\rho_0$  é a densidade de energia do Universo hoje e impondo que  $a_0 = 1$ , corresponde ao fator de escala hoje. Outra solução dessa equação diferencial é dada por

$$a = a_0 \left( \frac{t}{t_0} \right)^{\frac{2}{3(1+w)}}. \quad (2.24)$$

Para obter as soluções das equações de Einstein que nos dão a evolução do fator de escala  $a(t)$  <sup>7</sup> é necessário especificar qual o conteúdo material do Universo. Assim, diferentes escolhas de  $w$  na equação de estado correspondem às diferentes componentes do fluido cosmológico. No entanto, três valores são especialmente importantes em Cosmologia:

- Radiação:  $w_r = 1/3 \rightarrow \rho_r \propto a^{-4}$  e  $a \propto t^{1/2}$ ;
- Poeira:  $w_m = 0 \rightarrow \rho_m \propto a^{-3}$  e  $a \propto t^{2/3}$ ;
- Vácuo:  $w_\Lambda = -1 \rightarrow \rho_\Lambda \propto a^0$  e  $a \propto e^{Ht}$ .

Acima, o vácuo está representado pelo símbolo da constante cosmológica ( $\Lambda$ ), pois, ela está comumente associada a uma energia do vácuo, embora possua um valor previsto pela teoria quântica de campos de aproximadamente 120 ordens de magnitude mais alta que o valor necessário para gerar a aceleração

<sup>7</sup>Vale ressaltar que, a dinâmica do Universo é regida pela evolução do fator de escala e depende, também, do conteúdo material do Universo. Isto é, radiação, matéria bariônica, matéria escura, campo escalar, etc.

observada atualmente no Universo [37, 38]. Como é possível notar, cada valor da constante  $w$  descreve uma era de domínio diferente.

Inicialmente, pela teoria do Big Bang, o Universo inicia em uma singularidade ( $t = 0$ ). Mais adiante será discutido um pouco mais sobre a singularidade inicial presente em RG. Posteriormente, o Universo encontra-se preenchido por radiação - era da radiação. À medida que ocorre a expansão e o Universo esfria, a densidade de energia da radiação diminui, isto é,  $\rho_r \propto a^{-4}$  e a matéria não-relativística passa a dominar e  $\rho_m \propto a^{-3}$ . Com isso, o Universo entra na era da matéria. Posteriormente a era da matéria, a constante cosmológica passa a dominar,  $\rho \propto \text{cte}$ , e o Universo entra na era de domínio da constante cosmológica iniciando a expansão acelerada.

### 2.2.2 Densidade crítica e parâmetros de densidade

A equação de Friedmann dada por (2.16) pode ser reescrita como

$$\Omega - 1 = \frac{k}{a^2 H^2}, \quad (2.25)$$

onde  $\Omega$  é o parâmetro de densidade total, definido como

$$\Omega_i \equiv \frac{\rho_i}{\rho_{\text{cr}}} = \frac{8\pi G}{3H^2} \rho_i, \quad (2.26)$$

com

$$\rho_{\text{cr}} \equiv \frac{3H^2}{8\pi G}, \quad (2.27)$$

correspondendo a densidade crítica. O valor da densidade crítica hoje é  $\rho_{\text{cr},0} \equiv 3H_0^2/8\pi G = 1.878 h^2 \times 10^{-29} \text{g cm}^{-3}$ , com  $h = 0.68$  [33]. O valor de  $\rho_0$  hoje está muito próximo de  $\rho_{\text{cr}}$ , tal que o nosso Universo é espacialmente plano. O parâmetro  $\Omega_i$  corresponde à contribuição das diferentes componentes do fluido cosmológico. Isto é, radiação, matéria e energia escura. Desse modo, é possível comparar diferentes modelos cosmológicos, por meio da Eq. (2.26).

Assim, o parâmetro de densidade total dado pela Eq. (2.25) é definido como

$$\Omega \equiv \Omega_m + \Omega_r + \Omega_\Lambda = 1 - \Omega_k, \quad (2.28)$$

onde  $\Omega_k = k/a^2 H^2$ . A equação de Friedmann (2.16) é dada por:

$$H^2 = H_0^2 \left( \frac{\Omega_r}{a^4} + \frac{\Omega_m}{a^3} + \Omega_\Lambda + \frac{\Omega_k}{a^2} \right). \quad (2.29)$$

A Eq. (2.29) é obtida usando a definição dada pela Eq. (2.26) aplicada às componentes do fluido cosmológico combinadas com as soluções dadas por Eq. (2.23) para cada componente do fluido. Além disso, a equação (2.29) representa o modelo cosmológico atual, que contempla tanto os fundamentos do Modelo Padrão da Cosmologia mas também a atual fase de expansão acelerada.

## 2.3 Modelo Padrão da Cosmologia

O Modelo Padrão da Cosmologia foi construído com base em um conjunto de previsões e observações que deram estrutura ao modelo do Big Bang. Dentre elas, estão as observações feitas por Hubble em 1929 de um universo em expansão [39]; explicação para o surgimento e formação de elementos leves na *Nucleossíntese Primordial*, tais como, hidrogênio, hélio e lítio [40], e a predição da existência de uma radiação cósmica de fundo de microondas em 1940 por Alpher e Herman, até sua detecção em 1965, por Penzias e Wilson [41].

Há grandes escalas supõe-se que o Universo é homogêneo e isotrópico. A condição de homogeneidade e isotropia é assumida como hipótese simplificadora para estudar diferentes modelos cosmológicos. O Princípio Cosmológico diz que, a partir de uma dada escala observacional ( $\approx 100$  Mpc), uma vez que o valor exato depende do modelo, o Universo exibe uma distribuição granular uniforme de matéria. Por esta distribuição uniforme de matéria, diz-se, que o Universo é homogêneo e isotrópico. Por homogêneo, entende-se que, a distribuição de matéria mantém-se invariante sob uma translação. E,

por isotrópico, refere-se à invariância por rotação, a qual mostra que não existe uma direção privilegiada para a observação. A confirmação de quão eficaz é o Princípio Cosmológico é dada por meio de dados observacionais da radiação cósmica de fundo (RCF), estruturas em grande escala e o crescimento dessas estruturas, oscilações acústicas de bárions (BAOs), etc.

No cenário usual considera-se uma fase de inflação logo após o Big Bang, à qual, posteriormente, é dominada pela era da radiação. Em seguida, a inflação dará lugar a um Universo dominado por radiação, até o momento em que as quantidades de radiação e matéria se tornam iguais, denominada igualdade matéria-radiação. Posteriormente, a matéria passa a dominar sobre a radiação, sendo responsável pela dinâmica do Universo. Após algum tempo, a densidade de energia da matéria diminui e a energia escura passa a dominar. A natureza da energia escura ainda é desconhecida. O que se sabe é que ela pode ser a constante cosmológica ou, pode ser uma componente energética de origem desconhecida, mas que damos o nome de energia escura - componente responsável pela atual expansão acelerada do Universo. Com isto, acredita-se que esta era de domínio da energia escura seja a responsável pela atual expansão acelerada.

### 2.3.1 O modelo $\Lambda$ CDM

O  $\Lambda$ CDM, também denominado modelo de concordância, inclui componentes escuras, assumindo que a matéria escura seja fria. Pelos resultados do Planck 2018 <sup>8</sup>, os valores atuais para os parâmetros de densidade de cada componente são [1]:

$$\Omega_{r,0} \approx 10^{-5} \quad (2.30)$$

para a radiação,

$$\Omega_{m,0} = 0.3111 \pm 0.0056, \quad (2.31)$$

---

<sup>8</sup>Os dados incluem medidas feitas pelo Planck, combinando  $TT, TE, EE + lowE + lensing + BAO$ , com um nível de confiança de 68%. Para mais detalhes, veja Ref. [1].

incluindo tanto matéria bariônica quanto matéria escura fria e,

$$\Omega_{\Lambda,0} = 0.6889 \pm 0.0056 \quad (2.32)$$

para a energia escura.

Atualmente, pelos últimos resultados do satélite Planck de 2018,  $\Omega \approx 1$ . No entanto, isso acarreta em um valor muito pequeno para o parâmetro de densidade de curvatura. Ou seja,

$$\Omega_{k,0} = 0.0007 \pm 0.0019. \quad (2.33)$$

Como é possível ver, a densidade de energia da radiação é extremamente baixa hoje. O que de fato domina o conteúdo energético do Universo é a contribuição de matéria (bárions + matéria escura) e energia escura. Porém, da quantidade total de matéria, apenas 5% é bariônica. Assim, aproximadamente 95% do conteúdo energético do Universo é de origem ainda desconhecida. Todavia, considerando o modelo cosmológico padrão  $\Lambda$ CDM, após uma fase inflacionária, o Universo é dominado por radiação e, posteriormente, passa a ser dominado pela matéria até chegar a fase atual, dominado pela energia escura. Compreender a natureza da matéria e energia escura é um dos principais questionamentos em aberto na Cosmologia atual.

### 2.3.2 Breve história do Modelo do Big Bang e seus problemas

O modelo BB descreve muito bem a evolução do Universo desde o fim da inflação, quando o Universo é dominado por radiação, até hoje. A descoberta da RCF, abundância de elementos leves e expansão fazem com que este modelo seja de grande sucesso.

Inicialmente, o Universo era extremamente quente e denso. Todas as partículas estavam em equilíbrio térmico em uma sopa de quarks-glúons, comportando-se como um plasma primordial [33]. Neste momento, a radiação era o conteúdo energético dominante no Universo primordial. Alguns instantes

depois, a temperatura foi baixando e, o universo estava a resfriar, expandindo-se, e a matéria passou a ser o conteúdo dominante.

Existem muitos questionamentos em aberto sobre a física do Universo muito primordial. Dentre eles, está a temperatura eletrofraca  $T_{EW} = 159.5 \pm 1.5 \text{ GeV}$  prevista pelo modelo padrão da física de partículas (do inglês, *Standard Model*). Abaixo desse valor, diz-se que a teoria quebra-se. Isto é, ao cruzar essa dada escala de energia, o Universo primordial evoluiu de uma fase simétrica (altas temperaturas) para uma fase quebrada (baixas temperaturas) sem desviar do equilíbrio térmico, tornando, por exemplo, bariogênese eletrofraca ineficaz [42]. Entretanto, há altas temperaturas, todas as partículas são efetivamente não - massivas e, as forças eletromagnética e nuclear fraca têm o mesmo comportamento. Analogamente, a simetria que surge da combinação dessas três forças que descrevem a interação fundamental: eletromagnética, nuclear fraca e nuclear forte deverá ser quebrada. Porém, não há um consenso sobre quando isso acontece.

Por volta de  $10^{-12}$ s após o Big Bang, o Universo ainda se encontrava em um estado quente de plasma *quarks-glúons*. À medida que o Universo esfria, quando  $T \sim 200 \text{ MeV}$  ( $10^{-6}$ - $10^{-5}$  s), começa a transição *quark-glúon*. Os quarks e glúons livres ficam confinados dentro de bárions e mésons. Aqui são formados os primeiros *hádrons*. Este confinamento de quarks inclui a formação de prótons e nêutrons responsáveis por formar os núcleos atômicos. Quando a temperatura do Universo caiu ainda mais, aproximadamente em torno de  $1 - 2 \text{ MeV}$  ( $\sim 0.2$ s), dois eventos importantes ocorreram. O primeiro deles foi o desacoplamento de neutrinos primordiais de outras partículas. O segundo deles foi que, as interações que mantêm nêutrons e prótons em equilíbrio térmico ficam ineficientes [43]. Diante disto, a quantidade de nêutrons sobreviventes deste processo determina as abundâncias dos elementos primordiais.

Em 1s após o Big Bang, quando a temperatura do Universo é cerca de  $\sim 0.5 \text{ MeV}$ , os pares *elétron-pósitron* presentes no Universo muito primordial começam a se aniquilar. Apenas uma quantidade muito pequena de elé-

trons sobrevive após essa aniquilação. Os *fótons* produzidos nesse processo encontram-se em equilíbrio térmico e, a temperatura da radiação aumenta comparada a dos neutrinos. Os neutrinos desacoplam da matéria, criando um fundo cósmico de neutrinos <sup>9</sup>.

Em um redshift de aproximadamente  $z = 10^8$ , correspondente aos instantes 10 s - 20 min após o Big Bang, o Universo ainda era denso e quente para iniciar as reações nucleares que se tornaram eficientes quando a temperatura era cerca de  $\sim 0.05$  MeV. Prótons e elétrons livres formaram os primeiros núcleos de hélio e outros elementos leves. Os mais abundantes sendo  $^4He$ ,  $D$ ,  $^3He$  e  $^7Li$ . A abundância desses elementos leves é resultado da chamada *Nucleossíntese do Big Bang*- (BBN).

Após a BBN, quando a temperatura do Universo é da ordem de 1 eV ( $\sim 10^{11}$  s) ocorre a igualdade matéria-radiação em  $z_{eq} \approx 3387$ , que separa a época dominada de radiação da época dominada pela matéria. No intervalo de tempo  $\sim 10^{12} - 10^{13}$  s, os elétrons livres e prótons se recombinam e hidrogênio neutro é formado. O Universo torna-se transparente ao fundo de radiação. Anterior à recombinação, a matéria estava ionizada, portanto, era opaca aos fótons.

Na recombinação, os elétrons se juntam aos núcleos para formar os átomos. Após à recombinação, o Universo fica transparente aos fótons. No desacoplamento, os fótons não mais se espalham, o que ocorre em  $z = 1090$  (denominado superfície de último espalhamento (*LSS - Last Scattering Surface*) <sup>10</sup>.

As primeiras galáxias, clusters de galáxias e demais estruturas em larga escala observadas no Universo hoje foram formadas há aproximadamente, 700 milhões de anos atrás ( $\sim 10^{16} - 10^{17}$  s). Eles se formaram por meio

<sup>9</sup>Esses neutrinos estão presentes até hoje, porém, não observamos esse fundo cósmico de neutrinos, tal como a radiação cósmica de fundo. Mas existem projetos que visam a construção de um mapa do céu semelhante ao RCF, mas com neutrinos, o Cosmic Neutrino Background [44].

<sup>10</sup>Os fótons da CMB se desacoplaram da matéria e puderam viajar livremente pelo Universo. Eles continuam chegando até hoje, no Universo mais recente, trazendo informações do Universo primordial. No entanto, a foto do Universo antigo mais recente que temos, é o mapa da radiação cósmica de fundo 380.000 anos. As flutuações de temperatura do CMB, induzidas pela distribuição de matéria ligeiramente não homogênea na recombinação, sobrevivem até os dias atuais e fornecem informações diretas sobre o estado do Universo na última superfície de espalhamento [43].

das inhomogeneidades (flutuações de densidade) supostamente acreditadas serem geradas com a inflação. Com o domínio da força de atração gravitacional, a matéria foi caindo nos poços de potenciais, aglutinando-se e formando as primeiras estruturas. As regiões mais densas no Universo, agregaram mais massa, enquanto, regiões menos densas perderam massa.

Atualmente, os dados observacionais mostram que o Universo com aproximadamente 13.8 bilhões de anos se encontra em uma fase de expansão acelerada. Isso acredita-se ser pelo fato de, o conteúdo energético dominante seja a energia escura, que pode ser representada por uma constante cosmológica. Não se sabe ao certo qual a origem dessa componente de energia (ou se é mesmo uma componente energética). A única evidência que se tem da energia escura é a expansão acelerada do Universo [45]. Pelos resultados observacionais, 95% do conteúdo energético do Universo é de origem ainda desconhecida. Assim, determinar a natureza da matéria e energia escura é tópico de grande interesse da comunidade científica.

Embora a cosmologia do Big Bang tornou-se um modelo de grande sucesso, o cenário BB não explica algumas questões sobre o Universo: como o Universo tornou-se tão plano e uniforme, algumas características da RCF e monopolos magnéticos, são alguns exemplos. Tais problemas são chamados enigmas do Big Bang. Entretanto, tais aspectos observados no Universo não são explicados pelo cenário do BB, mas considerando uma fase inflacionária, eles são solucionados.

### **2.3.2.1 Problema da Planura**

O problema da planura também conhecido como problema do ajuste fino consiste em explicar por que a densidade de energia total do Universo atual é próxima da ordem da densidade crítica. Pelas observações atuais, o parâmetro de densidade tem um valor que se aproxima de 1. Assim,  $\Omega_0 \approx 1$ , o que corresponde a um Universo que possui uma geometria muito próxima de ser plana. Das equações de Friedmann, assumindo uma curvatura genérica, tem-se:

$$\Omega - 1 = \frac{k}{a^2 H^2}, \quad (2.34)$$

onde a densidade total é dependente do tempo ( $\Omega \equiv \Omega(t)$ ) e representa a contribuição de todas as componentes de energia presentes no Universo hoje: radiação, matéria e energia escura.

A distância comóvel de Hubble é função que depende do tempo, isto é,  $d_H \equiv (aH)^{-1}$ . No entanto, à medida o Universo evolui, a quantidade  $|\Omega - 1|$  também aumenta. Desse modo, para obter o Universo tal como é observado hoje, há uma necessidade de ajustar o valor de  $\Omega$  no início do Universo. Mais especificamente, um desvio é encontrado a partir da Nucleossíntese do Big Bang, durante a era GUT e na escala de Planck [46, 47]. Logo, na era da Nucleossíntese primordial, essa quantidade vale

$$\frac{|\Omega - 1|_{(\text{Nucl})}}{|\Omega - 1|_{(0)}} \approx \left( \frac{a_{\text{Nucl}}^2}{a_0^2} \right) \approx O(10^{-16}). \quad (2.35)$$

Na era GUT,

$$\frac{|\Omega - 1|_{(\text{GUT})}}{|\Omega - 1|_{(0)}} \approx \left( \frac{a_{\text{GUT}}^2}{a_0^2} \right) \approx O(10^{-55}). \quad (2.36)$$

Extrapolando um pouco mais e indo até a escala de Planck, chega-se

$$\frac{|\Omega - 1|_{(\text{Planck})}}{|\Omega - 1|_{(0)}} \approx \left( \frac{a_{\text{Planck}}^2}{a_0^2} \right) \approx O(10^{-60}). \quad (2.37)$$

Com isso, é evidente que, nos estágios iniciais do Universo, a curvatura era mais espacialmente plana. Entretanto, quando o universo tinha aproximadamente 1s,  $\Omega_{\text{total}} = 1$ , com uma acurácia de  $1/10^{15}$  para ter o valor observado hoje [48]. Logo, tem-se o seguinte questionamento: por que em sua fase inicial, o Universo é tão espacialmente plano? Este é um problema do Big Bang que não consegue explicar esse ajuste tão fino nas condições iniciais do Universo.

A ausência de curvatura global hoje, é a que indica que o Universo era ainda mais plano no passado.

### 2.3.2.2 Problema do Horizonte

Um dos problemas mais importantes do modelo BB consiste em explicar como regiões que estavam totalmente desconexas no passado, hoje, encontram-se a uma mesma temperatura.

O mapa da RCF mostra uma grande homogeneidade e isotropia. Porém, como explicar o fato que, essas regiões que a princípio estariam tão distantes e fora do equilíbrio térmico, antes do desacoplamento matéria-radiação (entre os fótons e matéria) preservaram o espectro térmico e hoje encontram-se em equilíbrio? Para compreender o problema, considere o caminho percorrido por um fóton. A distância máxima percorrida por um raio luminoso entre o instante de tempo 0 e o instante de tempo  $t$  é

$$\tau \equiv \int_0^t \frac{dt'}{a(t')} = \int_0^a \frac{da}{a^2 H} = \int_0^a d \ln a \left( \frac{1}{aH} \right), \quad (2.38)$$

onde usamos a relação entre o tempo conforme e o tempo cósmico  $d\tau = dt/a$  e a distância do raio comóvel de Hubble  $d_H \equiv (aH)^{-1}$  [46].

Para um Universo dominado por um fluido cuja equação de estado é  $w = p/\rho$ , temos que [46]

$$(aH)^{-1} = H_0^{-1} a^{\frac{1}{2}(1+3w)} \quad (2.39)$$

e

$$\tau \propto a^{\frac{1}{2}(1+3w)}. \quad (2.40)$$

Note que existe uma dependência no expoente  $(1 + 3w)$  ser positivo ou negativo. Assim, para o cenário padrão no qual a expansão do Universo é dominada por matéria e radiação, isto é,  $w = 0$  e  $w = 1$ , o raio de Hubble e o horizonte comóvel crescem e o horizonte comóvel correspondente à fração do Universo em contato causal <sup>11</sup>, aumenta com o tempo. Esse aumento do horizonte comóvel com o tempo indica que as escalas comóveis que entram no horizonte hoje estavam fora da região onde poderia ocorrer contato causal antes da superfí-

<sup>11</sup> Isto é, objetos que se encontram dentro do mesmo horizonte.

cie do último espalhamento (quando se formou a radiação cósmica de fundo). Todavia, a isotropia observada na radiação cósmica de fundo indica que o Universo era extremamente homogêneo no momento do desacoplamento, compreendendo regiões que, antes, não estavam em contato causal. Assim, o grande questionamento é saber como o Universo conseguiu atingir um alto grau de homogeneidade, visto que, não houve tempo para termalizar.

### 2.3.2.3 Monopolos Magnéticos

O problema denominado abundância de monopolos magnéticos decorre do fato que, no Universo muito primordial as forças fundamentais da natureza estavam unificadas. Como um produto dessa grande unificação, partículas super massivas com uma carga magnética resultante foram produzidas. Tais partículas são denominadas monopolos magnéticos. Porém, à medida que o Universo foi se expandindo e sua temperatura baixando (para uma escala menor que  $\approx 10^{16}$  GeV), ocorreu uma transição de fase. Essa transição de fase está associada a um processo físico denominado quebra espontânea de simetria. Por meio dessa quebra espontânea de simetria que ocorreu como consequência dessa variação de temperatura, originaram-se os defeitos topológicos (ou resíduos), tais como, monopolos magnéticos, cordas cósmicas, paredes de domínio e texturas<sup>12</sup>. Embora essas partículas sejam previstas, elas não são observadas no Universo. Contudo, faz-se necessário a criação de um mecanismo que justifique a ausência delas no Universo [49].

## 2.4 Período Inflacionário

O primeiro cenário inflacionário foi proposto por Alan Guth (1981). Nesse modelo, supõe-se que o Universo passou por uma fase exponencial de expansão acelerada, transitando de um estado de falso vácuo super-resfriado para o estado de um verdadeiro vácuo [50]. O paradigma inflacionário foi de-

<sup>12</sup>Monopolos magnéticos seriam mais abundantes no Universo primordial. Sua existência deveria conduzir o Universo a um colapso em um curto período de tempo. No entanto, deve haver algum mecanismo capaz de diluí-los, uma vez que hoje, não são observados.

envolvido inicialmente para fornecer as condições iniciais do modelo de Big Bang, tornando-se o mais aceito, atualmente. O modelo inflacionário cria um cenário bastante interessante, que descreve o Universo em estágios anteriores à descrição do modelo padrão [51]. Entretanto, o período inflacionário não discorre sobre o problema da singularidade e épocas anteriores a este período. Muitas tentativas de extensão da inflação ao passado remoto, para que a singularidade inicial fosse removida, não obtiveram sucesso.

Conforme visto na seção anterior, no modelo padrão da cosmologia, o Universo inicia na era de domínio da radiação, seguida pela era de domínio da matéria. Em ambas as eras, o Universo expande desaceleradamente ( $\ddot{a} < 0$ ). Embora o modelo cosmológico padrão seja de grande sucesso na descrição do Universo, ele apresenta alguns problemas relacionados a ajuste fino, causalidade e resíduos não diluídos pela expansão. No entanto, esses problemas podem ser solucionados na presença de uma fase de expansão acelerada ( $\ddot{a} > 0$ ), anterior à era da radiação. Assim, da Eq. (2.17),

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) > 0$$

$$\implies (\rho + 3p) < 0. \quad (2.41)$$

Esta inequação nos indica que, para promover uma fase de expansão acelerada é necessário ter uma componente material no Universo, com uma pressão suficientemente negativa. Isto é,  $p < -\rho/3$ . Ela resolve os enigmas do Big Bang, tais como: planitude espacial do Universo, a homogeneidade vista na RCF, além de sugerir uma explicação causal para a origem de suas anisotropias (inomegeneidades) e a abundância de monopolos magnéticos no Universo com base na física fundamental.

### 2.4.1 Solução dada pela inflação

A inflação fornece um mecanismo para resolver os problemas da cosmologia do Big Bang. Aqui será discutido como cada um deles pode ser solucionado.

#### 2.4.1.1 Problema da Planura

Ao reescrever a Equação de Friedmann como

$$|\Omega_{\text{total}} - 1| = \frac{|k|}{a^2 H^2} \quad (2.42)$$

observamos que no contexto do Big Bang estamos de face a problema, pois, no Universo primordial,  $\Omega_{\text{total}} = 1$  é um ponto de equilíbrio instável. Qualquer variação mínima no seu valor com relação a 1, ocasionará em um aumento dessa diferença com o tempo. Durante as eras de domínio da radiação e da matéria, essa quantidade  $|\Omega_{\text{total}} - 1|$  cresce proporcionalmente a  $t$  e a  $t^{2/3}$ , segundo Eq. (2.24). Todavia, a cosmologia padrão do Big Bang não fornece nenhuma explicação para isto e, simplesmente considera este valor como condição inicial.

A inflação reverte esta situação assumindo a condição [52]

$$\ddot{a} > 0 \quad \implies \frac{d\dot{a}}{dt} > 0 \quad \implies \frac{d}{dt}(aH)^{-1} < 0. \quad (2.43)$$

Esta condição nos indica que, se o parâmetro de Hubble permanecer aproximadamente constante durante a inflação, o horizonte comóvel de Hubble,  $d_H = (aH)^{-1}$  diminui com a expansão. Assim, ao olharmos para a Eq. (2.42) vemos que, se o horizonte comóvel de Hubble decresce com o tempo segundo a Eq. (2.43), o parâmetro de densidade  $\Omega_{\text{total}} \rightarrow 1$ , levando à interpretação de que uma fase inflacionária suficiente, torna a curvatura espacial do Universo praticamente plana, ainda que sua curvatura tenha sido elevada antes da inflação, mas, com a expansão acelerada é possível que tenha sido diluída.

### 2.4.1.2 Problema do horizonte

Em grandes escalas, o universo é muito homogêneo e isotrópico. Essa uniformidade detectada na RCF em todo o universo observável, pressupõe que regiões que durante o desacoplamento que não estavam em contato causal, apresentavam a mesma temperatura. O cenário inflacionário permite dar uma explicação para essa uniformidade observada na RCF.

Na época da inflação, a equação de estado do fluido é  $w \approx -1$ . Logo, pela Eq. (2.39), vemos que o tamanho do horizonte comóvel de Hubble diminui com a expansão acelerada. Isto implica que, as regiões que estavam conectadas causalmente antes da inflação foram esticadas para fora do horizonte durante a inflação, voltando a entrar no horizonte em um período na era de domínio da radiação ou da matéria. Portanto, a região do espaço-tempo correspondente ao Universo observável estava em equilíbrio térmico antes da inflação. Com a inflação, a uniformidade presente nessas regiões foram esticadas até um tamanho maior que o universo observável ocasionando um alto grau de homogeneidade e isotropia, que vemos hoje.

### 2.4.1.3 Abundância de monopolos magnéticos

A justificativa dada pela inflação para a abundância dos monopolos magnéticos e a pouca evidência de serem observados, segue do fato que, a expansão exponencial dilui rapidamente a densidade dessas possíveis partículas extremamente massivas com uma carga magnética resultante, durante essa fase. Para garantir que essas partículas não sejam recriadas após o fim da fase inflacionária, a condição importante é que, o decaimento do ínflaton sendo convertido em matéria convencional (no fim da inflação) não deve gerar novamente essas partículas magnéticas. Logo, a temperatura em que o Universo se encontra após a inflação não deve ser tão alta, para garantir que não haja nova produção de monopolos magnéticos [52].

O modelo inflacionário não apenas resolve esses problemas da cosmologia do Big Bang, mas também prevê corretamente o espectro de potência

primordial, cuja evolução determina as flutuações de temperaturas na RCF e a formação de estrutura em grande escala no Universo [43], mesmo tendo sido desenvolvido muito antes dos dados observacionais acessíveis hoje.

Há diferentes modelos capazes de explicar a fase de expansão exponencial acelerada no universo primordial. Os modelos inflacionários mais simples consideram apenas um campo escalar  $\phi$  denominado *ínflaton*, que, submetido a um potencial  $V(\phi)$ , ocasiona em uma expansão acelerada. A descrição dessa fase é feita no cenário em que o período de evolução do campo  $\phi$  caracteriza-se pelo estágio *slow-roll* (rolamento lento). Logo, durante a fase inflacionária, a energia cinética do ínflaton diminui e grande parte da energia fica contida no seu potencial  $V(\phi)$ . Esta energia tem uma pressão negativa, ocasionando desse modo, uma expansão exponencial do Universo [20, 29, 43, 52, 53]. Posteriormente, analisaremos cenários de inflação assumindo diferentes potenciais  $V(\phi)$  e faremos previsões sobre a duração de uma fase inflacionária e pré-inflacionária, no contexto de LQC.

Os dados observacionais advindos da radiação cósmica de fundo permitem testar esses modelos inflacionários com grande precisão, como será discutido nas próximas seções.

### 2.4.2 Dinâmica da Inflação

A dinâmica descrita pela inflação é obtida por meio da ação para um campo escalar  $\phi$ , o *ínflaton*, sujeito a um potencial  $V(\phi)$ . Isto é,

$$S_\phi = \int d^4x \sqrt{-g} \left( \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - V(\phi) \right). \quad (2.44)$$

O tensor energia-momento é

$$T_{\mu\nu} = \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \left( g^{\alpha\beta} \partial_\alpha \phi \partial_\beta \phi + V(\phi) \right). \quad (2.45)$$

Uma vez que a dinâmica é regida pelo campo ínflaton, para que o princípio cosmológico seja satisfeito, assume-se que o campo é função apenas

do tempo  $\phi(t)$ . Desse modo, considerando um Universo de FLRW descrito pela métrica (2.14), a densidade de energia  $\rho_\phi$  e a pressão  $p_\phi$  são dadas por:

$$\rho_\phi = T_{00} = \frac{\dot{\phi}^2}{2} + V(\phi), \quad (2.46)$$

$$p_\phi = T_{ii} = \frac{\dot{\phi}^2}{2} - V(\phi). \quad (2.47)$$

Assim, o parâmetro que descreve a equação de estado de um fluido com  $p = w\rho$ , é dado por

$$w(\phi) = \frac{\frac{\dot{\phi}^2}{2} - V(\phi)}{\frac{\dot{\phi}^2}{2} + V(\phi)}. \quad (2.48)$$

Obtendo  $\dot{\rho}_\phi$  e substituindo as expressões (2.46) e (2.47) na equação da conservação da densidade de energia (2.20), chega-se à equação de movimento para o campo escalar

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V_{,\phi} = 0, \quad (2.49)$$

que corresponde à equação de Klein-Gordon, porém, com um termo de "fricção" devido ao acoplamento do campo *inflaton* com o campo gravitacional [35].

Substituindo os resultados dados pelas Eqs. (2.46) e (2.47) nas equações de Friedmann (2.16) e (2.17), assumindo um Universo plano com  $k = 0$  e  $\Lambda \approx 0$ , obtém-se que

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \left[ \frac{\dot{\phi}^2}{2} + V(\phi) \right] \quad (2.50)$$

e

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{8\pi G}{3} (\dot{\phi}^2 - V(\phi)). \quad (2.51)$$

Para gerar a quantidade suficiente de inflação é necessário que o campo escalar - o *inflaton*, tenha uma pressão suficientemente negativa. Além disso,  $\dot{\phi}^2/2 \ll V(\phi)$  e  $\ddot{\phi} \ll 3H\dot{\phi}, V_{,\phi}(\phi)$ , exigindo um potencial bem plano. Essas condições são denominadas de *slow-roll*. Assumindo essas condições nas Eqs. (2.49) e (2.50), temos que

$$3H\dot{\phi} \cong -V_{,\phi} \quad (2.52)$$

e

$$H^2 \cong \frac{8\pi G}{3} V(\phi). \quad (2.53)$$

Para que a inflação aconteça, o parâmetro de Hubble deve ser muito próximo de constante, isto é,  $H \approx \text{cte}$ , isto é, energia do vácuo. Além disso, para que as condições *slow-roll* sejam garantidas durante a inflação, o potencial do campo ínflaton deve ser bastante plano também. Com isso, defini-se os parâmetros *slow-roll*:

$$\varepsilon \equiv \frac{1}{16\pi G} \left( \frac{V'}{V} \right)^2, \quad (2.54)$$

em que  $V' = \frac{dV}{d\phi}$ . E

$$\eta \equiv \frac{1}{8\pi G} \left( \frac{V''}{V} \right). \quad (2.55)$$

Ambos os parâmetros *slow-roll* obedecem à condição  $\varepsilon \ll 1$  e  $\eta \ll 1$ . A inflação termina quando os parâmetros atingem a ordem de 1. Durante o *slow-roll*  $\phi^2 \ll V(\phi)$  tem-se que Eq. (2.50)

$$H^2 = \frac{8\pi}{3m_{\text{Pl}}^2} V(\phi) \approx \text{const.} \quad (2.56)$$

Usando as aproximações *slow-roll* nas Eqs. (2.46) e (2.47) tem-se que,

$$-p_\phi \approx V(\phi) = \rho_\phi. \quad (2.57)$$

satisfeita à medida que o campo escalar rola lentamente em direção ao mínimo do potencial. O potencial  $V \approx \text{const.}$

Vale ressaltar duas razões para que ambos os parâmetros *slow-roll* dados pelas Eqs. (2.54) e (2.55) sejam menores que 1 unidade. A primeira delas é que  $\varepsilon \ll 1$ , garante a expansão acelerada (quase-exponencial). A segunda delas,  $\eta \ll 1$ , garante que a expansão dure tempo suficiente para solucionar os problemas que a inflação se propõe a resolver [34]. Quando  $\varepsilon = 1$ , a inflação termina e deixa de ser acelerada.

Uma vez que a quantidade de inflação é quantificada pelo número de *e-folds*<sup>13</sup>, por meio da Eq. (2.56), usando a condição *slow-roll* ( $V_{,\phi} \approx -3H\dot{\phi}$ ) e considerando que  $m_{\text{Pl}}^2 = 1/G$ , chega-se à:

$$\begin{aligned}
N(\phi) &\equiv \ln\left(\frac{a_{\text{end}}}{a_{\text{in}}}\right) \\
&= \int_{t_i}^{t_{\text{end}}} H dt \\
&= \int_{t_i}^{t_{\text{end}}} H \frac{dt}{d\phi} d\phi \\
&= \int_{\phi_i}^{\phi_{\text{end}}} \frac{H}{\dot{\phi}} d\phi \\
&\approx -3 \int_{\phi_i}^{\phi_{\text{end}}} H^2 \left(\frac{d\phi}{V'}\right) \\
&\approx \beta \int_{\phi_{\text{end}}}^{\phi_i} \frac{8\pi}{\beta m_{\text{Pl}}^2} \left(\frac{V}{V'}\right) d\phi \\
N(\phi) &= \frac{8\pi}{m_{\text{Pl}}^2} \int_{\phi_{\text{end}}}^{\phi_i} \left(\frac{V}{V'}\right) d\phi. \tag{2.58}
\end{aligned}$$

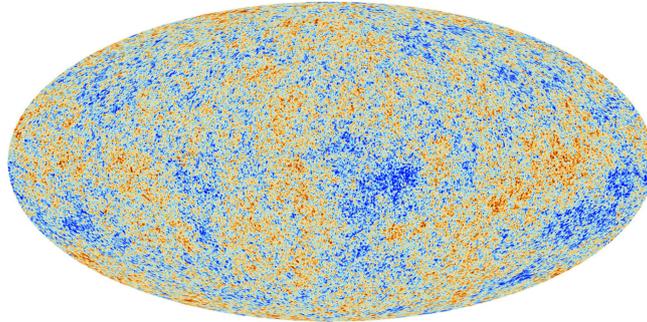
Para que os problemas do modelo do Big Bang - problema do horizonte, planura e monopolos magnéticos- sejam solucionados pela inflação são necessários pelo menos,  $N_{\text{total}} \geq 60$ . Nos dois últimos capítulos desse trabalho serão apresentados e discutidos resultados referentes a estimativas obtidas para a duração de uma fase inflacionária (e também pré-inflacionária), assumindo diferentes classes de potenciais, no contexto de Loop Quantum Cosmology.

## 2.5 Radiação Cósmica de Fundo

Atualmente, a RCF é a maior ferramenta observacional disponível para estudo do Universo primitivo, visto que ela traz informações sobre os primeiros instantes do nosso Universo. Além disso, a RCF revela informações importantes da física de altas energias, em escalas de energia que não estão acessíveis nos experimentos terrestres.

A radiação cósmica de fundo foi descoberta acidentalmente pelos engenheiros de telecomunicações Arno Allan Penzias e Robert Woodrow Wilson,

<sup>13</sup>O quanto o Universo expandiu durante a inflação.



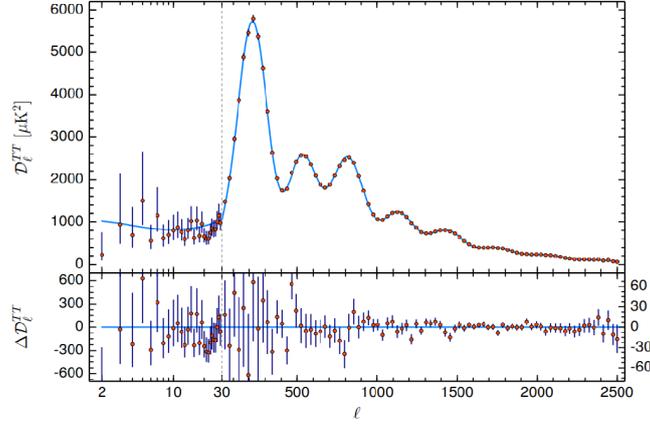
**Figura 2.1:** Radiação Cósmica de Fundo - mapa das flutuações observadas pelo satélite Planck (2018).

Crédito: ESA - Planck Collaboration.

em 1964 [54]. Eles mediram um sinal eletromagnético advindo igualmente de todas as direções do céu. Anteriormente, nos anos 1940, os físicos Gamow e Alpher já tinham previsto haver uma radiação remanescente do início do Universo. Ela, por sua vez, formaria o que chamamos de RCF.

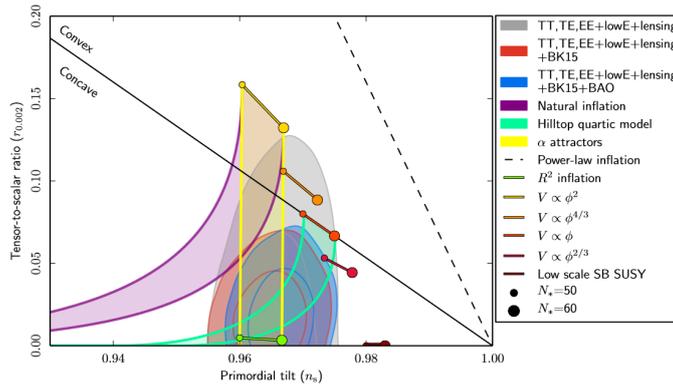
O fundo homogêneo tal como observamos no mapa da radiação cósmica de fundo hoje (veja a Fig. (2.1)) é proveniente dos fótons que sofreram espalhamento 370 mil anos após o Big Bang. Anteriormente a essa época, quando a temperatura era por volta de 3000K, a matéria no Universo estava em um estado ionizado, de tal forma que a luz não conseguia viajar a uma distância considerável, sem que fosse absorvida por um elétron. Tal acontecimento ocorreu já no início da era da matéria. A RCF possui um espectro de corpo negro, com temperatura hoje de 2.7K, dado que, matéria e radiação estavam em equilíbrio durante o último espalhamento. Com a expansão, a temperatura foi diminuindo, os elétrons e núcleos presentes se recombinaram e, átomos neutros se formaram, na chamada superfície de último espalhamento. Posteriormente, os fótons puderam viajar livremente há grandes distâncias sem que fossem absorvidos e, hoje, vemos eles na forma de microondas, que permeiam o Universo, apresentando um alto grau de isotropia.

Em meio a esse fundo homogêneo e isotrópico existem pequenas flutuações de temperatura  $\delta T/T \sim 10^{-5}$ , chamadas de anisotropias da RCF. Essas flutuações de temperatura no Universo primordial seriam as sementes das estruturas presentes no universo atual.



**Figura 2.2:** Espectro de potência angular da RCF segundo medições do Planck 2018 [1].

Crédito: ESA - Planck Collaboration.



**Figura 2.3:** Regiões de confiança para modelos inflacionários com um único campo escalar previsto teoricamente, comparado com dados observacionais para índice espectral e razão tensor-escalar, segundo Planck 2018 [2].

Crédito: ESA - Planck Collaboration.

O estudo da RCF fornece uma medida precisa do espectro de potência angular [55] em função dos multipolos  $l$ . A Fig. (2.2) mostra um exemplo desse espectro de potência angular das flutuações de temperatura da RCF medidas pelo Planck [1]. No cenário de LQC que será considerado nesse trabalho, buscamos sinais do regime quântico do universo nos baixos multipolos, porém, sabemos que nestes baixos multipolos temos o problema da variância cósmica. Isso faz com que a nossa compreensão dessa região seja limitada e, portanto, existem questionamentos sobre o quanto estes sinais realmente poderiam vir a ser identificados.

A explicação para a amplitude das flutuações de temperatura observadas hoje na RCF está relacionada aos seguintes fatores: flutuações intrínsecas de densidade na época da superfície de último espalhamento e o potencial gravitacional causados por essas flutuações. Fótons advindos de regiões mais densas possuem temperatura maior, todavia, os mesmos devem emergir de um poço potencial mais profundo e, portanto, sofrem maior *redshift* perdendo energia. O efeito na temperatura observada inerente da perda de energia dos fótons quando esses emergem do poço de potencial é maior que o efeito positivo na sobredensidade. Logo, regiões observadas hoje, como sendo mais frias, são de fato, oriundas de sobredensidades durante a época em que ocorreu o último espalhamento [56].

Outra previsão obtida por meio da RCF é para o índice espectral e a razão tensor-escalar restringindo alguns modelos inflacionários que envolvem um único campo escalar, conforme podemos ver na Fig. (2.3). Através dessa figura verificamos que o modelo inflacionário do Starobinsky que abordaremos na segunda parte do nosso trabalho (equivalente ao  $R^2$  inflation na Fig. (2.3)) se ajusta muito bem aos dados do Planck.

Através das características apresentadas da RCF, informações importantes podem ser obtidas referentes aos parâmetros cosmológicos e acerca do Universo primordial conforme discutiremos no decorrer desse trabalho.

## 2.6 Singularidade inicial

O problema da singularidade existente no modelo do Big Bang surge exatamente do fato que, em Relatividade Geral (RG), a representação do espaço-tempo é um contínuo suave. Isto é, próximo da singularidade, RG fornece uma descrição da natureza geométrica do espaço-tempo, não muito precisa. Os efeitos quânticos tornam-se muito importantes no regime de altas energias, onde as densidades de matéria são enormes. Assim, a singularidade do Big Bang é uma previsão da RG em um regime de não-aplicabilidade da teoria. Entretanto, faz-se necessária, a introdução de uma teoria que explique tais efeitos,

como a natureza dinâmica da geometria considerada na RG clássica e também as ramificações da física quântica [35, 36, 57]. O importante aqui, é considerar os efeitos quânticos que passam a ser importantes no regime de altas energias. Ou seja, é necessária uma reformulação da teoria da relatividade geral ou, a inserção de uma nova teoria - teoria de gravidade quântica.

A singularidade inicial pode ser vista analisando a equação de Friedmann dada por (2.16). Vimos que Universo com geometria plana  $k = 0$ , chega-se à

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho, \quad (2.59)$$

onde  $\rho = \rho_r + \rho_m + \rho_\Lambda$  é a densidade de energia total. Voltando ao passado, o fator de escala diminui, e isso implica em um aumento na densidade de energia. Pela Eq. (2.59), vê-se que, se  $a \rightarrow 0$ ,  $\rho \rightarrow \infty$  e energias na escala de Planck são atingidas e a RG não é mais válida. No entanto, isso indica a presença de uma singularidade ao evoluir o Universo de volta no tempo. No entanto, a presença dessa singularidade indica que a teoria está sendo extrapolada para um regime onde ela não é mais válida. Desse modo, qualquer proposta alternativa para eliminar essa dificuldade deve ser assumida como uma tentativa de obter meios de extrapolação [58] dos limites impostos por essa singularidade inicial presente nas equações de campo de Einstein. Para isso, surgem diferentes propostas alternativas, advindas da proposta de uma teoria de gravitação quântica, conforme será discutido no próximo capítulo.

## Capítulo 3

### Diferentes ideias de gravidade quântica

Conforme foi mencionado no capítulo anterior, embora o Modelo Cosmológico Padrão descreva muito bem o Universo há grandes escalas e seja de grande sucesso, ao se dirigir para escalas menores que o comprimento de Planck  $l_P$ , as soluções obtidas por meio das equações de Einstein via Teoria da Relatividade Geral apresentam inconsistências. Surgem singularidades no espaço-tempo, como, por exemplo, buracos negros e singularidade inicial (Big Bang), onde quantidades físicas, como a curvatura do espaço-tempo e densidade de energia, divergem e as leis físicas conhecidas não se aplicam [59–61]. Porém, mesmo na teoria clássica pode-se solucionar o problema da singularidade, sem a necessidade de uma teoria quântica, em princípio. Uma vez que TRG leva a situações onde ela mesma não se aplica, doravante, considerar efeitos quânticos do campo gravitacional descritos por uma teoria de gravidade quântica plausível pode evitar tais singularidades. Vale ressaltar também que existem teorias que preveem modificações clássicas na TRG [62] e que evitam tais singularidades. Aqui nesta tese, em especial nesse capítulo, serão discutidas diferentes ideias de uma teoria de gravidade quântica. Dentre elas: teoria de cordas, de Broglie-Bohm, *string gas cosmology* e *Loop Quantum Cosmology*.

### 3.1 Por que Gravidade Quântica?

A gravidade quântica surge da necessidade de uma tentativa de unificação entre a mecânica quântica e a relatividade geral [63]. A mecânica quântica por sua vez, é responsável por explicar os processos fundamentais do ponto de vista microscópico. Relatividade Geral, por outro lado, fornece um arcabouço que melhor descreve as interações gravitacionais, responsáveis pelos processos físicos ocorrendo em escalas cosmológicas. Contudo, mecânica quântica desde o século passado tem mostrado como qualquer teoria fundamental deve ser embasada em sua estrutura. Essa premissa é possível ver através das teorias que descrevem as forças fundamentais da natureza, a saber: a eletrodinâmica quântica (QED) e a cromodinâmica quântica (QCD), por exemplo. A QED descreve a interação entre as forças eletromagnética com as partículas carregadas (força fraca). A QCD é responsável por descrever a interação forte (entre quarks e glúons). Porém, com Relatividade Geral não é possível fazer o mesmo nos regimes de curvaturas muito elevadas. No entanto, é inevitável que nestes regimes os efeitos quânticos sejam importantes havendo a necessidade de uma descrição quântica da geometria do espaço-tempo, possivelmente evitando, as singularidades da teoria clássica. Obviamente, esta teoria de gravidade quântica deve ser apropriada para que, nos regimes de baixa curvatura, onde a escala de comprimento é maior que a escala de Planck, relatividade geral seja recuperada.

A seguir, serão discutidas qualitativamente algumas abordagens de gravidade quântica e como elas podem solucionar o problema da singularidade inicial.

### 3.2 Teoria de Cordas

No final dos anos 60 houve um aumento considerável em descrever processos envolvendo as interações fortes. Com isto, teoria de cordas foi pro-

posta como possível responsável por estas interações<sup>1</sup>. Porém, com o advento da Cromodinâmica Quântica, na década de 80, as cordas foram utilizadas não apenas para descrever as interações fortes, mas sim, com o intuito de descrever de maneira unificada todas as interações<sup>2</sup> [60, 64]. Desse modo, todas as partículas mediadoras das interações fundamentais conhecidas seriam representadas por cordas. A teoria das cordas em seu modo mais simples, continha partículas não-massivas de spin 2 e era formulada em mais de 4 dimensões, isto é, 9 dimensões espaciais e 1 dimensão temporal. Características estas, que a dificultavam de representar as interações fortes. Porém, no decorrer dos anos 1970 e início de 1980, um grupo de físicos teóricos descreveram essas teorias como sendo covariantes e as mesmas passaram a ser estudadas como possíveis teorias de gravidade quântica [64].

A teoria de cordas fornece arcabouços suficientes para uma tentativa de conciliação [64] entre a mecânica quântica e a relatividade geral, embora as últimas pareçam fundamentalmente incompatíveis. Relatividade Geral, no que lhe concerne, é uma teoria não-renormalizável, isto é, sua constante de acoplamento quadridimensional tem dimensão de inverso da massa ao quadrado. Como um resultado disto, as correções quânticas são muito divergentes. No entanto, para que tais divergências sejam eliminadas, torna-se necessário, fazer um *cut-off* em uma dada escala de energia, que está associada a uma nova física. Logo, relatividade geral é uma teoria incompleta. Todavia, teoria de cordas é finita<sup>3</sup> e não padece dessas divergências no ultravioleta (UV), comuns em certas teorias quânticas de campos. Assim, teoria de cordas apresenta uma estrutura fina e elegante, capaz de fornecer uma teoria unificada completa das interações fundamentais no UV, incluindo a gravidade. Se for possível testá-

<sup>1</sup> Acreditava-se que, os processos de interações fortes eram responsáveis por manter o núcleo atômico estável, por meio das cordas, mantendo as partículas presas aos núcleos. Porém, essa ideia foi abandonada posteriormente, com o sucesso da Cromodinâmica Quântica [60].

<sup>2</sup> Já se sabia, nesse momento, que excitações dessas cordas, ocasionavam na produção de partículas de spin 1, como o fóton, e de spin 2, como o gráviton.

<sup>3</sup> Ao ser expandida perturbativamente, devido ao número de dimensões,  $9 + 1$ , não havia infinitos e, em um certo limite, relatividade geral era recuperada. Embora isto trouxe bastante entusiasmo na época, alguns problemas foram surgindo, conforme podem ser verificados na Ref. [60].

la, mesmo que indiretamente, com experimentos futuros, escalas de energia ainda inacessíveis hoje pelos aceleradores de partículas terrestres poderão ser testadas e, muitos problemas em aberto dentro do modelo padrão da física de partículas poderão ser melhor abordados.

Mesmo que a escala de energia onde possivelmente as cordas encontram-se não pode ser testada diretamente aqui na Terra, do ponto de vista cosmológico, isso traz implicações. Conforme visto no capítulo anterior, o Universo, de acordo com o modelo padrão, ao se estender RG para além do limite no qual a mesma é bem justificada, o Universo teria iniciado em uma singularidade denominada Big Bang. Instantes após o Big Bang, o universo era extremamente denso e quente e a escala de energia era muito alta, a qual em experimentos diretos, ainda não se teve acesso. Acredita-se que tal escala de energia seja a de uma nova física, como teoria de cordas, por exemplo. Assim, o universo viria evoluindo da escala das cordas logo após o Big Bang. Como uma perspectiva cosmológica, compreender melhor a evolução do Universo propiciará oportunidades para observar de forma indireta essa física característica de teoria de cordas em diferentes assinaturas deste regime. Logo, o Universo e sua evolução representam o maior e único experimento possível de física de partículas, cujas energias não podem ser acessadas na Terra [65]. Esse estudo, é sem dúvidas, rico em dados e trará muitas implicações para a física de partículas. Se a teoria das cordas é a teoria correta no universo primitivo, todavia, espera-se que todos os resultados conhecidos da cosmologia sejam incorporados em uma descrição consistente da teoria das cordas. É plausível então, que teoria de cordas esteja subentendida em eventos que ocorreram nos estágios iniciais da evolução do Universo. Assim, a cosmologia poderá vincular a física extraída de teoria de cordas, no início do universo. Entretanto, ainda não é possível testar teoria de cordas nos acelerados de partículas terrestres, pois, escalas de energia muito altas da ordem da escala de energia de Planck estão envolvidas. Mas a Cosmologia pode fornecer acesso à física das cordas, devido ao fato que, com a expansão do Universo, as pequenas escalas que são da ordem do comprimento de Planck seriam trazidas para o regime observável.

### 3.2.1 String gas cosmology

A abordagem conhecida como *string gas cosmology* corresponde ao cenário inicialmente proposto por Robert Brandenberger e Cumrun Vafa em 1989 [66]. *String gas cosmology* é uma interpretação que combina teoria de cordas e cosmologia. Essa abordagem que tem como base teoria de cordas é aplicada ao estudo do universo primordial e tem como características/fundamentos, a existência de novos estados e novas simetrias [67] na Cosmologia, as quais se baseiam nas simetrias advindas de teoria de cordas. Um dos anseios dessa abordagem é a compreensão de como teoria de cordas pode influenciar nos primeiros instantes da cosmologia do universo primordial. Além disso, *String gas cosmology* também fornece uma alternativa ao atual paradigma da cosmologia do universo primordial que é a inflação [67–69].

O propósito desse cenário é estudar como cordas altamente excitadas se comportam quando elas são colocadas em pequenos espaços (dimensões compactificadas). No entanto, características típicas de teoria de cordas, tais como, a temperatura de Hagedorn e a dualidade-T são importantes nesse contexto. A temperatura de Hagedorn corresponde a uma temperatura limitante para um gás de cordas em equilíbrio térmico. Ela surge do fato que, a densidade assintótica dos estados oscilatórios de energia de uma corda cresce exponencialmente. Isto é, como o número de estados oscilatórios das cordas aumenta exponencialmente com a energia, há uma temperatura limite para um gás de cordas em equilíbrio térmico - a temperatura de Hagedorn<sup>4</sup>,  $T_H$  [67]. Desse modo, a divergência na temperatura do universo quando ele se aproxima de  $t \rightarrow 0$  na cosmologia do Big Bang é eliminada [70–72].

Os graus de liberdade da teoria de cordas [68] origina três tipos de modos que contribuem para o espectro das cordas: modos de momento (*momentum modes*), modos circulatorios (*winding modes*) e modos oscilatórios (*oscillatory modes*). Cada um desses modos desempenha um papel importante. Os modos *winding*, por exemplo, correspondem ao número de vezes que uma

<sup>4</sup>Este é o primeiro indicativo que teoria de cordas é uma possibilidade para solucionar o problema da singularidade inicial cosmológica [67].

corda envolve o toro [67]. Os modos oscilatórios representam as flutuações das cordas. Os modos de momento representam o movimento do centro de massa da corda. A dualidade-T (ou target-space duality), que é uma simetria importante neste contexto, é uma equivalência de duas teorias físicas. Um exemplo mais simples dessa relação consiste no fato que, se uma teoria descreve cordas se propagando em um espaço-tempo com o formato de um torus de raio  $R$ , enquanto a outra teoria descreve cordas se propagando no espaço-tempo com formato de um torus com raio  $1/R$ , o espectro de energia dos estados das cordas será invariante nestas duas teorias se trocarmos os números quânticos dos modos de momento com os números quânticos dos modos *winding*. Em suma, dualidade-T relaciona duas teorias com geometrias do espaço-tempo diferentes e leva a uma equivalência entre modelos em pequenas e grandes escalas [73].

No modelo de Brandenberger-Vafa, o universo inicia-se próximo da temperatura de Hagedorn com todas as dimensões compactificadas em um *toro* em escalas de cordas. Os modos de momento e os *winding modes* têm contribuições opostas para a pressão do gás de cordas: os *winding modes* impedem a expansão e os modos de momento impedem a contração, evitando assim, a singularidade. No entanto, interseções entre *winding modes* podem levar a sua aniquilação permitindo que dimensões compactificadas se expandam [70]. As linhas de mundo das cordas têm probabilidade zero de interseção em mais de 4 dimensões espaço-temporais macroscópicas. Assim, *string gas cosmology* pode fornecer um mecanismo natural para explicar por que existem exatamente 3 dimensões espaciais macroscópicas (estendidas).

Outra sutileza importante de se mencionar é como *string gas cosmology* dá conta de explicar a estrutura causal observada no universo hoje. Como é sabido, pontos que hoje parecem estar causalmente desconectados encontram-se em equilíbrio térmico no espectro da RCF. Embora o mecanismo inflacionário explique a estrutura causal, o cenário de *string gas cosmology* fornece uma alternativa, como é mostrado com mais detalhes na Ref. [67]. Nesse cenário, supõe-se que não é necessária uma fase inflacionária. Também, também não existe nesse contexto, o problema do horizonte. Além

disso, a cosmologia inflacionária e *string gas cosmology* apresentam mecanismos distintos para a geração das flutuações de densidade no universo: enquanto na primeira, as flutuações originam-se como perturbações quânticas do vácuo [74–76], na segunda, as flutuações térmicas do gás de cordas são vistas como fontes de inhomogeneidades.

Em suma, no cenário de *string gas cosmology*, o universo inicia em um estado térmico denominado fase de Hagedorn e cria uma estrutura causal sem a necessidade de uma fase inflacionária. Contudo, isso não significa que inflação não possa ter ocorrido. Este modelo de cosmologia para o universo primordial tem como base, o uso de princípios fundamentais que diferencia teorias de cordas de partículas pontuais [77]. Além disso, *string gas cosmology* fornece a estrutura para a construção de um modelo cosmológico não-singular [66]. Outro aspecto importante, conforme mostrado nas Refs. [78,79] é que *string gas cosmology* leva a um espectro de potência das perturbações cosmológicas quase invariante de escala. Assim, este cenário é uma alternativa a inflação cosmológica para explicar a origem da formação de estruturas em grandes escalas observadas no universo atual. Uma predição feita através do cenário de *string gas cosmology* é um suave *blue tilt* no espectro de ondas gravitacionais [77] primordiais, ao contrário da previsão da inflação que produz um *red tilt*.

Em síntese, atualmente, *string gas cosmology* é mais um modelo viável capaz de descrever o Universo sem singularidades, conforme as simetrias da teoria de cordas.

### 3.3 Teoria Quântica de Bohm-de-Broglie

Em 1952, uma alternativa de interpretação da mecânica quântica de Copenhagen foi proposta por Louis de Broglie e elaborada por David Bohm [80, 81]. A nova interpretação tinha como finalidade a formulação de uma teoria capaz de descrever deterministicamente sistemas individuais dentro do domínio quântico. Esta interpretação tem um carácter *ontológico*, isto é, os proces-

tos físicos acontecem sem depender do observador ou do processo externo ao sistema que está sendo estudado [82].

Na teoria de Bohm-de-Broglie, o comportamento dos sistemas quânticos é determinado por variáveis dinâmicas ocultas, que correspondem a entidades hipotéticas, que ainda não foram observadas, porém, fornecem uma descrição determinística do fenômeno quântico [83]. O caráter probabilístico da teoria surge como uma necessidade prática e não como uma dificuldade da mesma em determinar as propriedades do nível quântico do sistema considerado. Todos os detalhes sobre a construção da teoria podem ser encontrados minuciosamente nas Refs. [82–84].

A Teoria Quântica de Bohm-de-Broglie, Teoria Quântica da onda piloto ou Interpretação causal é uma interpretação determinística da Mecânica Quântica. Nela, um sistema individual encontra-se em um estado completamente determinado, mesmo quando não observado, que evolui no tempo conforme as equações de movimento. O caráter probabilístico do sistema no domínio quântico surge como consequência prática da existência de variáveis ocultas, ou seja, as condições iniciais desconhecidas do sistema levam a uma indeterminação prática, que não é intrínseca à natureza quântica. Nesse sentido, a Teoria Quântica de Bohm-de-Broglie, em princípio, pode ser testada por meio de sistemas no chamado não-equilíbrio quântico [85].

Uma vez que, a interpretação de Copenhagen supõe um mundo clássico que dá suporte às medições dos observáveis no mundo quântico, ela supõe também o colapso da função de onda <sup>5</sup>. Assim, quando uma medida é realizada, a função de onda colapsa em um único estado através de um processo que não é descrito pela equação de movimento [83]. No entanto, nota-se que, o fato de fazer uma medida interfere completamente nas características do sistema em análise. Todavia, para estudar o Universo em sua totalidade, do ponto de vista da mecânica quântica, a interpretação padrão não pode ser aplicada. Mas usando a teoria de Bohm-de-Broglie na cosmologia quântica [84, 86–91]

---

<sup>5</sup>Aqui, faz-se importante destacar o problema da medida que está atrelado ao colapso da função de onda na interpretação de Copenhagen. De acordo com essa interpretação, a função de onda é constituída por superposições lineares de estados e satisfaz a equação de Schrödinger.

isso é possível, dado que, tal interpretação não apresenta problemas ao ser aplicada ao estudo do Universo, porque não há necessidade de um observador externo<sup>6</sup>.

Na interpretação de Bohm-de-Broglie aplicada à cosmologia quântica, algumas questões em aberto, como, por exemplo, o problema da medida, o limite clássico, singularidade inicial, existentes há muito tempo podem simplesmente desaparecer, conforme discutido na Ref. [92]. Segundo é inferido nessa referência, a teoria de Bohm-de-Broglie apresenta algumas características que, naturalmente, resolve essas questões. Por exemplo, para o problema da medida, não é necessário invocar a presença de um agente externo fora do sistema físico. Ou seja, o que ocorre é, por exemplo, a transição quântica para a clássica das perturbações cosmológicas, presentes em modelos de inflação e bounce. Na Ref. [84], é mostrado que a singularidade pode ser evitada pelos efeitos quânticos. Isto é, modelos de Universo primordial considerando como conteúdo material fluidos perfeitos podem evitar a singularidade [88, 93, 94]. No contexto da interpretação de Bohm-de-Broglie, próximo da singularidade inicial, o potencial quântico torna-se importante exercendo uma força repulsiva de natureza quântica contrária a força gravitacional [84], evitando assim, a singularidade e levando a expansão.

Em suma, a interpretação de Bohm-de-Broglie pode ser aplicada à Cosmologia produzindo possíveis previsões testáveis e novos efeitos que podem distingui-la de outras abordagens quânticas [84].

### 3.4 Loop Quantum Gravity

*Loop Quantum Gravity* (LQG) é uma das teorias de gravidade quântica mais promissoras, pois, leva-se em consideração a natureza geométrica da RG. A teoria da gravidade é uma teoria geometrodinâmica. Assim, LQG

---

<sup>6</sup>É importante destacar aqui que, na interpretação de Heisenberg da Mecânica Quântica, para colapsar a função de onda é necessário um observador externo ao sistema. Mas se o sistema é todo o Universo, quem é esse observador externo que irá colapsar a função de onda e realizará a medição? De imediato, só poderá ser alguém que esteja dentro do Universo. Isto consiste no problema da medida. Ao tentar aplicar a interpretação de Heisenberg à Cosmologia, você não tem um observador externo ao sistema, para fazer a medida no Universo.

é uma tentativa de quantizar os graus de liberdade geométricos com base em uma formulação não-perturbativa e independente de background [4, 6–9, 95]. Uma vez que LQG ainda não está completamente estabelecida e ainda requer muito trabalho, ela parece fornecer uma estrutura consistente e promissora que responda a questões importantes, como a singularidade inicial [6, 7].

As ideias e técnicas de LQG podem ser aplicadas à modelos cosmológicos particulares. A aplicação dessas técnicas a sistemas cosmológicos homogêneos e isotrópicos com diferentes conteúdos de matéria é denominada Loop Quantum Cosmology (LQC).

### 3.4.1 Loop Quantum Cosmology

Loop Quantum Cosmology é uma aplicação da LQG para um Universo com as simetrias usualmente consideradas em Cosmologia, ou seja, homogeneidade e isotropia.

LQC é a versão reduzida de LQG que usa variáveis de Ashtekar [9], e sua quantização é obtida de holonomias das conexões e fluxos das tríades densitizadas. Em geral, o que se faz em loop quantum cosmology é considerar as simetrias da Cosmologia, reduzindo os graus de liberdade independentes de LQG obtendo assim, modelos cosmológicos com limite clássico em baixas energias, como, por exemplo, modelo de FLRW. Em seguida, aplica-se as ideias e técnicas de LQG a esses modelos cosmológicos na tentativa de quantizá-los. Uma vez que no Universo primordial pequenas escalas de comprimento e altas curvaturas estão envolvidas, os efeitos quânticos devem desempenhar um papel importante. Não somente a singularidade, mas também o espaço-tempo em si, sofre modificações. Assim, LQC permitiu construir modelos cosmológicos, resolvendo singularidades clássicas [96]. Em LQC essas singularidades clássicas são removidas.

Em LQC a singularidade do Big Bang é naturalmente resolvida sendo substituída por um bounce devido aos efeitos geométricos quânticos repulsivos no regime de altas energias do Universo [4, 6]. Assim, considerando a presença de tais efeitos geométricos quânticos nos modelos cosmológicos, en-

quanto as equações de Einstein mantêm um excelente grau de aproximação em baixa curvatura, no regime de Planck, elas sofrem grandes mudanças. Todavia, para a matéria que satisfaz as condições normais de energia, sempre que um invariante de curvatura cresce próximo à escala de Planck, os efeitos da geometria quântica diluem-no, solucionando dessa maneira, as singularidades de RG [97].

Na comunidade de LQC há um grande debate a respeito do surgimento natural de uma fase inflacionária após o bounce. Os cenários não-singulares fornecem uma física plausível capaz de explicar os primórdios e as fases iniciais do universo, que em princípio são testáveis [6, 7, 95, 98]. LQC fornece esse contexto, onde a física no regime de Planck tem potenciais consequências observáveis e poderá ser testada futuramente. Sendo assim, motivados com essa possibilidade de testar e observar *imprints* desse regime quântico do Universo na RCF em um futuro não muito distante, os próximos dois capítulos que seguem nessa tese trazem os resultados de estudos teóricos dentro desta fenomenologia.

Nessa tese vamos discutir no contexto de LQC, o cenário que combina bounce seguido de uma fase inflacionária para estudar o universo primordial [3, 16]. As ideias aqui discutidas servem de motivação para as análises consecutivas.

## Capítulo 4

### RCF e efeitos de Loop Quantum Cosmology

#### - análise estatística

Este capítulo apresenta e discute os resultados obtidos para um estudo sobre estimativas de previsões probabilísticas para a duração de uma fase pré-inflacionária e inflacionária após o bounce em *loop quantum cosmology*. Além disso, ao considerar uma quantidade suficiente de radiação, será determinado como a sua presença em uma fase anterior ao bounce, denominada *pre-bounce*, afeta esses resultados. As análises são feitas para duas classes de potenciais inflacionários, a saber: potenciais monomiais caóticos tipo lei de potência (casos quadrático, quártico e sextico) e o potencial de poço duplo. No caso do potencial de poço duplo foram considerados diferentes valores de vácuo (VEV). As funções densidade de probabilidade (*probability density function*-PDF) para o número de  $e$ -folds dos respectivos potenciais são obtidas. A partir das PDFs obtidas para o número de  $e$ -folds inflacionário e outras quantidades relevantes para cada modelo, resultados probabilísticos produzidos são extraídos dessas distribuições. Este estudo nos permite discutir sobre quais condições cada modelo pode eventualmente, levar a possíveis sinais do regime quântico do Universo, observáveis no espectro da RCF ou, ser excluído, por não prever uma quantidade suficiente de inflação.

## 4.1 Equação de Friedmann em LQC

Em LQC os modelos cosmológicos são descritos adotando técnicas de LQG. Nesse contexto, o espaço-tempo é definido como um modelo altamente simétrico reduzido para estudar o processo de quantização em *loop* [63, 99].

Para obter a dinâmica de background em LQC é necessário primeiro, definir o tipo de modelo cosmológico que será trabalhado. Desse modo, considera-se um universo homogêneo e isotrópico, no qual, o principal conteúdo energético no regime de altas energias é um campo escalar. A equação de Friedmann em LQC é dada por<sup>1</sup>:

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho \left(1 - \frac{\rho}{\rho_{\text{cr}}}\right), \quad (4.1)$$

onde

$$\rho_{\text{cr}} = \frac{3}{8\pi G \gamma^2 \lambda^2} \approx 0.41 \rho_{\text{Pl}} \quad (4.2)$$

é a densidade crítica, correspondente a máxima densidade de energia, onde  $\gamma \simeq 0.2375$ , advindo do cálculo de entropia do buraco negro em LQG [100],  $\lambda$  é a área de “gap” e  $G$  é a constante gravitacional de Newton. A densidade de energia na escala de Planck,  $\rho_{\text{Pl}} = m_{\text{Pl}}^4$ .

A Eq. (4.1) traz fortes implicações para uma nova física do universo primordial no contexto de LQC, devido às modificações no regime de Planck [101]. A primeira delas é que, em RG, se  $\rho$  aumenta  $\dot{a} \neq 0$ . Toda solução representa um universo em expansão ou em contração. Por outro lado, em LQC,  $\dot{a} = 0$  quando  $\rho = \rho_{\text{cr}}$ , o que representa um bounce quântico. Nesse instante,  $H = 0$  e a equação de Friedmann modificada descreve um bounce de natureza geométrica quântica, no qual a densidade de energia não diverge [101]. Para o passado tem-se um universo em contração com  $\dot{a} < 0$  e, para o futuro, um universo em expansão com  $\dot{a} > 0$ . Portanto, o bounce é o ponto de transição entre a fase de contração ( $H < 0$ ) e a fase de expansão ( $H > 0$ ). Para  $\rho \ll \rho_{\text{cr}}$ , recupera-se RG.

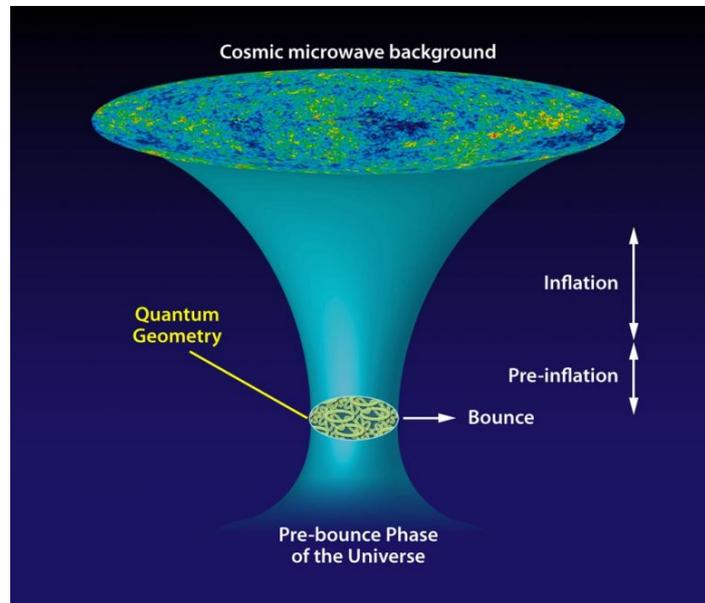
<sup>1</sup>Detalhes da derivação são dados no Apêndice A.

Como é possível verificar pela equação de Friedmann modificada em LQC, a singularidade inicial do big bang presente em RG, agora não existe mais sendo substituída por um bounce que ocorre quando a densidade de energia total atinge a densidade crítica <sup>2</sup>, isto é,  $\rho = \rho_{cr}$  [95, 102]. No bounce veementemente origina-se dos efeitos geométricos quânticos de LQG. Além disso, o bounce é uma consequência direta da geometria discreta de LQG, independentemente das flutuações quânticas.

Analisar a dinâmica efetiva em LQC equivale a inserir correções quânticas nas equações de movimento clássicas. Assim, a dinâmica clássica é modificada com algumas correções gravitacionais quânticas não-perturbativas que são muito importantes nas altas densidades de energia. Porém, tais correções deixam de ser importantes nas baixas densidades de energia, levando às equações clássicas de movimento [103]. Entretanto, para as escalas de energia comparáveis a escala de Planck, elas produzem uma “repulsão quântica” efetiva levando ao bounce. Logo, a escala de descrição LQG/LQC é próxima a de Planck, tornando seus efeitos significativos apenas em regimes de altas curvaturas [7].

Em suma, a dinâmica de evolução do universo primordial é ilustrada na Fig. (4.1). Este cenário é uma representação pictórica do esquema de evolução do Universo segundo o modelo de Agullo *et.all* [104]. À medida que o espaço-tempo contrai e a densidade de energia  $\rho$  aumenta, esses efeitos devido à geometria quântica tornam-se importantes. Quando  $\rho = \rho_{cr}$  ( $H = 0$ ), já no bounce, a própria estrutura geométrica quântica dá origem a uma força repulsiva efetiva que faz com que o universo transite de contração para expansão. Essa força de repulsão é criada pelos efeitos não-perturbativos originados na geometria quântica. Ela é insignificante quando a curvatura diminui/cai significativamente abaixo da escala de Planck, porém, ela surge/aumenta muito eficientemente no regime de Planck profundo, superando a força de atração gravitacional clássica, substituindo assim, o “big bang” por um “bounce” quântico.

<sup>2</sup>Neste caso,  $a$  nunca será nulo, pois, a Eq.(4.1) garante um limite finito para  $\rho$  definido por  $\rho_{cr}$  [6].



**Figura 4.1:** Universo em LQC.

Credit: APS/Alan Stonebraker.

tico [7, 9, 101]. Posteriormente,  $\rho$  diminui já na fase de expansão, e  $H > 0$ . Em seguida, ocorre uma fase de expansão acelerada, denominada inflação. Entre o bounce e o período inflacionário, tem-se o estágio denominado pré-inflacionário, que corresponde ao ponto onde  $H = 0$  (no bounce) e vai até o começo da inflação. Dentro desse período pré-inflacionário, ainda há uma fase de super-inflação, que corresponde ao ponto onde  $H = 0$  e  $H = H_{\max}$ , porém, tem uma curta duração [101]. Posteriormente, inicia o período inflacionário com o potencial do campo escalar (*inflaton*) em seu mais alto valor e a evolução segue seu modo padrão,  $H$  quase constante e  $\ddot{a} > 0$ . Por fim, a fase inflacionária termina com contribuição insignificante advinda do regime quântico do universo. Entretanto, esses efeitos podem ser observados por meio de possíveis sinais na radiação cósmica de fundo.

Um aspecto importante que deve-se ter em mente quanto à dinâmica de LQC (e RG também) é a sua dependência com o conteúdo energético do universo. Assim, as previsões de qualquer modelo dependerão fortemente de qual o conteúdo energético dominante (radiação, inflaton, ekpyrotic field, etc.) no bounce [105]. Todavia, do ponto de vista fenomenológico, existem propos-

tas de cenários cosmológicos que também estão sendo considerados em LQC a fim de determinar se é possível testá-la via observações da RCF. Os três principais são: inflação [3, 16, 18], *matter bounce* [106–109] e ekpyrotic [110–112].

## 4.2 Inflação em Loop Quantum Cosmology

Em geral, diferentes cenários evolutivos são possíveis no contexto de LQC. Todavia, todos eles têm uma característica essencial em comum - a presença de um bounce. O conteúdo energético dominante no bounce é de suma relevância para fazer previsões em LQC, assim também, como para indicar a presença de uma fase de expansão exponencial desejável. Essa fase é de suma importância no estudo do universo primordial.

Inflação é o atual paradigma para o universo primordial e está em bom acordo com as previsões que surgem do espectro da radiação cósmica de fundo e explica a origem das inhomogeneidades presentes no universo primordial, que levaram a formação das estruturas em grandes escalas. Além disso, fornece um cenário cosmológico favorável, capaz de resolver alguns enigmas na cosmologia padrão do big bang - problemas do horizonte e da planitude, por exemplo [20, 53, 113], conforme discutidos no Capítulo 2.

No contexto de inflação clássica é necessário considerar no espaço de soluções clássicas para RG, àquelas soluções que geram inflação suficiente para dar conta das observações atuais [114–116]. Contudo, mesmo que seja exigido uma grande quantidade de ajustes-finos nas constantes e escolhas adequadas de potenciais devem ser feitas, o cenário inflacionário é bastante preditivo. Sob esta perspectiva, nos contextos em que a inflação é mesmo provável de acontecer, somos instigados a investigar a probabilidade de uma quantidade suficiente de inflação em um modelo cosmológico. Porém, definir uma medida para calcular probabilidades em RG e encontrar o ponto de partida para a contagem de  $e$ -folds na presença de um singularidade é um problema a ser enfrentado [116, 117]. Mas recentemente, Gibbons, Hawking e Stewart [114]

estabeleceram a possibilidade de usar a medida de Liouville<sup>3</sup> como candidata para calcular probabilidades em RG.

Na ausência da singularidade, uma probabilidade *a priori* de uma fase de inflação suficientemente longa pode então ser obtida, pois é possível setar as condições iniciais em uma superfície regular sem singularidade. Assim, é possível contar o número de *e*-folds e obter uma distribuição de probabilidade, assumindo as condições iniciais no bounce ou no passado remoto [3, 18, 23]. Além disso, em modelos LQC com um bounce dominado por energia cinética, uma fase inflacionária é quase inevitável [10–15].

É interessante mostrar além da naturalidade da inflação, uma investigação sobre o número de *e*-folds inflacionários mais provável, previstos por esses modelos. Como é bem conhecido, a fase inflacionária deve durar pelo menos 60 *e*-folds para que inflação possa resolver os principais problemas que lhes são propostos [20]. Por outro lado, nos modelos de LQC é necessária uma quantidade maior de *e*-folds para que eles sejam consistentes com as observações. Segundo mostrado na Ref. [21], o bounce e a dinâmica pré-inflacionária deixam marcas na RCF. Guiados por essa premissa, um dos objetivos dessa tese é investigar/obter o número de *e*-folds inflacionários mais provável, através do cálculo de uma função densidade de probabilidade (PDF) [23, 25], que pode ser obtida com condições iniciais assumidas no bounce [101] ou, em uma fase de contração, anterior ao bounce [118].

Seguindo a perspectiva adotada nas Refs. [23, 25], as condições iniciais para o Universo foram definidas na fase de oscilação do campo ínflaton durante o estágio de contração, conforme descreveremos na subseção (4.2.2). Assim, o conjunto de condições iniciais foi assumido no passado remoto da fase de contração anterior ao bounce, ou seja, quando o Universo é clássico e bem compreendido. Os estudos foram feitos para diferentes formas do potencial inflacionário, com as condições iniciais tomadas bem na fase de contração,

---

<sup>3</sup>Todos os detalhes sobre a construção dessa medida, encontram-se na Ref. [114]. Entretanto, no modelo plano de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker esta medida total é infinita e exige um esquema de regularização [117, 118].

incluindo apenas a densidade de energia do inflaton como o principal ingrediente do Universo primitivo e no bounce.

#### 4.2.1 Dinâmica de background

A dinâmica de background em LQC é dada pela equação de Friedmann modificada (4.1). Reescrevendo essa equação em termos da massa de Planck reduzida ( $M_{\text{Pl}}$ ) tem-se,

$$H^2 = \frac{\rho}{3M_{\text{Pl}}^2} \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_{\text{cr}}} \right), \quad (4.3)$$

onde  $\rho_{\text{cr}} = 2\sqrt{3}M_{\text{Pl}}^4/\gamma^3$ ,  $M_{\text{Pl}} \equiv 1/\sqrt{8\pi G} = 2.4 \times 10^{18} \text{ GeV}$  e  $\gamma$  é o parâmetro de Barbero-Immirzi quando estimado a partir do cálculo da entropia do buraco negro em LQG, cujo valor tipicamente adotado em LQC é  $\gamma \simeq 0.2375$  [100]. A expressão (4.3) é válida independentemente das características particulares dos parâmetros inflacionários quando as condições iniciais são assumidas.

Em um segundo momento desse trabalho será considerada também, a contribuição de outra componente na densidade de energia, a radiação. Assim, a densidade de energia total  $\rho$  é

$$\rho_{\text{tot}} = \rho_{\phi} + \rho_{\text{R}}. \quad (4.4)$$

A incorporação da radiação pode ser feita considerando processos de decaimento envolvendo o campo ínflaton, aonde parte da sua densidade de energia é convertida em radiação e parametrizada através de um termo de dissipação  $\Gamma$ , como segue:

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + \Gamma\dot{\phi} + V_{,\phi} = 0, \quad (4.5)$$

e complementada pela equação para a evolução da densidade de energia da radiação,<sup>4</sup>

$$\dot{\rho}_{\text{R}} + 4H\rho_{\text{R}} = \Gamma\dot{\phi}^2. \quad (4.6)$$

<sup>4</sup>Note que no regime oscilatório para o ínflaton, o termo  $\dot{\phi}^2$  na Eq. (4.6) pode ser representado pela sua média sobre um ciclo oscilatório [119],  $\langle \dot{\phi}^2 \rangle_{\text{cycle}} = \rho_{\phi}$ , que para Eq. (4.6) dá a forma padrão mais usada, ou seja, em estudos do reauecimento.

Multiplicando a Eq. (4.5) por  $\dot{\phi}$ , adicionando-a na Eq. (4.6) e, assumindo que  $\rho_\phi = \dot{\phi}^2/2 + V(\phi)$ ,  $p_\phi = \dot{\phi}^2/2 - V(\phi)$  e  $p_R = \rho_R/3$ , obtém-se que

$$\dot{\rho}_{\text{total}} + 3H(\rho_{\text{total}} + p_{\text{total}}) = 0, \quad (4.7)$$

que é a equação de conservação para fluidos, com a densidade de energia total sendo  $\rho_{\text{total}} = \rho_R + \rho_\phi$ . Com isso, segue que as equações (4.5) e (4.6) são conservativas com relação à densidade de energia total.

Outra possibilidade com relação à abordagem dada às Eqs. (4.5) e (4.6) é assumir que radiação já esteja inicialmente presente no sistema, em algum instante de tempo inicial, independentemente do decaimento do campo ínflaton. Radiação neste caso, pode ser devido, por exemplo, ao decaimento de outros campos em alguns momentos iniciais, ou mesmo, por mecanismos de produção de partículas gravitacionais. Em casos como este, no instante em que defini-se as condições iniciais para o ínflaton, pode ocorrer também de haver alguma densidade de energia inicial de radiação não desprezível [3]. Para os resultados que serão apresentados posteriormente, ambas situações são consideradas. Mostraremos que nossos resultados permanecem inalterados e independem dos mecanismos de produção de radiação. Para ambos os casos, a densidade de energia total na Eq. (4.4) é dada por

$$\rho_{\text{tot}} = \frac{\dot{\phi}^2}{2} + V(\phi) + \rho_R, \quad (4.8)$$

resultando na equação de Friedmann modificada

$$H^2 = \frac{\dot{\phi}^2/2 + V(\phi) + \rho_R}{3M_{\text{Pl}}^2} \left[ 1 - \frac{\dot{\phi}^2/2 + V(\phi) + \rho_R}{\rho_{\text{cr}}} \right], \quad (4.9)$$

e sua derivada temporal

$$\dot{H} = -\frac{3\dot{\phi}^2 + 4\rho_R}{6M_{\text{Pl}}^2} \left[ 1 - 2\frac{\dot{\phi}^2/2 + V(\phi) + \rho_R}{\rho_{\text{cr}}} \right]. \quad (4.10)$$

Para compreender melhor a dinâmica de evolução do Universo em LQC vamos dividi-la em dois regimes: anterior ao bounce (denominado pré-bounce) e posterior ao bounce (denominado pós-bounce).

#### 4.2.2 Regime pré-bounce

Considere que o Universo inicia-se em um instante de tempo suficiente muito anterior ao bounce, isto é, na fase de contração, onde o ínflaton está no regime oscilatório. Neste regime pré-bounce, onde  $H < 0$ ,  $\phi$  e  $\dot{\phi}$  oscilam com amplitudes crescentes ou têm oscilações amortecidas, dependendo se os processos de decaimento dados por  $\Gamma$  na Eq. (4.5) estão presentes ( $\Gamma \neq 0$ ) ou ausentes ( $\Gamma = 0$ ). De qualquer modo, esse regime pode ser caracterizado por

$$\rho \ll \rho_{cr}, \quad H < 0, \quad H^2 \ll |V_{,\phi\phi}|, \quad (4.11)$$

e ao incluir  $\Gamma$ , também com a condição  $\Gamma < 2\sqrt{|V_{,\phi\phi}|}$ , tal que o ínflaton ainda esteja oscilando, mesmo que de forma amortecida. Seguindo a abordagem dada nas Refs. [23, 25], as condições iniciais para o Universo onde o campo ínflaton está oscilando foram assumidas na fase de contração. Na Ref. [23] foi sugerida como uma variável natural para se atribuir condições iniciais nesse regime, a fase  $\delta$  das oscilações do campo ínflaton. Embora esta seja uma escolha natural para o caso simples do potencial quadrático do ínflaton, em que ambos  $\phi$  e  $\dot{\phi}$  tenham soluções oscilantes simples (ou, na presença de  $\Gamma$ , subamortecidos) no regime de (4.11), para outros tipos de potenciais, as expressões para o campo e sua derivada na fase de contração podem não ser tão simples. Assim, para evitar tais complicações, nas análises numéricas assumimos as condições iniciais para  $\phi$  e  $\dot{\phi}$  fazendo escolhas apropriadas dos valores para a razão densidade inicial

$$\alpha \equiv \frac{\rho}{\rho_{cr}}, \quad (4.12)$$

com  $\alpha$  suficientemente pequeno, tal como as condições (4.11) levam. Note que, no caso em que  $\Gamma = 0$ , mas ainda incluindo alguma densidade de ener-

gia de radiação inicial, isso também ocasionará algum limite superior para a densidade de energia de radiação inicial.

Conforme nos aproximamos do bounce, que inicia a partir do limite em que as condições (4.11) deixam de ser válidas, pode ocorrer uma fase denominada **deflação**. Ela é oposta ao que acontece na fase de **inflação**, porém, na fase de contração. Esta fase caracteriza-se por um valor  $\dot{\phi}$  quase constante e um crescimento linear  $|\phi|$ . As condições são

$$\rho \ll \rho_{cr}, \quad H < 0, \quad H^2 \gg |V_{,\phi\phi}|, \quad V(\phi) \gg \dot{\phi}^2/2, \rho_R. \quad (4.13)$$

Entretanto, a probabilidade que essa fase ocorra é muito pequena, pois, quase nenhum dos possíveis caminhos que se iniciam com baixa densidade de energia na fase de contração terão uma fase de contração exponencial no pré-bounce. Na presença de radiação, a probabilidade que essa fase de **deflação** aconteça é ainda menor, pois, à medida que se aproxima do bounce, a densidade de energia de radiação (que cresce mais rápido que a densidade de energia potencial na fase de contração) tenderá a dominar sobre a densidade de energia potencial ( $V(\phi)$ ).

Por fim, ainda nessa fase de contração, pouco antes do bounce, há uma fase denominada **superdeflação**. Essa fase acontece quando  $H < 0$ , dura desde o momento em que  $\dot{H} = 0$  até  $H = 0$  (já no bounce). As condições para essa fase são:

$$H^2 \gg |V_{,\phi\phi}|, \quad \dot{\phi}^2/2 \gg V(\phi), \rho_R. \quad (4.14)$$

Em geral, essa fase **superdeflação** acontece muito rapidamente, tipicamente, durando menos que um tempo de Planck [10]. A presença de radiação pode torná-la ainda mais curta, pois a radiação tenderá a absorver uma grande parte da densidade de energia antes do bounce. A essa fase, segue-se a fase em que  $H$  decresce até o valor  $H = 0$ , quando ocorre o bounce.

### 4.2.3 Regime pós-bounce

Imediatamente após o bounce, se a densidade de energia dominante for energia cinética, ocorre a fase denominada **superinflação**. Esta fase, já no início da expansão, dura desde o momento em que  $H = 0$  até  $\dot{H} = 0$ . Esta é também uma fase muito curta, assim como aquela **superdeflação** e, na presença de radiação, ela tende a ser ainda mais curta.

Após o bounce, a energia cinética rapidamente diminui com  $\dot{\phi}^2 \propto 1/a^6$  e a radiação diminui com  $\rho_R \propto 1/a^4$ , enquanto a densidade de energia potencial  $V(\phi)$  diminui lentamente. A dinâmica do ínflaton após o bounce e ao longo de toda a fase pré-inflacionária é sem oscilações, isto é, monotônica [10]; assim, não é esperada produção de radiação significativa nessa fase. A energia potencial do ínflaton eventualmente dominará o conteúdo energético do Universo e a fase padrão de **inflação** iniciará, mas com uma duração que pode ser fortemente afetada pela presença de radiação já nas fases anteriores, como serão mostrados nos resultados.

No início da inflação temos que  $\rho \ll \rho_{\text{cr}}$  e as correções na Eq. (4.3) são desprezíveis e as equações cosmológicas são aquelas usuais de RG.

É possível estimar o número de  $e$ -folds de expansão mais provável desde o bounce até o início da inflação  $N_{\text{preinfl}}$ , tanto na ausência de radiação, quanto na presença dela. Para obter  $N_{\text{preinfl}}$  e as respectivas PDFs associadas foi utilizado um método que será descrito posteriormente.

## 4.3 Número de $e$ -folds

Um dos objetivos desse capítulo é estudar e estimar previsões probabilísticas para a duração das fases pré-inflacionária e inflacionária após o bounce em LQC, através da obtenção das respectivas funções densidade de probabilidade (PDFs) para o número de  $e$ -folds dessas fases.

O número de  $e$ -folds será estimado para a fase pré-inflacionária - desde o bounce até o início da inflação - denominado  $N_{\text{preinfl}}$  e,  $N_{\text{infl}}$ , o número de  $e$ -folds desde o início da inflação até o término da inflação.

Na ausência de radiação, a transição da fase dominada pela energia cinética (matéria dura) após o bounce para que a fase inflacionária aconteça rapidamente, com a equação de estado mudando de  $w \approx 1$  para  $w \approx -1$  particularmente em menos de 1  $e$ -fold [10]. Dependendo da quantidade de radiação presente podemos ter um regime intermediário dominado por radiação [19,120], onde a equação de estado no bounce  $w \simeq 1$  muda para  $w \simeq 1/3$ , antes de assumir o valor  $w \simeq -1$  no início da inflação (que ocorre quando  $w < -1/3$ ).

Na fase pré-inflacionária, o número de  $e$ -folds  $N_{\text{preinfl}}$  pode ser aproximadamente estimado na ausência de radiação assumindo que nas proximidades do ponto de início da inflação, em um instante de tempo  $t_{\text{sr}}$ ,  $\rho_{\text{kin}}(t_{\text{sr}}) \equiv \dot{\phi}^2(t_{\text{sr}})/2 \sim \rho_V(t_{\text{sr}})$ , onde  $\rho_V \equiv V(\phi)$ . Recordando também que o bounce é dominado por energia cinética,  $\rho_{\text{kin}}(t_{\text{bounce}}) \simeq \rho_{\text{cr}}$ , então,

$$\rho_{\text{kinetic}}(t_{\text{sr}}) \simeq \frac{\rho_{\text{cr}}}{a^6(t_{\text{sr}})} \sim \rho_V(t_{\text{sr}}). \quad (4.15)$$

Para estimar  $\rho_V(t_{\text{sr}})$  podemos usar o limite superior obtido pelos dados do *Planck* para a escala de inflação quando a escala pivô saiu do raio de Hubble [2],  $V_* < (1.6 \times 10^{16} \text{GeV})^4$ . Usando este resultado na Eq. (4.15), obtém-se

$$N_{\text{preinfl}} = \ln \left[ \frac{a(t_{\text{sr}})}{a(t_{\text{bounce}})} \right] \sim \frac{1}{6} \ln \left( \frac{\rho_{\text{cr}}}{V_*} \right) \sim 4.3. \quad (4.16)$$

A presença de radiação atrasa o início da inflação e o  $N_{\text{preinfl}}$  aumenta quando comparado aos casos em que radiação está ausente. O mesmo resultado se pode notar em termos da escala de inflação na Eq. (4.16). A radiação não apenas atrasa o início da inflação, mas também, diminui  $V_*$  aumentando assim, a estimativa de  $N_{\text{preinfl}}$ .

Também será estimado o número de  $e$ -folds da fase inflacionária  $N_{\text{infl}}$ , desde o início da inflação até o fim da inflação, definido como

$$N_{\text{infl}} \equiv \ln \left( \frac{a_{\text{end}}}{a_{\text{in}}} \right). \quad (4.17)$$

Para obter as PDFs apropriadas para o número de  $e$ -folds de expansão inflacionária foi adotado o seguinte procedimento:

- Consideramos um instante de tempo inicial apropriado na fase de contração antes do bounce. Nesse instante de tempo, a densidade de energia inicial é tal que,  $\rho_0 = \alpha\rho_{\text{cr}}$  é suficientemente pequena ( $\alpha \ll 1$ ) para iniciar a evolução, logo na fase de contração, com o campo ínflaton no regime oscilatório. Para todos os casos numéricos estudados, assumimos  $\alpha < 8 \times 10^{-17}$ , a fim de especificarmos o quão antes do bounce estamos, isto é, bem dentro da fase clássica;
- Para a densidade de energia inicial  $\rho_0$  no instante de tempo inicial  $t_0$  foram assumidos valores iniciais aleatórios para o campo escalar, localizado em torno do mínimo do seu potencial com alguma dispersão  $\Delta\phi$ , em que valores iniciais para  $\phi$  e  $\dot{\phi}$  foram tomados tal a satisfazerem  $\dot{\phi}^2/2 + V = \alpha\rho_{\text{cr}}$  e com uma distribuição aleatória. Desse modo,  $-\phi_0 - \Delta\phi \leq \phi(t_0) \leq \phi_0 + \Delta\phi$ , onde  $\phi_0$  é o valor do campo ínflaton no mínimo do seu potencial. A densidade de energia de radiação pode ser introduzida através de processos dissipativos como nas Eqs. (4.5) e (4.6), iniciando com  $\rho_R(t_0) = 0$  com um coeficiente de dissipação  $\Gamma$  fixo, ou, podemos definir  $\rho_R(t_0) \neq 0$  e o coeficiente de dissipação é nulo. Por fim, a derivada temporal do campo ínflaton é definida como

$$\dot{\phi}(t_0) \equiv \pm\sqrt{2}\sqrt{\rho_0 - V(\phi(t_0)) - \rho_R(t_0)}, \quad (4.18)$$

com uma escolha aleatória de sinal;

- A dinâmica é resolvida com as condições iniciais assumidas no regime de contração e evoluídas até o fim da fase inflacionária, já no regime de expansão. As equações de movimento que regem a dinâmica - Eqs. (4.5), (4.6) e (4.10) - foram resolvidas para os diferentes modelos inflacionários descritos pelo potencial  $V(\phi)$ . Para os casos estudados com radiação sendo produzida na fase de contração devido às oscilações do ínflaton,

assumimos um decaimento perturbativo análogo ao que pode acontecer na fase de reaquecimento após inflação [121, 122], definindo  $\Gamma = 0$  quando o inflaton para de oscilar, logo após o bounce. Devido à curta duração da fase do bounce ( $\Delta t \sim t_{\text{Pl}}$ ) quaisquer fontes de produção de partículas durante o bounce foram desprezadas. Por isso, podemos definir  $\Gamma = 0$  logo após o bounce na fase de expansão. Em uma segunda abordagem, para efeitos de comparação, simplesmente já consideramos a presença de uma quantidade suficiente de densidade de energia de radiação na fase de contração, no início de nossas simulações e definimos  $\Gamma = 0$  nas Eqs. (4.5) e (4.6), evoluindo o sistema a partir de um instante  $t_0$  até o fim da inflação;

- Para cada potencial analisado consideramos amostras de 1000 à 5000 pontos (condições iniciais), a fim de que fossem suficientes para levar a estatísticas satisfatórias. Verificamos que valores maiores que este intervalo não mudarão a forma do resultado para o histograma. Para cada condição inicial amostrada obtemos o correspondente número de  $e$ -folds e foi produzida a PDF associada.

O procedimento acima descrito foi adotado para estudar duas classes de potenciais inflacionários.

### 4.3.1 Potenciais monomiais tipo lei de potência

Nesta classe de modelo, o potencial é dado por

$$V = \frac{V_0}{2n} \left( \frac{\phi}{M_{\text{Pl}}} \right)^{2n}, \quad (4.19)$$

e foram analisadas explicitamente os seguintes casos: quadrático, quártico e sextico (correspondente às potências  $n = 1, 2, 3$ , respectivamente). Este modelo dado pela Eq. (4.19) contempla a classe de modelos inflacionários correspondentes aos modelos de "campo com amplitude grande".

Esse tipo de modelo também denominado potencial caótico, no caso de inflação fria (conforme estudado aqui) foi relativamente desfavorecido pelos últimos dados do *Planck* [2] no caso do potencial quadrático e, fortemente desfavorecido nos casos quártico e sextico. No entanto, no contexto de inflação morna, eles ainda estão de acordo com os dados do *Planck* (como é possível ver nos trabalhos [123, 124]). Embora esse modelo careça de resultados satisfatórios, isto é, não coincidem com os resultados observacionais, eles ainda são constantemente estudados, pois levam a uma dinâmica inflacionária bem motivada do ponto de vista de física de partículas [125]. Todavia, em um cenário de LQC ele pode levar a resultados interessantes.

### 4.3.2 Potencial de poço duplo

A segunda classe de potencial que será aqui estudada é a de poço duplo, com sua forma dada por

$$V = V_0 \left[ 1 - \left( \frac{\phi}{v} \right)^2 \right]^2, \quad (4.20)$$

onde  $v$  denota o valor esperado do vácuo (VEV). O potencial de poço duplo pode representar ou um modelo de inflação de "campo com amplitude pequena", se inflação começa (e termina) na parte platô do potencial (isto é,  $|\phi| < |v|$ ), ou um modelo de "campo com amplitude grande", para o qual inflação termina na parte caótica do potencial ( $|\phi| > |v|$ ). Para os resultados que iremos discutir posteriormente, essas duas possibilidades são distinguidas explicitamente.

Em ambos os modelos de potenciais, a constante  $V_0$  é obtida da normalização do espectro da RCF, conforme demonstrado no Apêndice B. A constante de normalização do espectro  $V_0$  é fixada para cada modelo, como:  $V_0/M_{\text{Pl}}^4 \simeq 3.41 \times 10^{-11}$  para o potencial monomial quadrático,  $V_0/M_{\text{Pl}}^4 \simeq 1.37 \times 10^{-13}$  para o potencial monomial quártico e,  $V_0/M_{\text{Pl}}^4 \simeq 1.82 \times 10^{-16}$  para o potencial monomial sextico. Note que para o potencial de poço duplo dado por Eq.(4.20), a normalização do espectro implica que o valor de  $V_0$  terá uma

dependência no VEV do ínfaton, mas para os VEVs considerados,  $14M_{\text{Pl}} \leq v \leq 25M_{\text{Pl}}$ , a constante  $V_0$  tem valores compreendidos no intervalo  $V_0/M_{\text{Pl}}^4 \simeq 1.72 \times 10^{-14}$  (para  $|\phi| < |v|$ ) a  $3.82 \times 10^{-14}$  (para  $|\phi| > |v|$ ).<sup>5</sup>

Conforme já mencionado anteriormente, os potenciais monomiais aqui considerados, já foram descartados nos cenários simples de inflação fria, segundo os resultados do *Planck* [2]. Por outro lado, o potencial de poço duplo pode ainda ser compatível com as observações, dado alguns intervalos de VEV. No entanto, quando processos radiativos estão presentes (principalmente no caso em que esses modelos são estudados no contexto de inflação morna), todos esses potenciais podem ser vistos em concordância com as observações (veja, por exemplo, as Refs. [27, 28, 123, 124, 126, 127]). É interessante considerar uma possibilidade de extensão da análise aqui apresentada para os potenciais mencionados, no contexto de inflação morna, uma vez que, eles são bem motivados nos modelos de física de partículas em geral.

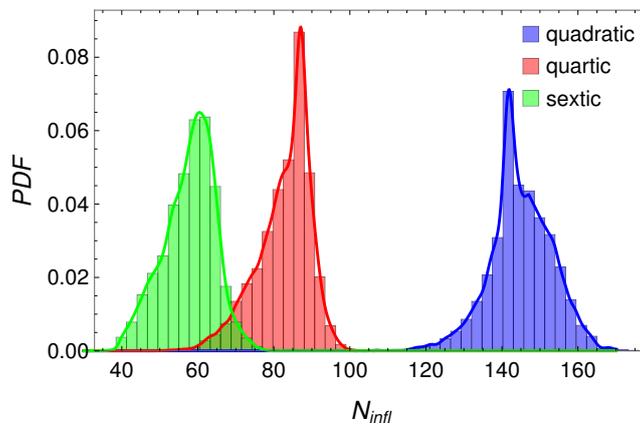
## 4.4 Resultados

Uma vez apresentada a estratégia numérica adotada em nossas análises para obter as correspondentes PDFs, considerando os potenciais dados pelas Eqs. (4.19) e (4.20), vamos dar ênfase aos resultados obtidos. Para fins de comparação, assumiremos o caso onde radiação está ausente ao longo da evolução, desde a fase de contração no tempo inicial  $t_0$  até o final da fase inflacionária e, então, consideraremos explicitamente como a radiação influencia esses resultados. Desse modo, dividiremos essa seção em duas subseções: **resultados na ausência de radiação e resultados na presença de radiação**.

<sup>5</sup>É importante notar que, dependendo dos processos de decaimento e da quantidade de radiação no instante em que as escalas da RCF saem do raio de Hubble durante a inflação, a normalização  $V_0$  pode mudar em relação aos valores de vácuo, como por exemplo, no caso da inflação morna [123]. Entretanto, no presente trabalho, nós não consideramos esses processos que podem alterar o espectro de potência primordial, ao fixar o valor de  $V_0$ . Em outro estudo, tal alteração pode ser interessante.

#### 4.4.1 Resultados na ausência de radiação

Para os potenciais monomiais tipo lei de potência dados pela Eq. (4.19), os resultados obtidos para o número de  $e$ -folds inflacionários correspondentes aos casos quadrático ( $n = 1$ ), quártico ( $n = 2$ ) e sextico ( $n = 3$ ) são mostrados na Fig. (4.2).



**Figura 4.2:** PDF para o número total de  $e$ -folds inflacionários para os potenciais monomiais tipo lei de potência em LQC obtida quando a radiação é desprezada ao longo da evolução.

Como é possível observar na Fig. (4.2), quando a potência  $n$  é aumentada o número de  $e$ -folds mais provável diminui. As PDFs para os três casos considerados têm uma dispersão em torno de 20  $e$ -folds a partir do pico da distribuição, e rapidamente tendem à zero nos extremos. Para o caso do potencial sextico, vemos que o número mais provável é algo em torno de 60  $e$ -folds inflacionários. Neste caso, a inflação é suficiente para resolver os problemas da cosmologia padrão do Big Bang, porém, no contexto de LQC, esse modelo não seria viável, dado que ele não prevê, pelo menos, 80  $e$ -folds de inflação. Segundo previsto pelos resultados para o espectro de perturbação em LQC, normalmente, são necessários cerca de 80  $e$ -folds de inflação, de modo que os efeitos quânticos no espectro de potência primordial sejam completamente diluídos<sup>6</sup> [10]. Se a inflação durasse menos que esse mínimo, os efeitos de

<sup>6</sup>Diluídos aqui, significa que, as escalas de comprimento das perturbações foram tão esticadas pela expansão do Universo fazendo com que não as observamos hoje no espectro da RCF.

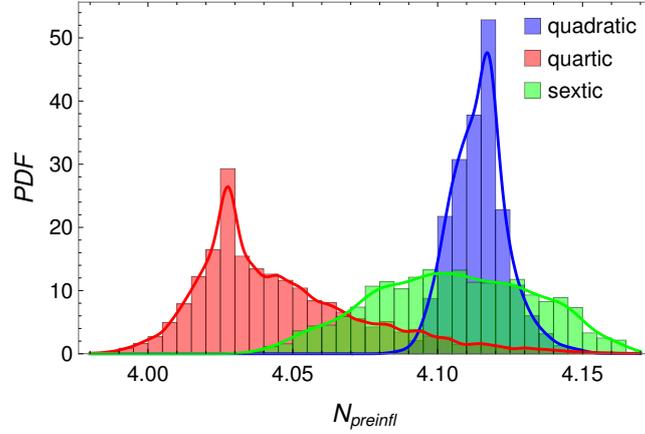
LQC no espectro já deveriam ser visíveis. Embora a cauda da PDF para este potencial atinja 80  $e$ -folds, a probabilidade é extremamente baixa.

No caso do potencial quártico vemos que o valor mais provável para a duração da fase de inflação é cerca de 81  $e$ -folds. Isso nos mostra que esse potencial apresenta uma possibilidade de que os efeitos de LQC possam ser observados no espectro da RCF em experimentos futuros.

Já para o potencial quadrático, o número de  $e$ -folds de inflação mais provável é por volta de 140, o que está de acordo com resultados anteriores já obtidos na Ref. [23] para esta forma específica do potencial inflacionário. De acordo com os autores Linda e Barrau [23], nos modelos de LQC, para que sejam consistentes com as observações, o Universo deve ter expandido pelo menos por volta de 141  $e$ -folds, do bounce até hoje. Ou seja, destes, 60  $e$ -folds são de inflação, 60  $e$ -folds corresponde ao mínimo desde o fim da inflação até hoje e 21  $e$ -folds são extras na inflação. Isso é porque LQC pode levar a características dependentes da escala na RCF. Porém, o fato de não as observarmos hoje, significa que elas devem ter sido bem diluídas pela expansão do Universo no regime pós-bounce. Mesmo com experimentos futuros, não será possível observar esses efeitos advindos do regime quântico e LQC não poderá ser testada diretamente neste cenário [3]. Vale ressaltar que, os resultados obtidos para as formas do potencial (quártico e sextico) são novos e ainda não constavam na literatura sendo apresentados pela primeira vez em nosso trabalho [3].

Além dos resultados obtidos para a inflação, desde o início até o fim da fase inflacionária, também fizemos previsões para a duração da fase pré-inflacionária, que vai desde o bounce até o início da inflação. Para todos os três modelos dos potenciais monomiais analisados, o número de  $e$ -folds obtidos nessa fase é  $N_{\text{preinfl}} \sim 4$  (como podemos ver nas PDFs da Fig. (4.3)), o que está em concordância com a estimativa analítica dada na Eq. (4.16).

Como vemos na Fig. (4.3) a fase pré-inflacionária não dura muito mais do que aproximadamente 4  $e$ -folds. Assim, este resultado já coloca o potencial sextico em forte tensão com as observações excluindo a possibilidade de

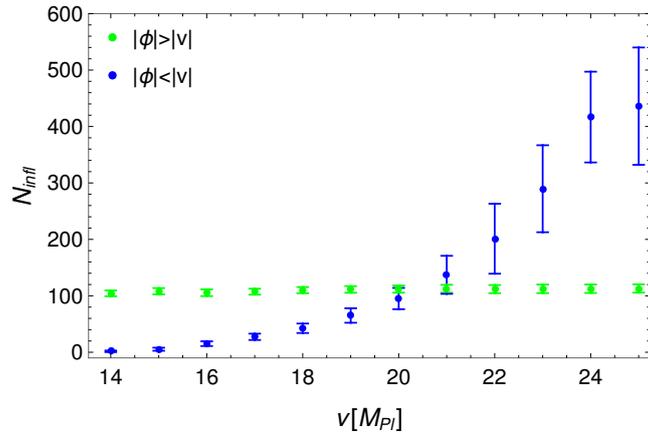


**Figura 4.3:** Número de  $e$ -folds pré-inflacionários para os potenciais monomiais tipo lei de potência em LQC.

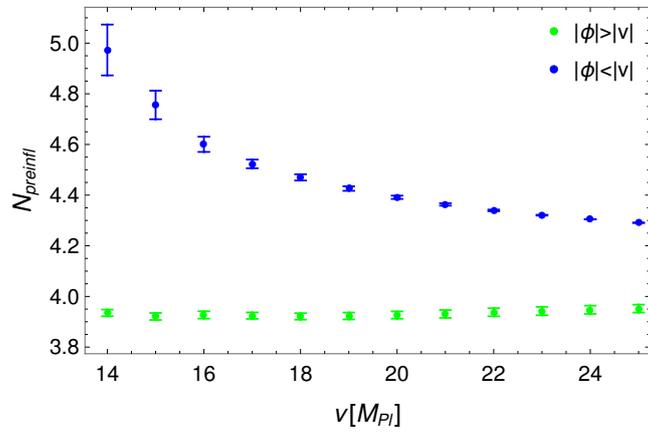
potenciais monomiais com potência maior ( $n > 3$ ) quando consideramos o número de  $e$ -folds previstos em LQC. Por outro lado, como é possível verificar nas PDFs, o potencial quártico (e todos os outros casos com  $n < 3$ ) pode satisfazer mais facilmente a quantidade mínima de inflação.

Para o potencial de poço duplo dado pela Eq. (4.20) analisamos os casos platô e caótico para diferentes valores esperados de vácuo (VEV),  $v$ . Os resultados para o número de  $e$ -folds de inflação como uma função de  $v$  estão resumidos na Fig. 4.4(a). Observe que nós separamos explicitamente os casos de inflação acontecendo na parte platô do potencial ( $|\phi| < |v|$ ) dos casos em que inflação acontece na parte caótica do potencial ( $|\phi| > |v|$ ).

Na Fig. 4.4(a) é possível observar que o número de  $e$ -folds na parte caótica do potencial é aproximadamente constante e acima de 100. Também verificamos que, quando  $|v| \lesssim 8M_{\text{Pl}}$  (não mostrado na Fig. 4.4), o  $N_{\text{infl}}$ , conforme esperado, começa a se aproximar do observado para o caso do potencial monomial quártico. Além disso, também analisamos se deveria haver alguma preferência para inflação acontecer em qualquer uma das partes do potencial. Entretanto, os resultados de nossas simulações não mostraram uma preferência significativa para inflação ocorrer na parte platô ou na parte caótica do potencial. A probabilidade para uma dada condição inicial acabar levando à inflação na região platô ou caótica do potencial é sempre em torno de 50%, com uma



(a)



(b)

**Figura 4.4:** (a) Número de  $e$ -folds inflacionários e (b) número de  $e$ -folds pré-inflacionários para o potencial de poço duplo em LQC como uma função do VEV. As incertezas estatísticas nos plots indicam o desvio padrão de  $1\sigma$  dos resultados da mediana obtidos das respectivas PDFs. Todos os casos foram analisados na ausência de radiação ao longo da evolução.

suave oscilação em torno desse valor quando  $v$  é alterado. Mas os resultados mostram que para  $|v| \lesssim 14M_{\text{Pl}}$ , essencialmente, não há mais condições iniciais que levem à inflação começando e finalizando na região platô do potencial. Além disso, para  $|v| \lesssim 19M_{\text{Pl}}$  o número de  $e$ -folds esperado na parte platô do potencial já é menor do que 80 e, a discussão dada anteriormente referente aos potenciais monomiais com potência  $n \gtrsim 3$  também se aplica aqui.

Percebamos o seguinte, inflação na região do platô está sujeita ao bem conhecido problema de condições iniciais (veja, por exemplo, Ref. [128] e suas referências). Notadamente, quanto menor o VEV no potencial de poço duplo, menos atratora a trajetória *slow-roll* se torna. Curiosamente, em nossos resultados, este problema de condição inicial para inflação no platô não manifesta no número de condições iniciais finalizando nessa região, mas em vez disso, em uma redução do número total de  $e$ -folds inflacionários quando  $v$  diminui. Por outro lado, quanto maior o VEV, maior é o número de  $e$ -folds na região platô do potencial, que aqui é uma manifestação do aumento da natureza atratora para as trajetórias *slow-roll* no platô e, à medida que o platô se torna mais plano com o aumento de  $v$ , leva potencialmente a mais  $e$ -folds.

Na Fig. 4.4(b) damos os resultados para o número de  $e$ -folds pré-inflacionários previstos para o potencial de poço duplo. Mais uma vez, os casos que levam à inflação nas partes platô e caótica do potencial são explicitamente separados. Os resultados mostram que  $N_{\text{preinfl}}$  diminui com o aumento de  $v$  para o caso de inflação ocorrendo no platô e tende a convergir para  $N_{\text{preinfl}} \sim 4.3$  quando  $|v| > 24M_{\text{Pl}}$ . Por outro lado, para inflação acontecendo na parte caótica do potencial obtemos que o  $N_{\text{preinfl}}$  é quase independente de  $v$ , embora os dados mostram um aumento lento à medida que  $|v|$  aumenta e  $N_{\text{preinfl}}$  está levemente abaixo de 4  $e$ -folds, mas ainda consistente com a estimativa dada pela Eq. (4.16).

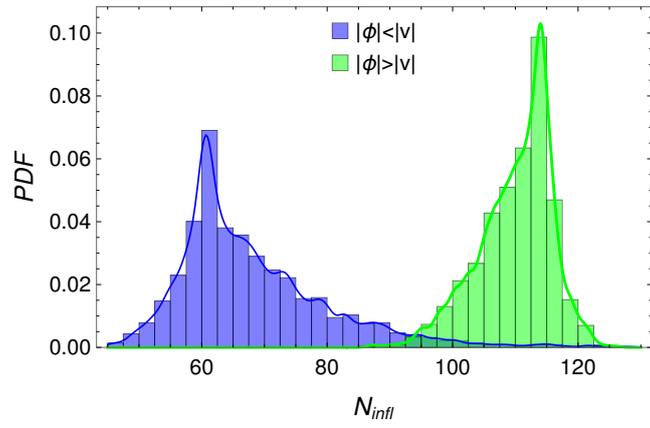
Como um acréscimo aos nossos resultados e um caso de exemplo extraído dos anteriormente acima apresentados para o potencial de poço duplo, na Fig. 4.5(a) mostramos explicitamente uma PDF para o número de  $e$ -folds inflacionários cujo VEV é  $v = 19M_{\text{Pl}}$ . Da mesma maneira, na Fig. 4.5(b) tam-

bém mostramos a PDF para o número de  $e$ -folds pré-inflacionários desde o bounce até o início da fase de inflação para o mesmo VEV. Para a Fig. 4.5(a) note que, na parte platô do potencial ( $|\phi| < |v|$ ) vemos que o pico da nossa PDF encontra-se um pouco mais de 60  $e$ -folds. Assim, inflação resolve os problemas da cosmologia padrão. Mas observe também que, há uma probabilidade um pouco menor de que  $N_{\text{infl}} \simeq 80$ . Logo, no contexto de LQC, para inflação acontecendo na parte platô do potencial de poço duplo existe a possibilidade de que efeitos do regime quântico do Universo deixem marcas na RCF. Por outro lado, com inflação acontecendo na parte caótica do potencial ( $|\phi| > |v|$ ), esses sinais de LQC já não seriam visíveis na RCF, pois já teriam sido diluídos para um nível não observável.

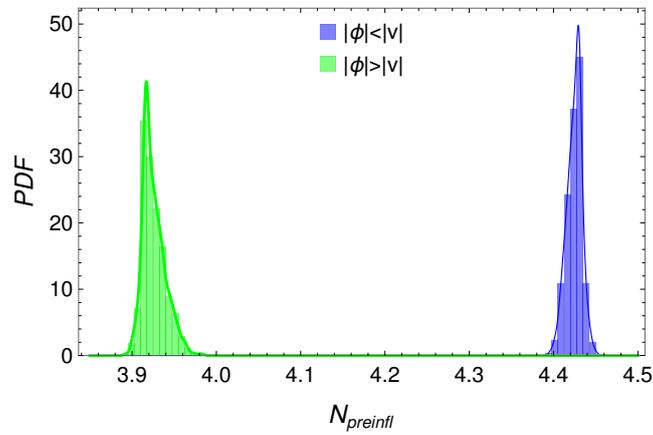
Finalmente, os principais resultados que podem ser extraídos através das PDFs encontram-se resumidos na Tabela (4.1), onde apresentamos os resultados para a mediana e o desvio padrão para  $N_{\text{infl}}$  e  $N_{\text{preinfl}}$  de cada um dos modelos estudados quando os efeitos da radiação são desprezados. Ressaltando que, no caso do potencial de poço duplo, apenas damos resultados de um exemplo específico mostrado na Fig. (4.5). Para os demais VEVs estudados, veja a Fig. (4.4).

**Tabela 4.1:** Valores para a mediana e o desvio padrão ( $1\sigma$ ) para o número de  $e$ -folds pré-inflacionários e inflacionários para os potenciais tipo lei de potência e de poço duplo em LQC na ausência de efeitos de radiação.

Modelo	Mediana e Desvio Padrão	
	$N_{\text{preinfl}}$	$N_{\text{infl}}$
Quadrático	$4.115 \pm 0.010$	$144 \pm 8$
Quártico	$4.038 \pm 0.030$	$84 \pm 7$
Sextico	$4.10 \pm 0.06$	$59 \pm 7$
Higgs ( $v = 19M_{\text{Pl}}$ ) platô	$4.426 \pm 0.009$	$65 \pm 13$
Higgs ( $v = 19M_{\text{Pl}}$ ) caótico	$3.923 \pm 0.014$	$111 \pm 6$



(a)



(b)

**Figura 4.5:** (a) PDF para o número de  $e$ -folds inflacionários para as partes caótica e platô do potencial de poço duplo em LQC considerando o valor  $v = 19M_{Pl}$ . (b) PDF para o número de  $e$ -folds pré-inflacionários para as partes caótica e platô do potencial de poço duplo em LQC considerando o mesmo VEV. Como nas figuras anteriores, a radiação está ausente ao longo da evolução.

#### 4.4.2 Resultados na presença de radiação

Agora, vamos apresentar e discutir os resultados obtidos quando a radiação está presente ao longo da evolução e ver como seu efeito afeta os resultados acima. Iniciamos nosso estudo considerando as Eqs. (4.5), (4.6) e (4.10) com o coeficiente de dissipação  $\Gamma$ . Nota-se que aqui,  $\Gamma$  parametriza um processo de produção de radiação onde parte da densidade de energia do ínflaton é convertida em radiação. Como já apontado anteriormente, podem haver muitos outros processos diferentes em jogo gerando radiação que não estão diretamente relacionados ao ínflaton (por exemplo, o decaimento de *spectator fields*<sup>7</sup>, produção de partículas gravitacionais, etc.). Parametrizando a produção de radiação como o decaimento perturbativo do campo ínflaton pode representar apenas um desses processos. Entretanto, como explicado abaixo, nossos resultados são dependentes apenas da quantidade de radiação anterior ao bounce e independe de qual processo (processos) específico pode gerá-la. Desse modo, nossos estudos são significativamente simplificados, além de mostrar que nossos resultados não devem ser sensíveis aos detalhes da dinâmica de produção de radiação na fase de contração. Afirmações essas bastante fortes e, que serão justificadas considerando como exemplo, o caso para o ínflaton com potencial monomial quadrático.

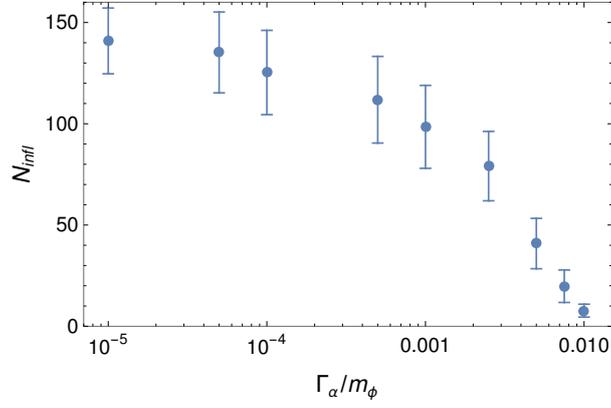
Na Fig. 4.6(a) é mostrado como o efeito da produção de radiação  $\Gamma$  influencia no número de  $e$ -folds de inflação esperado para o modelo do potencial monomial quadrático. Como vemos, uma quantidade maior de radiação  $\Gamma$ , implica em um número de  $e$ -folds esperado menor para inflação, mais tarde, no regime de expansão pós-bounce. Este resultado pode ser correlacionado com o valor esperado para o campo ínflaton  $\phi(t_B)$  no instante do bounce  $t_B$ , conforme mostrado na Fig. 4.6(b). Como mostrado na Fig. 4.6(b), quanto maior o coeficiente de dissipação  $\Gamma$ , menor a amplitude do campo ínflaton no bounce e, menor é o número de  $e$ -folds resultante. Note que a menor densidade de energia potencial do ínflaton resultante no bounce não pode ser compensada por

<sup>7</sup>Qualquer campo que tem uma densidade desprezível comparada a de background e que não está acoplado com o ínflaton.

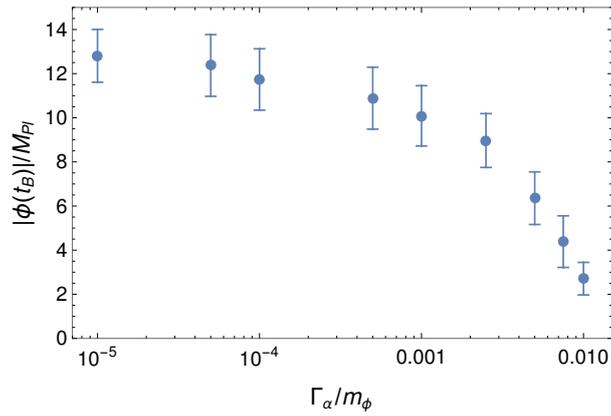
uma energia cinética grande, uma vez que agora parte da densidade de energia total no bounce compreendendo a densidade crítica  $\rho_{\text{cr}}$  estará na forma de densidade de energia de radiação no bounce  $\rho_{\text{R}}(t_{\text{B}})$ , como vemos na Fig. 4.6(c).

Conforme já mencionado na subseção anterior (Subsec. 4.4.1), esses resultados foram obtidos das PDFs geradas para diferentes valores de  $\Gamma$ . Na Fig. (4.6) mostramos a mediana e o desvio padrão  $1\sigma$  (mostrados como barras de erros) derivados dessas PDFs. Neste exemplo específico, consideramos em particular, a fração da densidade de energia total no instante inicial  $t_0$  na fase de contração, como sendo  $\alpha \equiv \rho(t_0)/\rho_{\text{cr}} = 10^{-19}$ . Adicionamos o subíndice  $\alpha$  à  $\Gamma$  ( $\Gamma_\alpha$ ) para indicar explicitamente que, estes resultados quando expressos em termos do coeficiente de decaimento devem ser interpretados como dependentes de  $\alpha$ . Isto é compreensível, uma vez que  $\alpha$  especifica o quão distante na fase de contração iniciamos nossas simulações e, assim, determina quantas oscilações o ínflaton sofrerá durante sua evolução. Naturalmente, a densidade de energia de radiação produzida dependerá dessa evolução. Logo, para outros valores de  $\alpha$  teremos um comportamento semelhante àquele mostrado na Fig. (4.6), porém em diferentes valores de  $\Gamma$ .

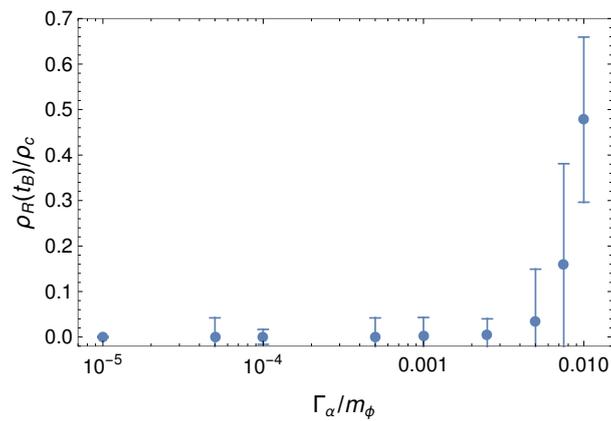
O ponto importante de se notar é que, o parâmetro de Hubble durante a fase de contração aumenta em módulo (tornando-se cada vez mais negativo) antes de se aproximar do bounce. Portanto, mesmo se a evolução inicia com  $\Gamma > |H|$ , em algum ponto antes do bounce, necessariamente teremos que  $\Gamma < |H|$ . Neste ponto, a dinâmica do ínflaton pára de sofrer amortecimento devido à presença do termo de dissipação na Eq. (4.5) e começa a ter oscilações com amplitudes crescentes [3]. Isto é, o efeito de  $\Gamma$  na dinâmica não é mais relevante. Em particular, observe que a produção de radiação é apenas eficiente quando  $\Gamma > |H|$ , igualmente ao que ocorre no reaquecimento perturbativo e, quando  $\Gamma < |H|$  a produção de radiação se torna basicamente inefetiva. A radiação produzida até esse instante, evoluirá com a métrica com  $\rho_{\text{R}} \propto 1/a^4$  e aumentará em direção ao instante do bounce, enquanto o ínflaton ainda os-



(a)

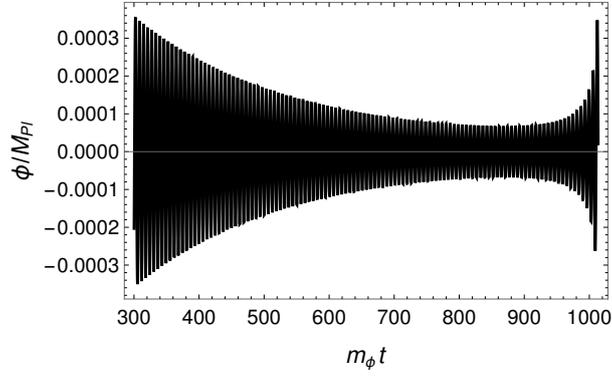


(b)

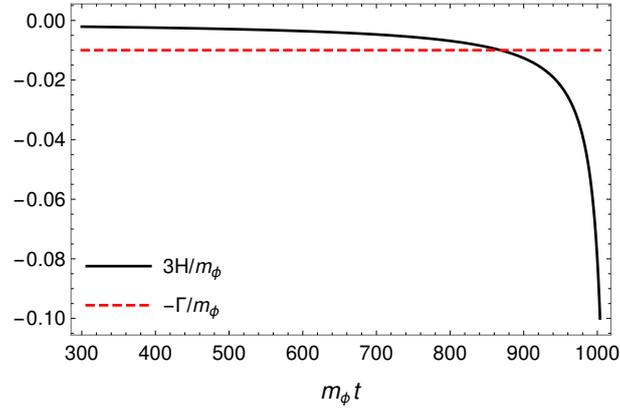


(c)

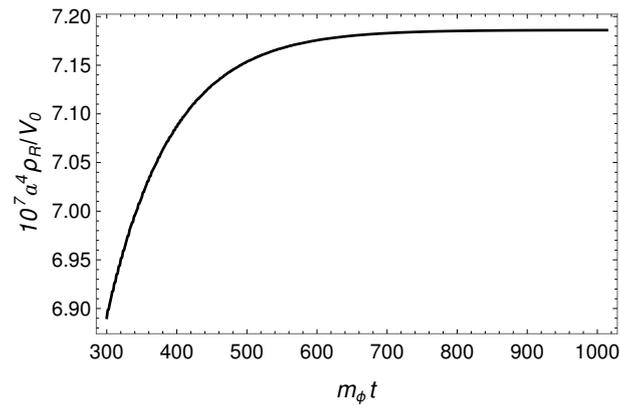
**Figura 4.6:** (a) Número de  $e$ -folds inflacionários total, (b) módulo da amplitude do ínfaton no bounce, e (c) fração da densidade de energia de radiação no bounce como uma função da taxa de dissipação  $\Gamma$ , para o caso do potencial monomial quadrático do ínfaton. A massa do ínfaton aqui é dada por  $m_\phi = V_0^{1/2}/M_{\text{Pl}}$ . As incertezas estatísticas nos plots indicam o desvio padrão de  $1\sigma$  dos resultados da mediana obtidos das respectivas PDFs.



(a)



(b)



(c)

**Figura 4.7:** Um exemplo de evolução na fase de contração, até próximo do instante do bounce  $t_B$  (mas ainda abaixo), para: (a) o campo ínflaton, (b) o parâmetro de Hubble, e (c) a densidade de energia da radiação multiplicada pela quarta potência do fator de escala no bounce  $a^4 \rho_R$ , para o caso do potencial monomial quadrático do ínflaton. Esses resultados foram obtidos para uma taxa de dissipação  $\Gamma/m_\phi = 0.01$  e a razão da densidade de energia total no instante do bounce é dada por  $\alpha \equiv \rho(t_0)/\rho_c = 10^{-19}$ . Aqui, o instante do bounce é  $t_B \simeq 1018/m_\phi$ .

cila fortemente.<sup>8</sup> À medida que aproximamos do bounce a modificação na equação de Friedmann em LQC - Eq.(4.3) - torna-se importante, e em algum ponto novamente irá satisfazer a condição  $|H| < m_\phi$ . No entanto, o intervalo de tempo da fase do bounce (quando a correção da equação de Friedmann é importante) é muito curto, tipicamente, da ordem de um tempo de Planck e, portanto, a produção de radiação devido à  $\Gamma$  é desprezível durante este curto período. Por esta razão, não é necessário considerar dissipação durante a fase do bounce. Todas estas expectativas para a evolução do campo ínflaton que estamos discutindo neste parágrafo são mostradas na Fig. 4.7(a). A evolução do parâmetro de Hubble na fase de contração é mostrada na Fig. 4.7(b). Observe que quando  $\Gamma$  se torna menor que  $3|H|$  (na figura corresponde à região onde a linha tracejada vermelha  $(-\Gamma/m_\phi)$  está acima da linha sólida preta) é exatamente o instante em que as oscilações amortecidas do ínflaton se transformam em oscilações com amplitudes crescentes, assim como esperado da Eq. (4.3) para a dinâmica do campo ínflaton na fase de contração quando  $\Gamma = 0$ . Na Fig. 4.7(c) é mostrada a evolução da densidade de energia de radiação resultante vezes  $a^4(t)$ . Novamente, vemos que, ao mesmo tempo que  $\Gamma$  encontra-se abaixo de  $|H|$ , ou seja, o campo ínflaton desacopla da radiação, a produção de radiação essencialmente pára e  $\rho_R a^4 \sim \text{cte}$ , isto é, a radiação evolui como esperado. Se tivéssemos iniciado a evolução exatamente naquele instante do desacoplamento  $t_{\text{des}}$  com  $\Gamma = 0$  e com a densidade de energia de radiação naquele instante dada por  $\rho_R(t_{\text{des}})$  tomada como seu valor inicial. A justificativa de ambas abordagens consiste no fato que, começar evoluindo o sistema de equações na fase de contração com um termo de dissipação explícito nelas em  $t = t_0$  e  $\rho_R(t_0) = 0$ , ou simplesmente assumindo a evolução começando em  $t_{\text{des}} > t_0$  com uma densidade de energia de radiação inicial diferente de zero  $\rho_{R,i} \equiv \rho_R(t_{\text{des}})$  em  $t_{\text{des}}$ , mas com  $\Gamma = 0$  acaba sendo completamente equivalente.

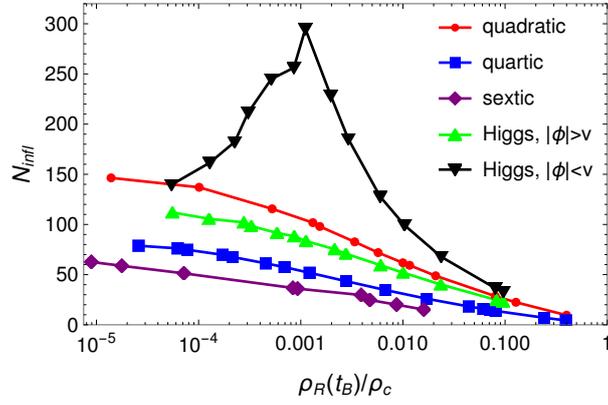
---

<sup>8</sup>Lembre-se que  $|H| < m_\phi$  é a condição para as oscilações do ínflaton, enquanto o decaimento perturbativo do ínflaton também exige que  $\Gamma \ll m_\phi$  [129].

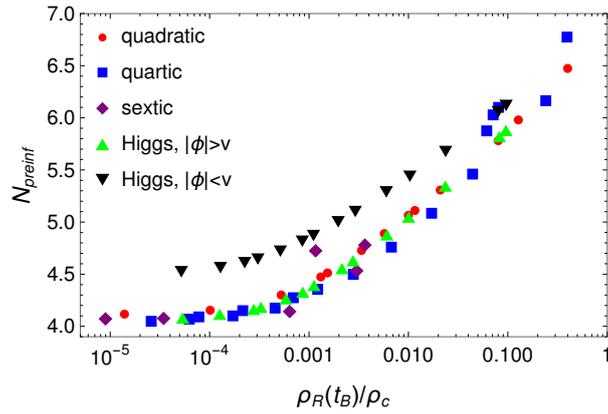
Em nossa análise sistemática de como a presença de radiação afeta as previsões para inflação nos modelos analisados, ainda produzimos as PDFs começando com condições iniciais na fase de contração com radiação sendo produzida através de um termo de dissipação nas equações evoluídas, ou apenas assumindo uma densidade de energia de radiação inicial mas definindo  $\Gamma = 0$ , como explicado acima. Foi verificado explicitamente que os resultados no regime pós-bounce são independentes da abordagem usada. De fato, descobrimos que os resultados são melhores apresentados de modo transparente quando expressos em termos da fração de densidade de energia de radiação que estará presente no instante do bounce, isto é,  $\rho_R(t_B)/\rho_{cr}$ . Desse modo, os resultados são expressos de forma mais geral, independentemente da maneira como os mecanismos de produção de radiação são especificados na fase de contração.

Voltando à discussão dos resultados para cada um dos potenciais do ínflaton considerados neste estudo e seguindo o procedimento explicado acima, voltemos nossa atenção para as Figs. 4.8(a-c). Nelas são mostrados os resultados previstos para o número de  $e$ -folds inflacionários, o número de  $e$ -folds pré-inflacionários e o valor para a amplitude do campo ínflaton no bounce, respectivamente.

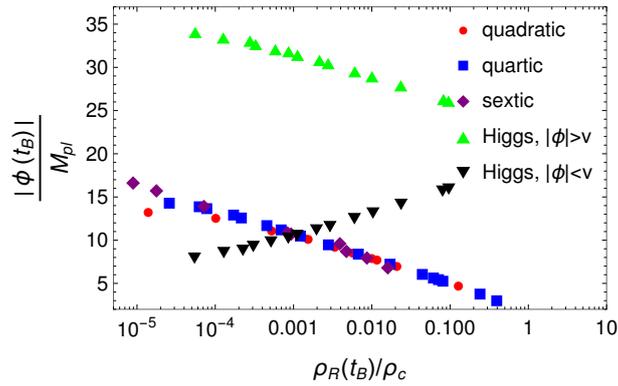
Analisando os resultados mostrados na Fig. 4.8(a), um número de características importantes surge como um resultado da inserção de radiação. Para os potenciais monomiais vemos o efeito esperado da radiação suprimindo inflação de acordo com a fração de radiação que termina presente no instante do bounce  $t_B$  e que vem da evolução anterior na fase de contração. Em particular, quanto maior a potência  $n$  no potencial monomial, menor será a fração de radiação necessária para o número de  $e$ -folds de inflação cair para valores inadequados para dar conta das observações. Por exemplo, para o potencial quadrático, o número de  $e$ -folds se encontra abaixo de 50 quando a fração de radiação no bounce é por volta de 2%. Para o potencial quártico, esta fração é em torno de 0.13% e, para o potencial sextico, ela é tão pequena quanto 0.0073%. No caso do potencial de poço duplo identificamos mais uma vez explicitamente, os regimes de inflação acontecendo na região platô do potencial com



(a)



(b)



(c)

**Figura 4.8:** (a) Duração da inflação, (b) duração da fase pré-inflacionária, e (c) a amplitude para o inflaton no bounce como uma função da fração da densidade de energia da radiação no bounce. Todos os resultados referem-se às medianas extraídas das respectivas PDFs para cada um dos modelos estudados. Os resultados mostrados são para o potencial de poço duplo para o caso com  $v = 21M_{pl}$ .

a amplitude do ínflaton no início e fim da inflação satisfazendo  $|\phi| < v$ , e o regime de inflação acontecendo na parte caótica do potencial,  $|\phi| > v$ . Para o exemplo mostrado na Fig. (4.8) foi escolhido o caso com  $v = 21M_{\text{Pl}}$ , que na ausência de radiação produz aproximadamente o mesmo número de  $e$ -folds nas partes platô e caótica do potencial (veja, por exemplo, a Fig. (4.4)). Os valores obtidos foram  $N_{\text{infl}} = 118 \pm 21$  e  $N_{\text{infla}} = 118 \pm 6$  para o número de  $e$ -folds esperado para as partes platô e caótica do potencial, respectivamente. Assim, este VEV específico é mais adequado para fins de comparação para ver os efeitos da presença de radiação na dinâmica da inflação. O comportamento de  $N_{\text{infl}}$  como função da radiação para a parte caótica do potencial exibe uma tendência semelhante a dos potenciais monomiais. Monotonicamente,  $N_{\text{infl}}$  diminui com a quantidade de radiação que permeia o bounce e torna-se menor que 50  $e$ -folds quando a fração de radiação no bounce é por volta de 1%. Entretanto, o comportamento para o número de  $e$ -folds quando inflação acontece na região platô do potencial é bastante peculiar. Em vez disso, ele mostra um comportamento crescente com o aumento da radiação até um valor máximo e, então diminui. Este comportamento peculiar pode ser explicado pelo fato que a radiação não apenas absorve energia potencial do ínflaton, mas também energia cinética. Existe então, uma chance maior para que as condições iniciais no início da inflação cheguem perto do topo do potencial, aumentando assim, o número de  $e$ -folds. No entanto, à medida que a radiação aumenta além de um certo valor, a energia cinética do ínflaton diminui levando cada vez menos condições iniciais atingindo o topo do platô no potencial, diminuindo assim, o número de  $e$ -folds. Portanto, comparado aos outros casos vemos que inflação no platô é mais resistente a um aumento na radiação. Para este VEV em particular, o número de  $e$ -folds apenas se torna menor que 50 quando a fração de radiação no bounce é maior que cerca de 5%.

Na Fig. 4.8(b) vemos que o número de  $e$ -folds da fase pré-inflacionária aumenta com a fração da densidade de energia de radiação para todos os potenciais e em todos os casos. Este comportamento já foi observado anteriormente [19, 120] no caso do potencial quártico. Aqui, confirmamos que isto

é também uma expectativa genérica para outras formas de potenciais primordiais do ínflaton e pode ser explicada através da estimativa para  $N_{\text{preinfl}}$  dada pela Eq. (4.16) na seção anterior. A presença de radiação tenderá a diminuir a escala de inflação e, conseqüentemente, aumentar  $N_{\text{preinfl}}$ . Além disso, através dos resultados na Fig. 4.8(b) vemos que existe uma certa universalidade entre eles para os diferentes potenciais. Os dados apontam para os potenciais monomiais, juntamente também, o potencial de poço duplo com inflação na parte caótica, todos eles se agrupando tendo assim, comportamento muito semelhante de como  $N_{\text{preinfl}}$  depende da fração da densidade de energia de radiação no instante do bounce. No caso do potencial de poço duplo para o ínflaton e com inflação acontecendo ao longo do platô do potencial, o comportamento é similar, porém, deslocado em relação aos outros casos. Este comportamento é também esperado (e também deve valer para outros VEVs, como visto, por exemplo, na Fig. 4.4(b)) dadas as diferentes escalas de energia para a inflação acontecendo no lado platô ou caótico do potencial.

Por fim, uma universalidade semelhante a essa vista na Fig. 4.8(b) é também vista na Fig. 4.8(c), onde é mostrada como a amplitude(em módulo) do campo ínflaton no instante do bounce  $t_B$  varia com a fração da densidade de energia de radiação. Note que todos os potenciais monomiais têm dados se agrupando. O caso da inflação para o potencial de poço duplo acontecendo na parte caótica do potencial é desviada dos potenciais monomiais exatamente pelo valor do VEV. Observe que  $|\phi(t_B)|$  diminui quando a quantidade de radiação aumenta, levando assim, a um número de  $e$ -folds menor de inflação, consistente com o que vemos na Fig. 4.8(a). Já no caso platô do potencial,  $|\phi(t_B)|$ , pode apenas aumentar em direção ao VEV, diminuindo assim também o número de  $e$ -folds.

Como uma observação final sobre os resultados obtidos para o potencial de poço duplo, semelhante ao caso estudado no vácuo, encontramos que a presença de radiação não favorece inflação acontecer na região platô do potencial (campo com amplitude pequena) ou na região caótica do potencial (campo com amplitude grande). A chance é essencialmente 50/50 para alguma condi-

ção inicial tomada na fase de contração pousar em qualquer parte do potencial durante a fase inflacionária. Este resultado é bastante surpreendente tendo em vista que para inflação ao longo da região de campo com amplitude grande, como com qualquer tipo de inflação caótica, a trajetória *slow-roll* é um atrator local no espaço de fase de condições iniciais do [130, 131]. Por outro lado, potenciais do ínflaton tipo platô são conhecidos por sofrerem do problema de condição inicial e, portanto, sofrem ajustes-finos severos [132]. Embora grandes VEVs para um potencial de poço duplo pode aliviar fortemente essa questão das condições iniciais, verificamos explicitamente que a mesma tendência também se aplica para pequenos VEVs, embora também levam a um número de  $e$ -folds pequeno, como visto na Fig. 4.4(a). Esse problema acaba se manifestando na quantidade mais provável (e suficiente) de inflação acontecer do que em uma certa condição inicial cair em qualquer um dos lados do potencial. Surpreendentemente, como discutido no caso dos resultados mostrados na Fig. 4.8(a), há também regimes onde a radiação termina favorecendo um grande número de  $e$ -folds ao longo da parte platô do potencial.

Segundo o que vimos nesse capítulo, o número de  $e$ -folds das fases inflacionária e pré-inflacionária são quantidades que podem ser estimadas probabilisticamente no contexto de LQC assumindo as condições iniciais no passado remoto na fase de contração (com o campo ínflaton no regime oscilatório), muito anterior ao bounce. Também vimos que o número de  $e$ -folds é uma quantidade previsível, mesmo que os resultados dependam do modelo considerado e da quantidade de radiação presente no Universo, anterior ao início do regime inflacionário.

Essas previsões também podem ser feitas para os mesmos potenciais aqui estudados, assumindo que o parâmetro  $\gamma$  advindo de LQG seja livre, de acordo com que será mostrado e discutido no próximo capítulo.

## Capítulo 5

### RCF e efeitos de Loop Quantum Cosmology

#### - predição analítica

Neste capítulo, novamente fazemos uma previsão para a duração de uma fase inflacionária após o bounce no contexto de *loop quantum cosmology*. Porém, desta vez mostramos que existem valores bem definidos para a amplitude do campo ínflaton no bounce, que podem ser estimados analiticamente e que dependem apenas da forma do potencial. Isto nos fornece resultados explícitos, também analiticamente, para a duração da fase pré-inflacionária e para a amplitude do ínflaton no início do regime inflacionário. Além disto, na segunda parte do trabalho analisamos também, os efeitos de variarmos o parâmetro de Barbero-Immirzi. As análises serão apresentadas para diferentes classes de potenciais inflacionários, incluindo os monomiais caóticos tipo lei de potência, o Starobinsky e o potencial de poço duplo para diferentes valores esperados do vácuo (VEVs). A condição inicial para a dinâmica de evolução que fornecerá os resultados para o número de  $e$ -folds desde o bounce até o início do regime inflacionário e a subsequente duração da inflação, independe dos detalhes da fase de contração, caso a dinâmica comece suficientemente no passado e a energia cinética seja dominante no bounce, como usualmente considerado. Também discutimos sob quais condições cada modelo considerado pode levar a sinais observáveis no espectro da radiação cósmica de fundo, ou, por não prever uma quantidade suficiente de inflação, ser excluído. Em um

primeiro momento, consideramos o valor padrão para o parâmetro de Barbero-Immirzi,  $\gamma \simeq 0.2375$ , obtido por meio dos cálculos de entropia de buracos negros. Posteriormente, assumimos esse parâmetro como sendo um parâmetro livre da teoria quântica subjacente em *loop quantum gravity* e estabelecemos um limite inferior para o mesmo exigindo uma quantidade mínima de expansão inflacionária.

## 5.1 Potencial Starobinsky

Além dos potenciais já apresentados no capítulo anterior, aqui, abordaremos também o caso do potencial Starobinsky.

### 5.1.1 Potencial Starobinsky

O modelo Starobinsky [133] é um exemplo de caso limite de teorias de gravidade modificadas mais gerais. Quando expressa no referencial de Einstein, representa um modelo que pode ser descrito através do seguinte potencial

$$V = V_0 \left( 1 - e^{-\sqrt{\frac{16\pi}{3}} \frac{\phi}{m_{\text{Pl}}}} \right)^2. \quad (5.1)$$

Os resultados para a inflação derivados do modelo (Eq. (5.1)) concordam muito bem com os dados observacionais para razão tensor-escalar e índice espectral [2], conforme ilustrado na Fig. (2.3). Por esse motivo, esse tipo de potencial é uma forma popular em estudos de inflação.

Conforme visto no capítulo anterior, a escala de  $V_0$  é fixada diferentemente para cada potencial. Seu valor é determinado pela amplitude do espectro escalar da RCF. Detalhes sobre a estimativa de  $V_0$  para as três formas de potenciais aqui considerados são fornecidos no Apêndice B.

## 5.2 Background analítico em LQC

Motivados com tais resultados presentes na literatura [3, 10, 23], neste capítulo seguimos investigando a interessante possibilidade que o regime quân-

tico do Universo no contexto de LQC pode deixar sinais observáveis na RCF, indo um pouco mais além dos trabalhos anteriores em dois aspectos:

- Primeiramente, investigando a duração da inflação para diferentes potenciais, incluindo o potencial Starobinsky e o potencial de poço duplo, além daqueles monomiais, considerando que as condições iniciais são unicamente determinadas no bounce uma vez que traçamos a dinâmica no passado distante na fase de contração. No entanto, nossos métodos são gerais o suficiente para serem estendidos a outras formas de potenciais primordiais. Para fins práticos, as quantidades foram obtidas em algum ponto na fase de contração e onde a energia cinética do campo inflaton começa a dominar sobre a energia potencial. A partir desse ponto, a evolução é encaminhada até o fim do regime inflacionário acelerado;
- Posteriormente, consideramos o parâmetro de *Barbero-Immirzi* como sendo uma variável livre da teoria. De nossas análises obtemos, pela primeira vez, um limite inferior para este parâmetro, exigindo que este modelo seja consistente com as observações da RCF. As restrições no parâmetro de *Barbero-Immirzi* foram obtidas no contexto do *dressed metric approach* e considerando o vácuo de Bunch-Davies (BD) como condição inicial para as perturbações na fase de contração. Essa escolha fornece basicamente o mesmo resultado que obtemos quando consideramos o estado de vácuo adiabático de quarta-ordem no bounce, como condição inicial no contexto do *dressed metric approach* (para mais detalhes, veja, por exemplo, [10]).

Para os modelos que aqui serão descritos, a dinâmica em LQC considerada é assumida iniciando na fase de contração suficientemente anterior ao bounce onde as condições iniciais são definidas [23]. Considerando que, as condições iniciais são definidas na fase de contração quando o campo inflaton está oscilando, então, para um potencial do inflaton genérico cuja forma é  $V \propto \phi^m$ ,  $m > 0$ , segue que a amplitude do campo inflaton é esperada evoluir como uma função do fator de escala  $a(t)$  como [134]  $\phi \propto a(t)^{-6/(m+2)}$ . Desse

modo, no regime oscilatório  $V \propto a(t)^{-6/(m+2)}$ , enquanto a energia cinética do ínflaton comportará como  $\dot{\phi}^2 \propto a(t)^{-6}$ . Desse modo, para qualquer valor finito para o expoente  $m$ , com a fase oscilante sendo suficientemente longa na contração, a energia cinética do campo ínflaton necessariamente surgirá dominando no bounce. Com a energia cinética dominante no bounce, o valor do campo ínflaton,  $\phi_B$ , então será unicamente determinado neste momento. Resultado este, que independe dos detalhes da fase de contração, desde que a evolução comece suficientemente no passado na fase de contração do Universo e no regime oscilatório para o campo do ínflaton. Para cada modelo, o valor obtido para  $\phi_B$  fornece as condições iniciais para uma posterior evolução do sistema, e pode ser estendida até o fim do regime inflacionário.

Como demonstrado em alguns trabalhos anteriores [3, 10, 19, 23, 25, 101] em modelos de LQC onde a evolução do campo ínflaton é dominada pela sua energia cinética no bounce, uma fase de inflação é quase inevitável de ser atingida. Todavia, conhecendo o valor de  $\phi_B$  podemos determinar toda a dinâmica, obtendo, por exemplo, o número de  $e$ -folds das fases pré-inflacionária e inflacionária. Assim sendo, nesta primeira parte desse capítulo, o objetivo é estimar o número de  $e$ -folds, tal como anteriormente, em dois regimes: o pré-inflacionário, que vai desde o instante do bounce até o início da inflação e o inflacionário, que vai do início ao fim da inflação. O número de  $e$ -folds da fase de expansão acelerada denominamos por  $N_{\text{infl}}$  e o número de  $e$ -folds de expansão, entre o bounce e o início da inflação,  $N_{\text{pre}}$ . Nesse intuito, começaremos a nossa análise da dinâmica de background para o nosso cenário iniciando da fase do bounce, sem assumir um modelo específico para a fase de contração [16].

### 5.2.1 Regime dominado por energia cinética

Esta fase é dominada pela energia cinética do ínflaton, com  $\dot{\phi}^2/2 \gg V(\phi)$ . Da equação de movimento para o campo ínflaton Eq.(2.49), despre-

zando a derivada do potencial  $V_\phi$ , temos

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} \approx 0, \quad (5.2)$$

cuja solução é dada por

$$\dot{\phi}(t) = \pm \sqrt{2\rho_{\text{cr}}} \left[ \frac{a_{\text{B}}}{a(t)} \right]^3, \quad (5.3)$$

onde  $a_{\text{B}}$  é o fator de escala no bounce. Substituindo a solução (5.3) na Eq. (4.1), obtemos que [112]

$$a(t) = a_{\text{B}} \left[ 1 + \frac{6\pi\rho_{\text{cr}}}{m_{\text{Pl}}^4} (1+w)^2 \frac{(t-t_{\text{B}})^2}{t_{\text{Pl}}^2} \right]^{\frac{1}{3(1+w)}}, \quad (5.4)$$

para um fluido com equação de estado barotrópica, ou seja,  $p = w\rho$ , em LQC. A Eq. (5.4) é a expressão do fator de escala no regime quântico do Universo, em que  $a_{\text{B}} \equiv a(t_{\text{B}})$ .

Com a solução analítica para  $a(t)$ , de Eq. (5.3) encontramos

$$\dot{\phi}(t) = \pm \frac{\sqrt{2\rho_{\text{cr}}}}{\left[ 1 + \frac{24\pi\rho_{\text{cr}}}{m_{\text{Pl}}^4} (t-t_{\text{B}})^2 / t_{\text{Pl}}^2 \right]^{1/2}}, \quad (5.5)$$

que ao ser integrada, resulta em

$$\phi(t) = \phi_{\text{B}} \pm \frac{m_{\text{Pl}}}{2\sqrt{3}\pi} \operatorname{arcsinh} \left[ \sqrt{\frac{24\pi\rho_{\text{cr}}}{m_{\text{Pl}}^4} \frac{(t-t_{\text{B}})}{t_{\text{Pl}}}} \right]. \quad (5.6)$$

É importante notar que, embora o resultado para amplitude do campo ínflaton (Eq. (5.6)) é derivado próximo ao bounce e onde o potencial do ínflaton é desprezível, a sua validade se estende muito bem por um longo período de tempo, ambos antes e após o bounce, conforme ilustrado na Fig. (5.1). Na Fig. (5.1) é mostrada a evolução numérica para a amplitude do ínflaton  $\phi(t)$  e sua comparação com o resultado analítico dado pela Eq. (5.6). Para propósitos ilustrativos, consideramos o potencial quadrático tipo lei de potência, com  $n = 1$ . Para outros valores do expoente  $n$ , os resultados são qualitativamente

semelhantes, quando consideramos outros potenciais. As condições iniciais foram consideradas na fase de contração e de tal forma que 147  $e$ -folds de inflação seriam produzidos. Este valor de  $e$ -folds de inflação foi escolhido uma vez que está dentro do que é esperado para este potencial a partir de análises estatísticas anteriores (veja, por exemplo, as Refs. [3, 23] para detalhes). O tempo de transição nas fases de contração e expansão,  $t_{\text{tr}}^-$  e  $t_{\text{tr}}^+$ , respectivamente, definidos por  $\dot{\phi}^2(t_{\text{tr}}^\pm)/2 = V(\phi(t_{\text{tr}}^\pm))$ , são marcados pelas faixas verticais vermelha e verde. O bounce é marcado pela faixa vertical azul. Note que o resultado analítico para  $\phi(t)$  concorda bem com a solução numérica obtida quando evoluímos a Eq. (2.49) com o parâmetro de Hubble em LQC em todo o intervalo  $t_{\text{tr}}^- \lesssim t \lesssim t_{\text{tr}}^+$ .

### 5.2.2 Definindo as condições iniciais

Vamos agora descrever o processo de determinação das condições iniciais apropriadas para a evolução do sistema e que determinará a amplitude do campo inflaton  $\phi_{\text{B}}$ , no instante do bounce. Determinar  $\phi_{\text{B}}$  é importante porque podemos relacioná-lo diretamente com todas as quantidades pós-bounce relevantes para nossas análises [16], conforme mostraremos a seguir.

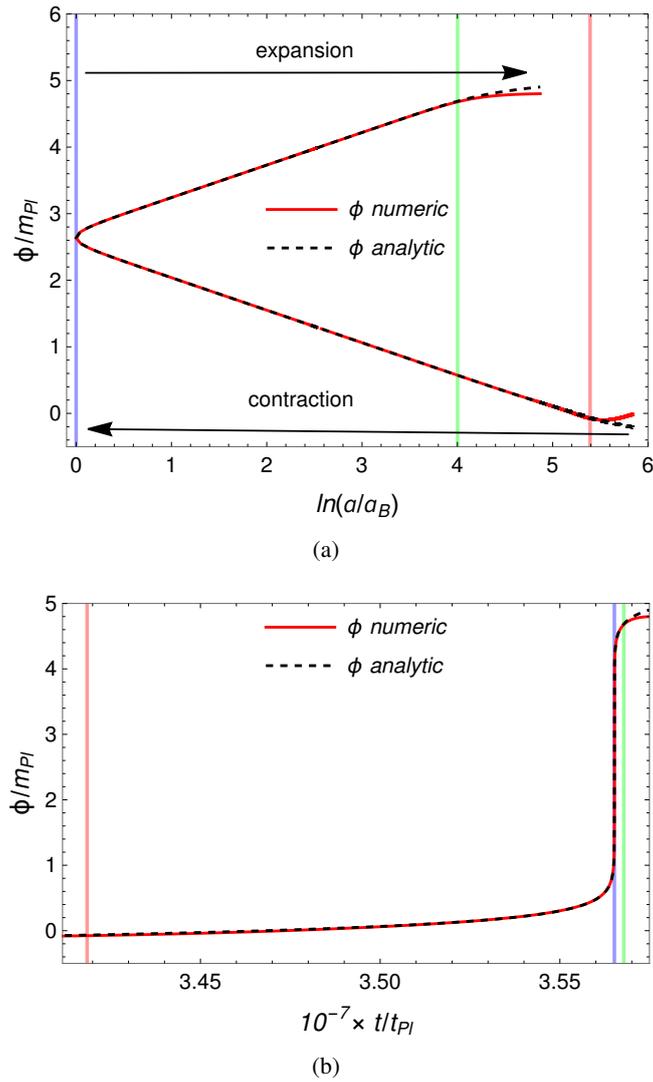
Considerando a Eq. (5.4) e a sua derivada, o parâmetro de Hubble em LQC pode ser escrito como

$$H_{\text{LQC}}(t) = \frac{\frac{4\pi\rho_{\text{cr}}}{m_{\text{Pl}}^4} (1+w)^{\frac{t-t_{\text{B}}}{t_{\text{Pl}}}}}{\left[1 + \frac{6\pi\rho_{\text{cr}}}{m_{\text{Pl}}^4} (1+w)^2 \frac{(t-t_{\text{B}})^2}{t_{\text{Pl}}^2}\right]} m_{\text{Pl}}. \quad (5.7)$$

Distante do bounce, quando os efeitos quânticos podem ser desprezíveis, ou seja,  $|t - t_{\text{B}}| \gg t_{\text{Pl}}$ , a Eq. (5.7) nos fornece a expressão usual obtida em RG,

$$H \simeq \frac{2}{3(1+w)(t - t_{\text{B}})}. \quad (5.8)$$

A seguir, assumiremos que a equação de estado na expressão (5.8) pode ser estendida para o campo inflaton, com a equação de estado na forma dada pela Eq. (2.48). Assumindo também uma notação semelhante àquela usada pelos



**Figura 5.1:** Comparação dos resultados numérico e analítico para a amplitude do ínflaton,  $\phi$ . Um potencial quadrático tipo lei de potência foi considerado e as condições iniciais (definidas na fase de contração), dado que por volta de 147  $e$ -folds de inflação é gerado (veja o texto). As faixas verticais vermelha e verde indicam o início do regime dominado por energia cinética,  $\dot{\phi}^2/2 > V(\phi)$ . A faixa vertical azul indica o instante do bounce,  $t_B$ . A evolução é mostrada ambos em termos do número de  $e$ -folds (painel a) e em termos do tempo físico (painel b).

autores da Ref. [101] e definindo a razão entre a energia potencial e a energia cinética,  $\alpha \equiv V/(\dot{\phi}^2/2)$ , o parâmetro de Hubble distante do bounce é aproximado como

$$H \simeq \frac{1 + \alpha}{3(t - t_B)}, \quad (5.9)$$

onde usamos que  $w = (1 - \alpha)/(1 + \alpha)$  na Eq. (5.8). Teoricamente, a expressão (5.9) pode ser considerada uma aproximação grosseira para o parâmetro de Hubble. Mas como é possível ver a partir dos resultados da Fig. (5.1), se observarmos a dinâmica na fase de contração, para  $t_{\text{tr}}^- < t < t_B$ , ela tende a ser muito mais lenta que na fase de expansão, para  $t_B < t < t_{\text{tr}}^+$ , o que nos dá a expectativa que podemos eventualmente combinar os resultados em algum ponto na fase de contração com algum valor de  $\alpha$ , e assim, evoluir o sistema para frente, para o instante do bounce. Como sugerido a partir dos resultados mostrados na Fig. (5.1) e pela discussão anterior, o momento apropriado para fazer tal combinação é bem antes do bounce, ainda na fase de contração, mas onde os efeitos quânticos são ainda desprezíveis e podemos usar a Eq. (5.9). Porém, após o instante de transição  $t_{\text{tr}}^-$ , as Eqs. (5.5) e (5.6) podem ser aplicadas com boa aproximação. Nossos resultados serão mostrados mais adiante, e indicam que, de fato, esta simples estratégia é sólida.

Para os resultados a serem apresentados nesse capítulo, nossa aproximação consiste então de considerar a dinâmica em algum ponto na fase de contração, após o instante de tempo de transição  $t_{\text{tr}}^-$ , mas ainda bem antes do bounce, dado que os efeitos quânticos são insignificantes. Olhemos então, para algum instante de tempo  $t_\alpha$  na fase de contração dado por  $t_{\text{tr}}^- < t_\alpha \ll t_B$ , e onde o parâmetro de Hubble pode ser aproximado por Eq. (5.9). Assim, tomando a derivada temporal da Eq. (5.8) e igualando a  $-4\pi\dot{\phi}^2/m_{\text{pl}}^2$ , válida no regime que estamos considerando (ou seja, distante do bounce e onde os efeitos advindos do regime quântico são desprezíveis), obtemos uma relação direta entre o potencial e sua derivada do campo  $V'$ , dada por

$$\frac{V(\phi_\alpha)}{V'(\phi_\alpha)} = \frac{\sqrt{1 + \alpha}}{4\sqrt{3}\pi} m_{\text{pl}}. \quad (5.10)$$

A Eq. (5.10) foi obtida usando a equação de movimento do ínflaton (Eq. (2.49)), juntamente com a Eq. (5.9) para eliminar a dependência temporal explícita para o parâmetro de Hubble,<sup>1</sup> e assim obtemos que

$$H = -\sqrt{\frac{8\pi}{3m_{\text{Pl}}^2} \frac{(1+\alpha)}{\alpha}} V, \quad (5.11)$$

que segue ao usarmos a relação  $\dot{\phi}^2/2 \equiv V/\alpha$ . Nossa aproximação para estimar  $\phi_{\text{B}}$ , consiste agora em considerar que podemos tomar um valor “médio” para  $\alpha$  e aproximá-lo como uma constante  $\bar{\alpha}$ . Neste caso, para um dado valor de  $\bar{\alpha}$  dentro do intervalo  $(0, 1)$  podemos facilmente estimar a amplitude do campo ínflaton  $\phi_{\alpha} \equiv \phi(t_{\alpha})$ , para qualquer dado potencial, quando fizermos uso da Eq. (5.10) e também do instante de tempo  $t_{\alpha}$  quando usamos as Eqs. (5.9) e (5.11) para  $\alpha \rightarrow \bar{\alpha}$ ,

$$t_{\alpha} - t_{\text{B}} = -\frac{1 + \bar{\alpha}}{3} \sqrt{\frac{3m_{\text{Pl}}^2 \bar{\alpha}}{8\pi(1 + \bar{\alpha})V(\phi_{\alpha})}}. \quad (5.12)$$

Aqui, o valor de  $\bar{\alpha}$  é fixado de modo que a dinâmica corresponderá àquela obtida para cada potencial e cujos resultados estão disponíveis para os potenciais que estamos analisando. Esta estratégia é análoga àquela adotada, por exemplo, na Ref. [101], onde o valor para a constante  $\bar{\alpha}$  foi fixado combinando seus resultados numéricos para  $\phi$ , mas no regime pós-bounce. Os autores dessa Ref. [101] também abordaram sobre a aparente arbitrariedade em ter que escolher um valor diferente de  $\bar{\alpha}$  para diferentes condições iniciais, fixando  $\bar{\alpha}$  para uma condição inicial e então usando o mesmo valor para todos os outros casos. Assim, há um único valor de  $\bar{\alpha}$  fixado de uma só vez para todas as condições iniciais. Como mostrado também pelos autores dessa Ref. [101], esta simples abordagem era suficientemente boa para reproduzir seus resultados numéricos na fase pós-bounce quando considerava diferentes condições iniciais tomadas no instante do bounce. Para o nosso caso, evitamos aplicar essa técnica para a fase pós-bounce e escolhemos considerar sua aplicação na fase de contra-

<sup>1</sup>Uma vez que estamos considerando a dinâmica na fase de contração,  $H < 0$ . Por isso, escolhemos o sinal de menos para o parâmetro de Hubble.

ção. Essa escolha pode ser justificada a partir da Fig. 5.1(b). A dinâmica pós-bounce durando desde o bounce até o tempo de transição  $t_{\text{tr}}^+$  é muito mais curta do que aquela que vai desde o instante  $t_{\text{tr}}^-$  até o tempo do bounce  $t_{\text{B}}$ . A razão  $\alpha$  entre as energias potencial e cinética, muda muito mais rápido na fase de expansão que na fase de contração. Tentando fixar  $\alpha$  para combinar com os resultados numéricos na fase de expansão e evoluindo de volta para o instante do bounce  $t_{\text{B}}$  para obter  $\phi_{\text{B}}$ , por exemplo, implica em exigir uma precisão muito alta em relação a que podemos atingir fazendo o mesmo procedimento na fase de contração. Motivados também pelos resultados obtidos pelos autores da Ref. [101] fixaremos o valor de  $\bar{\alpha}$  de modo que nossos resultados analíticos coincidam com a análise estatística considerada no nosso trabalho anterior [3]. Além disso, também mostramos que apenas é preciso fixar o valor de  $\bar{\alpha}$  uma vez para um potencial primordial do íflaton. Este mesmo valor pode então ser usado para os demais potenciais. Mais adiante, mostraremos que esta simples estratégia produzirá resultados com boa precisão.

### 5.2.3 Transição pós-bounce e a amplitude do íflaton

Com  $\phi_{\alpha}$  e o instante de tempo  $t_{\alpha}$  para um dado valor de  $\bar{\alpha}$ , seguindo o procedimento acima na fase de contração, então podemos usar a Eq. (5.6) para obter a amplitude do íflaton no tempo do bounce,  $\phi_{\text{B}}$ . Dado o valor de  $\phi_{\text{B}}$  podemos estimar o número de  $e$ -folds de inflação. Mas antes de determinar  $\phi_{\text{B}}$ , o valor do campo íflaton no instante de tempo de transição  $t_{\text{tr}}^+$  no regime pós-bounce é também determinado usando a Eq. (5.6). Ou seja,

$$\phi(t_{\text{tr}}^+) = \phi_{\text{B}} + \frac{m_{\text{Pl}}}{2\sqrt{3}\pi} \operatorname{arcsinh} \left( \sqrt{\frac{24\pi\rho_{\text{cr}}}{m_{\text{Pl}}^4} \frac{t_{\text{tr}}^+ - t_{\text{B}}}{t_{\text{Pl}}}} \right). \quad (5.13)$$

Considerando que no instante de transição temos que<sup>2</sup>

$$\dot{\phi}(t_{\text{tr}}^+) = \sqrt{2V(\phi(t_{\text{tr}}^+))}. \quad (5.14)$$

Usando a derivada de  $\phi(t)$ , Eq. (5.5) em  $t_{\text{tr}}^+$  e substituindo em Eq. (5.14) podemos então resolver numericamente<sup>3</sup> para o intervalo de tempo  $t_{\text{tr}}^+ - t_{\text{B}}$ . Este resultado então nos permite obter  $\phi(t_{\text{tr}}^+)$  quando substituirmos a solução para  $t_{\text{tr}}^+ - t_{\text{B}}$  de volta na Eq. (5.13).

#### 5.2.4 Início da fase inflacionária

Quando a fase de inflação começa em algum instante de tempo  $t_i > t_{\text{tr}}^+$ , o Universo já está muito distante do regime quântico. A energia potencial começa a dominar sobre a energia cinética dando origem ao regime inflacionário. No que segue, usamos o índice “i” para denotar as quantidades no início da inflação, que corresponde ao momento quando o Universo começa a acelerar e a equação de estado satisfaz  $w \leq -1/3$ . No intuito de obter as quantidades nesse momento podemos usar a expansão de  $\phi(t)$ , válida para  $t \simeq t_i$ ,

$$\phi_i \simeq \phi_{\text{tr}} + \dot{\phi}_{\text{tr}} t_{\text{tr}}^+ \ln \frac{t_i}{t_{\text{tr}}^+}, \quad (5.15)$$

onde  $\phi_{\text{tr}} \equiv \phi(t_{\text{tr}}^+)$ ,  $\dot{\phi}_{\text{tr}} \equiv \dot{\phi}(t_{\text{tr}}^+)$  e, sem perda de generalidade, definimos a partir deste ponto, que  $t_{\text{B}} = 0$ . Desse modo, para  $\dot{\phi}(t_i)$  temos que,

$$\dot{\phi}_i \simeq \frac{t_{\text{tr}}^+}{t_i} \dot{\phi}_{\text{tr}}. \quad (5.16)$$

<sup>2</sup>Note que para essa equação podemos ter ambos sinais positivo e negativo para  $\dot{\phi}$ . Ao longo deste capítulo, trabalhamos com a convenção de adotar o sinal positivo na Eq. (5.6) quando a escrevemos para  $t = t_{\text{tr}}^+$  na Eq. (5.13). Isto implica que o campo ínflaton está sempre se movendo da esquerda para a direita do potencial. Para os potenciais lei de potência e poço duplo esta escolha não leva à qualquer ambiguidade desde que o potencial seja simétrico e, para qualquer escolha do sinal para  $\dot{\phi}$  o campo está sempre subindo o potencial quando começarmos com as condições iniciais no regime de contração e sempre próximo ao mínimo do potencial. O potencial Starobinsky é assimétrico, mas para a forma padrão, Eq. [(5.1)], inflação apenas acontece ao longo da região plana, que reside no lado direito do potencial.

<sup>3</sup>De fato, expressões analíticas para ambos  $t_{\text{tr}}^+ - t_{\text{B}}$  e  $\phi(t_{\text{tr}}^+)$  podem ser obtidas a partir dessas equações aproximando-as considerando  $t_{\text{tr}}^+ - t_{\text{B}} \gg t_{\text{pl}}$  (veja, por exemplo, a Ref. [10] para detalhes nos casos dos potenciais lei de potência e Starobinsky.) A solução é, em geral, expressada em termos de funções de Lambert. Aqui, simplesmente escolhemos resolver diretamente a Eq. (5.14) numericamente, que em princípio, pode ser feita para qualquer potencial genérico.

Assim,

$$V(\phi_i) \simeq V(\phi_{\text{tr}}) + V_{,\phi}(\phi_{\text{tr}}) t_{\text{tr}}^+ \dot{\phi}_{\text{tr}} \ln \frac{t_i}{t_{\text{tr}}^+}. \quad (5.17)$$

Uma vez que o regime acelerado ( $\ddot{a} > 0$ ) começa em  $w = -1/3$ , então

$$\dot{\phi}_i^2 = V(\phi_i). \quad (5.18)$$

Usando as Eqs. (5.18) e (5.17) e já tendo determinado  $t_{\text{tr}}^+$  e  $\phi_{\text{tr}}$  por meio dos passos descritos anteriormente, a Eq. (5.18) pode agora ser resolvida numericamente<sup>4</sup> para o tempo inicial  $t_i$ , que então determinará  $\phi_i$  a partir da Eq. (5.15).

### 5.2.5 Number of $e$ -folds pré-inflacionário e inflacionário

Primeiramente, vamos apresentar os resultados para a fase pré-inflacionária, ou seja, a expansão desde o instante do bounce até o início da fase inflacionária. Lembrando que o número de  $e$ -folds para a fase pré-inflacionária é denotado por  $N_{\text{pre}}$ , com  $N_{\text{pre}} \equiv \ln(a_i/a_{\text{B}})$ , onde  $a_{\text{B}}$  and  $a_i$  são os fatores de escala no bounce e no início da inflação, respectivamente. Em concordância com que fizemos nas subseções anteriores,  $a_i$  pode ser escrito como [10]

$$a_i \simeq a_{\text{tr}} \left( 1 + t_{\text{tr}}^+ H_{\text{tr}} \ln \frac{t_i}{t_{\text{tr}}^+} \right), \quad (5.19)$$

onde  $H_{\text{tr}}$  na Eq. (5.19) é obtido da equação de Friedmann considerando  $\rho_{\text{tr}} = \dot{\phi}^2/2 + V(\phi_{\text{tr}})$ . Portanto, o número de  $e$ -folds de expansão na fase pré-inflacionária pode ser escrito como

$$\begin{aligned} N_{\text{pre}} &= \ln \left( \frac{a_i}{a_{\text{B}}} \right) = \ln \left( \frac{a_{\text{tr}}}{a_{\text{B}}} \right) + \ln \left( \frac{a_i}{a_{\text{tr}}} \right) \\ &\simeq \frac{1}{6} \ln \left( 1 + \frac{24\pi\rho_{\text{cr}}}{m_{\text{Pl}}^4} \frac{(t_{\text{tr}}^+)^2}{t_{\text{Pl}}^2} \right) + \ln \left( 1 + t_{\text{tr}}^+ H_{\text{tr}} \ln \frac{t_i}{t_{\text{tr}}^+} \right), \end{aligned} \quad (5.20)$$

onde temos usado a Eq. (5.4) em  $t = t_{\text{tr}}^+$  e a Eq. (5.19).

<sup>4</sup>Novamente, é possível obter soluções analíticas gerais para a Eq. (5.18) que são expressas também em termos de funções de Lambert [10]. Porém, para fins práticos, apenas optamos por resolver numericamente essa equação.

Lembrando que o número de  $e$ -folds de expansão durante a fase inflacionária,  $N_{\text{infl}}$ , é definido como

$$N_{\text{infl}}(\phi) \equiv \ln \left( \frac{a_{\text{end}}}{a_i} \right) \approx \frac{8\pi}{m_{\text{Pl}}^2} \int_{\phi_{\text{end}}}^{\phi_i} \left( \frac{V}{V'} \right) d\phi, \quad (5.21)$$

onde no último termo na equação acima usamos aproximações *slow-roll*, válidas durante a inflação,  $\dot{\phi} \simeq -V_{,\phi}/(3H)$  and  $H^2 \simeq 8\pi V/(3m_{\text{Pl}}^2)$ . O número de  $e$ -folds desde o bounce até o fim da fase inflacionária é então  $N_{\text{total}} = N_{\text{pre}} + N_{\text{infl}}$ . Na Eq. (5.21),  $\phi_i$  é dado pela Eq. (5.15) e  $\phi_{\text{end}}$ , que representa o campo escalar no fim da fase inflacionária é obtido pelo coeficiente *slow-roll*  $\varepsilon = -\dot{H}/H^2$  quando igualado a 1 (indicando o fim do regime acelerado). Assim, de  $\varepsilon = -\dot{H}/H^2 \simeq (V_{,\phi} m_{\text{Pl}}/V)^2/(16\pi) = 1$ ,  $\phi_{\text{end}}$  pode ser facilmente obtido explicitamente, para cada uma das formas dos potenciais que estamos considerando.

Para os monomiais lei de potência, de Eq. (5.21) temos que  $N_{\text{infl}}$  é dado por

$$N_{\text{infl}} = \frac{2\pi}{nm_{\text{Pl}}^2} (\phi_i^2 - \phi_{\text{end}}^2), \quad (5.22)$$

com  $\phi_{\text{end}}$  escrito como

$$\phi_{\text{end}}^2 = \frac{n^2}{4\pi} m_{\text{Pl}}^2. \quad (5.23)$$

No caso do potencial de poço duplo, o número de  $e$ -folds inflacionários é

$$N_{\text{infl}} = \frac{2\pi}{m_{\text{Pl}}^2} \left[ \frac{\phi_i^2 - \phi_{\text{end}}^2}{2} - v^2 \ln \frac{\phi_i}{\phi_{\text{end}}} \right], \quad (5.24)$$

onde

$$\phi_{\text{end}} = \pm \sqrt{v^2 + \frac{m_{\text{Pl}}^2}{2\pi} \pm \frac{m_{\text{Pl}}^2}{2\pi} \sqrt{1 + \frac{4\pi v^2}{m_{\text{Pl}}^2}}}, \quad (5.25)$$

cujos sinais positivo e negativo correspondem aos casos de campo com amplitude grande e campo com amplitude pequena, respectivamente.

Finalmente, para o potencial Starobinsky obtemos que

$$N_{\text{infl}} = \frac{3}{4} \left( e^{\sqrt{\frac{16\pi}{3}} \frac{\phi_i}{m_{\text{Pl}}}} - e^{\sqrt{\frac{16\pi}{3}} \frac{\phi_{\text{end}}}{m_{\text{Pl}}}} \right) + \frac{\sqrt{3\pi}}{m_{\text{Pl}}} (\phi_i - \phi_{\text{end}}), \quad (5.26)$$

com

$$\phi_{\text{end}} = m_{\text{Pl}} \sqrt{\frac{3}{16\pi}} \ln \left( 1 + \frac{2}{\sqrt{3}} \right). \quad (5.27)$$

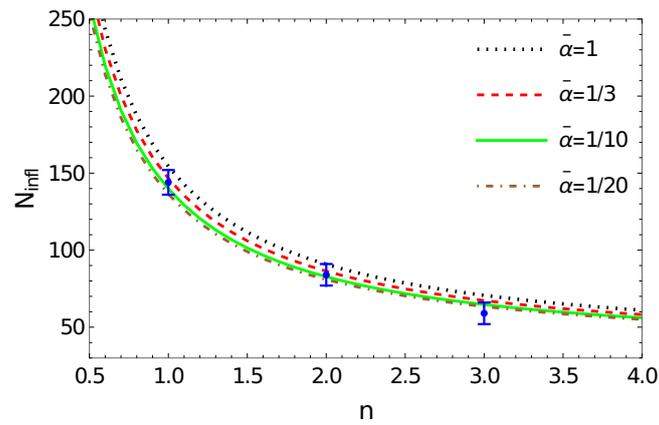
Após obter as equações analíticas relevantes explicitamente, nos vemos em condições de apresentar nossos resultados.

### 5.3 Resultados para o parâmetro de Barbero-Immirzi fixo

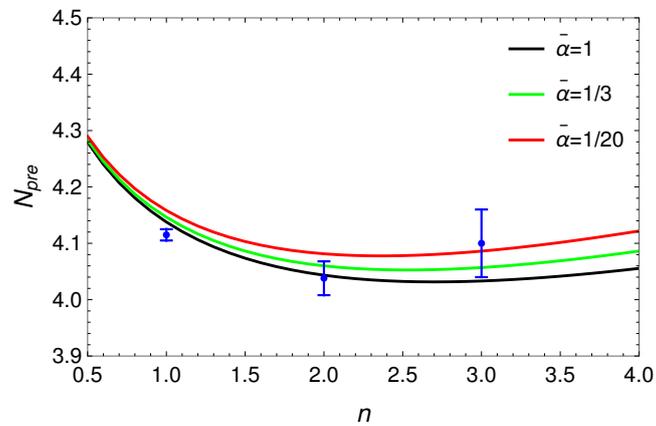
Como explicado na Seção 5.2, primeiramente, é necessário definir um valor apropriado para a razão  $\bar{\alpha}$ , entre a energia potencial e a energia cinética, na fase de contração. Os gráficos ilustram a comparação entre os resultados obtidos usando a Eq. (5.21) com a nossa abordagem e aqueles obtidos através da análise estatística feita anteriormente, na Ref. [3], usando o valor tipicamente adotado para o parâmetro de Barbero-Immirzi,  $\gamma \simeq 0.2375$ . A Ref. [3] segue a proposta iniciada pelos autores da Ref. [23], onde as condições iniciais são geradas dentro da fase de contração, onde  $\rho_\phi \ll \rho_{\text{cr}}$ , e o ínflaton está oscilando em torno do mínimo do seu potencial. O número de  $e$ -folds de inflação é então obtido assumindo um grande número de condições iniciais aleatórias que satisfazem essas condições e cada uma delas é evoluída até o fim da inflação. A função distribuição de probabilidade para cada potencial é obtida, a partir do qual, previsões estatísticas são realizadas para o número de  $e$ -folds.

Na Fig. (5.2) temos o caso dos potenciais monomiais tipo lei de potência, em que, aumentar a potência  $n$  implica em uma diminuição no número de  $e$ -folds [3]. É possível ver que os resultados se ajustam muito razoavelmente aos dados pontuais, com uma diferença de 5% para a escolha<sup>5</sup>  $\bar{\alpha} = 1/3$ . Essa mesma escolha de  $\bar{\alpha}$  também reproduz bem os resultados para o potencial de poço duplo, considerando diferentes valores de  $\nu$ , conforme mostrado na Fig. (5.3). Note que para o potencial de poço duplo, as curvas não concordam bem com os dados pontuais para o número de  $e$ -folds pré-inflacionário, mas

<sup>5</sup>O mesmo valor para a constante  $\alpha$  dado por  $1/3$  foi coincidentemente, também obtido pelos autores da Ref. [101], porém, igualando seus resultados numéricos obtidos na fase pós-bounce.

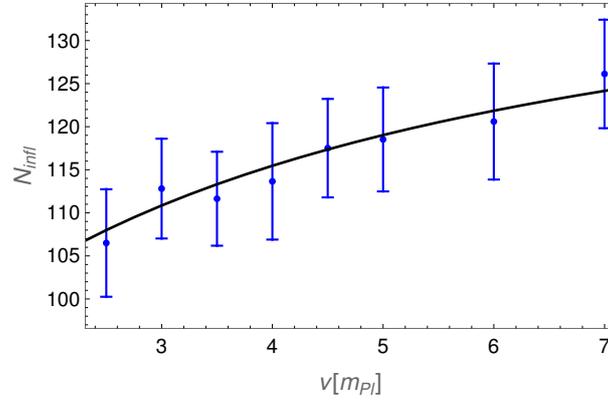
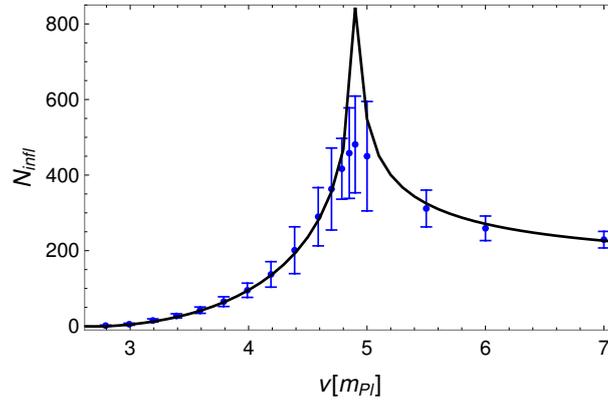
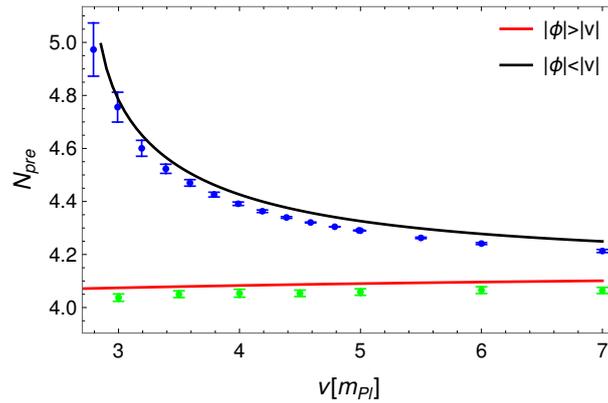


(a)



(b)

**Figura 5.2:** Resultados numéricos para o número de  $e$ -folds de inflação (painel a) e para o número de  $e$ -folds da fase pré-inflacionária, desde o instante do bounce até o início da inflação (painel b), obtido através do método descrito na Seção (5.2.5) quando aplicado ao potencial monomial lei de potência. Os “dados” pontuais mostram os resultados obtidos na Ref. [3].

(a)  $|\phi| > |v|$ (b)  $|\phi| < |v|$ 

(c)

**Figura 5.3:** Resultados numéricos para o número de  $e$ -folds inflacionários no caso do potencial de poço duplo quando inflação acontece na região do potencial para o campo com amplitude grande,  $|\phi| > |v|$  (painel a), e para inflação acontecendo ao redor da região platô,  $|\phi| < |v|$  (painel b). O número de  $e$ -folds para o regime pré-inflacionário desde o bounce até o início da inflação é mostrado no painel c. Os dados pontuais são os resultados obtidos usando os métodos descritos na Ref. [3]. Todas as curvas aqui foram obtidas definindo  $\bar{\alpha} = 1/3$  dentro do procedimento descrito na Seção (5.2.2).

a concordância qualitativa é ainda muito boa, novamente, com menos de 5% de diferença<sup>6</sup>. Assim, nossos resultados indicam que podemos fixar o valor de  $\bar{\alpha} = 1/3$  permanentemente para os demais potenciais primordiais, continuando a produzir resultados suficientemente precisos. Isto é o que assumiremos em todos os nossos resultados subsequentes. Lembrando que  $\alpha$  está relacionada à equação de estado por  $w = (1 - \alpha)/(1 + \alpha)$ , logo, a escolha  $\bar{\alpha} = 1/3$  é também equivalente a considerar o instante de tempo  $t_\alpha$  na fase de contração, onde  $w = 1/2$ .

As Figs. (5.2) e (5.3) nos trazem informações relevantes. Recordando que tipicamente são necessários por volta de 80  $e$ -folds de expansão desde o bounce até o fim da inflação, para que os efeitos quânticos no espectro da RCF sejam suficientemente diluídos [10], caso contrário, se a expansão dura menos do que este mínimo, os efeitos de LQC no espectro já deveriam ser visíveis. Este vínculo que é uma consequência dos efeitos de LQC no espectro de potência será detalhada mais adiante. Desse modo, analisando os resultados mostrados na Fig. (5.2)a, vemos que os potenciais monomiais lei de potência com uma potência no ínglaton de quinta ordem ( $n = 2.5$ ) e superior não são favorecidos devido à pequena quantidade de expansão prevista por eles. Para o potencial quadrático ( $n = 1$ ), a situação é bem diferente. O número de  $e$ -folds inflacionários previsto é  $N_{\text{infl}} \sim 147$ , de acordo com resultados obtidos anteriormente pela Ref. [23]. Embora esteja em concordância com os dados atuais da RCF, tal valor alto para  $N_{\text{infl}}$  não leva a boas perspectivas quanto à observação de possíveis sinais do regime de altas energias nos dados da RCF. Por outro lado, para o modelo quártico ( $n = 2$ ) obtemos  $N_{\text{infl}} \sim 87$ . Enquanto este modelo de potencial fornece uma quantidade satisfatória de  $e$ -folds de inflação, também permite melhores perspectivas quanto a sinais potencialmente observáveis do regime quântico de LQC em medições futuras da RCF. Na Fig. (5.3)a, são mostrados os nossos resultados para o potencial de poço duplo quando inflação acontece na região do potencial de campo com grande ampli-

<sup>6</sup>Note que para todos os pontos de dados mostrados nas figuras, as barras de erro são um desvio padrão dos valores médios.

tude, ou seja,  $|\phi| > |v|$ . O número de  $e$ -folds é sempre maior do que  $N_{\text{infl}} \sim 87$ , cujo valor é alcançado quando  $v \rightarrow 0$  e o modelo é análogo ao caso do potencial monomial quártico. No entanto, quando inflação acontece na região platô do potencial, ou seja, quando  $|\phi| < |v|$ , o número de  $e$ -folds tende a aumentar com o valor do VEV  $v$ , até por volta de  $5m_{\text{pl}}$ , depois ele cai e tende a uma assíntota em torno de  $N_{\text{infl}} \sim 200$ . Este comportamento já foi sugerido na análise feita no nosso trabalho anterior [3], mas se torna claro, agora nos resultados mostrados na Fig. (5.3)b. A explicação para tal comportamento é bastante simples. Para pequenos valores de VEV a região platô do potencial é pequena e é difícil localizar o ínflaton na região do potencial de campo com amplitude pequena e o número de  $e$ -folds de inflação tende a ser pequeno. À medida que o VEV  $v$  aumenta, torna-se mais provável que a inflação aconteça mais próxima do platô do potencial e o número de  $e$ -folds de inflação aumenta<sup>7</sup>. No entanto, para valores de  $v$  ainda maiores, mais uma vez, torna-se menos provável que a dinâmica coloque o ínflaton muito próximo ao topo do potencial, e o número de  $e$ -folds diminui. Os nossos resultados indicam que existe um valor ótimo para  $v$  para que inflação tenha um número máximo de  $e$ -folds para o potencial de poço duplo no contexto de LQC, cujo valor é em torno de  $v \sim 5m_{\text{pl}}$ . Por outro lado, nossos resultados também mostram que para  $v \lesssim 3m_{\text{pl}}$ , essencialmente, não há mais condições iniciais levando a inflação começando e finalizando na região do platô do potencial, o que está de acordo com o que foi encontrado pelos autores da Ref. [128].

Além dos potenciais monomiais quadrático, quártico e sêxtico e o potencial de poço duplo, nossos resultados também incluem a análise feita para o potencial Starobinsky dado pela Eq. (5.1) e estão resumidos nas Tabelas (5.1 - 5.4). Nas Tabelas (5.1) e (5.2) são dados os resultados para as várias quantidades que foram definidas no decorrer da Seção (5.2). Em particular, a previsão

<sup>7</sup>Deve-se notar que o número de  $e$ -folds na Fig. (5.3)b parece crescer muito acentuadamente em torno de  $v \simeq 5m_{\text{pl}}$ . Espera-se que a situação atual exiba um máximo mais suave como realmente indicado pelos dados numéricos. Isto ocorre porque sempre há flutuações quânticas estocásticas gaussianas [128] atuando no campo ínflaton de background. Essas flutuações tornam improvável que o ínflaton seja precisamente localizado no topo do máximo do potencial, em  $\phi = 0$ .

numérica para a amplitude do campo ínflaton no bounce,  $\phi_B$ . Esta quantidade é muito importante, uma vez que as demais quantidades, em particular, o ponto onde inflação inicia dependem desse valor. De certo modo, vemos que isso é equivalente a fornecer as condições iniciais no instante do bounce. A subsequente evolução do Universo é então completamente determinada a partir dessas condições iniciais, especialmente o regime inflacionário. Assim, conhecendo as condições iniciais no bounce mostramos que ele determina completamente a duração da inflação para qualquer dado potencial. Note que a duração total da inflação aqui prevista é baseada na suposição de um bounce dominado por energia cinética e usando  $\alpha = 1/3$ , diferentemente dos resultados estatísticos obtidos, por exemplo, nas Refs. [3,23–26]. Os valores previstos para a duração da fase pré-inflacionária e da inflacionária são apresentados nas Tabelas (5.3) e (5.4).

A partir dos resultados mostrados nas Tabelas (5.3) e (5.4) vemos que para todos os modelos estudados o número de  $e$ -folds pré-inflacionário, que considera a expansão do bounce ao início da inflação é sempre  $N_{\text{pre}} \sim 4 - 5$ , que concorda com a Ref. [3] e outras referências anteriores. Esta é uma consequência do bounce ser dominado pela energia cinética do campo ínflaton, sendo assim, fracamente dependente da forma do seu potencial. Para o número de  $e$ -folds inflacionários, também obtivemos resultados genericamente em acordo com àqueles obtidos na Ref. [3]. Particularmente, para o potencial Starobinsky podemos observar que  $N_{\text{infl}} \sim 10^9$ , ou seja, a duração da inflação é mais longa comparada aos outros modelos. Isto é consistente com os resultados mostrados, por exemplo, na Ref. [26], que segue a determinação para o número de  $e$ -folds de inflação originalmente proposto na Ref. [23] e que também foi considerado na Ref. [3]. Isto ocorre para valores positivos do campo escalar no início da inflação, ou seja, onde os potenciais têm um platô [135]. Segundo discutido na Ref. [26], a dinâmica de LQC automaticamente fornece configurações de campo altamente energéticas no início da inflação. Como consequência disto, o campo ínflaton é “empurrado” para o platô, levando a uma fase muito longa de inflação. É importante lembrar que os potenciais

**Tabela 5.1:** Valores numéricos obtidos para as três formas do modelo de potencial monomial e o potencial Starobinsky.

Modelo	$V_0/m_{\text{Pl}}^4$	$\phi_B/m_{\text{Pl}}$	$t_{\text{tr}}^+/t_{\text{Pl}}$	$\phi_{\text{tr}}/m_{\text{Pl}}$	$(10^6)\dot{\phi}_{\text{tr}}/m_{\text{Pl}}^2$	$t_{\text{tr}}/t_{\text{Pl}}$	$\phi_i/m_{\text{Pl}}$
Quadrático	$1.355 \times 10^{-12}$	2.72	$2.9 \times 10^4$	4.72	5.6	$4.1 \times 10^4$	4.84
Quártico	$1.373 \times 10^{-13}$	3.19	$2.3 \times 10^4$	5.22	7.1	$3.2 \times 10^4$	5.27
Sextico	$4.563 \times 10^{-15}$	3.65	$2.3 \times 10^4$	5.68	7.1	$3.1 \times 10^4$	5.73
Starobinsky	$1.497 \times 10^{-13}$	2.65	$3.0 \times 10^5$	5.10	0.5	$4.2 \times 10^5$	5.16

**Tabela 5.2:** Valores numéricos obtidos para o potencial de poço duplo, considerando alguns valores ilustrativos para o VEV.

Modelo	$V_0/m_{\text{Pl}}^4$	$\phi_{\text{B}}/m_{\text{Pl}}$	$t_{\text{tr}}^+/t_{\text{Pl}}$	$\phi_{\text{tr}}/m_{\text{Pl}}$	$(10^6)\dot{\phi}_{\text{tr}}/m_{\text{Pl}}^2$	$t_i/t_{\text{Pl}}$	$\phi_i/m_{\text{Pl}}$
Higgs-like $( \phi_{\text{B}}  >  v = 3.5m_{\text{Pl}} )$	$2.867 \times 10^{-14}$	6.27	$2.4 \times 10^4$	8.30	6.8	$3.3 \times 10^4$	8.35
Higgs-like $( \phi_{\text{B}}  >  v = 4.0m_{\text{Pl}} )$	$2.384 \times 10^{-14}$	6.76	$2.4 \times 10^4$	8.80	6.7	$3.4 \times 10^4$	8.85
Higgs-like $( \phi_{\text{B}}  >  v = 4.5m_{\text{Pl}} )$	$2.010 \times 10^{-14}$	7.25	$2.5 \times 10^4$	9.29	6.6	$3.4 \times 10^4$	9.35
Higgs-like $( \phi_{\text{B}}  <  v = 3.5m_{\text{Pl}} )$	$6.424 \times 10^{-14}$	-0.79	$9.0 \times 10^4$	1.46	1.8	$1.3 \times 10^5$	1.52
Higgs-like $( \phi_{\text{B}}  <  v = 4.0m_{\text{Pl}} )$	$5.245 \times 10^{-14}$	-1.30	$6.6 \times 10^4$	0.90	2.5	$9.4 \times 10^4$	0.96
Higgs-like $( \phi_{\text{B}}  <  v = 4.5m_{\text{Pl}} )$	$4.254 \times 10^{-14}$	-1.80	$5.6 \times 10^4$	0.37	2.9	$7.9 \times 10^4$	0.43

**Tabela 5.3:** Número de  $e$ -folds obtidos através da análise analítica para os mesmos modelos considerados na Tab. (5.1).

Modelo	$N_{\text{pre}}$	$N_{\text{infl}}$
Quadrático	4.15	146.55
Quártico	4.06	86.36
Sextico	4.06	67.30
Starobinsky	4.92	$1.10 \times 10^9$

que preveem um grande número de  $e$ -folds estão perfeitamente em acordo com as observações atuais, como é o caso do potencial Starobinsky.

**Tabela 5.4:** Número de  $e$ -folds obtidos para o potencial de poço duplo, assumindo diferentes valores para o VEV.

Modelo	$N_{\text{pre}}$	$N_{\text{infl}}$
Higgs-like ( $ \phi_{\text{B}}  >  v = 3.5m_{\text{Pl}} $ )	4.08	113.31
Higgs-like ( $ \phi_{\text{B}}  >  v = 4.0m_{\text{Pl}} $ )	4.08	115.46
Higgs-like ( $ \phi_{\text{B}}  >  v = 4.5m_{\text{Pl}} $ )	4.09	117.35
Higgs-like ( $ \phi_{\text{B}}  <  v = 3.5m_{\text{Pl}} $ )	4.53	32.64
Higgs-like ( $ \phi_{\text{B}}  <  v = 4.0m_{\text{Pl}} $ )	4.43	95.66
Higgs-like ( $ \phi_{\text{B}}  <  v = 4.5m_{\text{Pl}} $ )	4.37	235.92

## 5.4 Vínculos ao parâmetro de Barbero-Immirzi

O parâmetro de Barbero-Immirzi,  $\gamma$ , é estritamente um parâmetro livre da teoria. Portanto, é importante encontrar maneiras para vincular o seu valor. Nesta seção será estudada como a previsão para o número de  $e$ -folds em LQC auxilia na definição de possíveis vínculos para esse parâmetro.

Para vincular esse parâmetro necessitaremos analisar o espectro de potência em LQC, conforme explicamos a seguir. As perturbações em LQC serão tratadas usando a abordagem de quantização conhecida como *dressed-metric approach* [104]. A *dressed-metric approach*, além de ser uma das abor-

dagens mais estudadas na literatura, é a que parece mais adequada para este tipo de análise. Ela reproduz resultados qualitativamente semelhantes à chamada abordagem híbrida para o espectro de potência [136]. Em geral, ambos os esquemas de quantização e as condições iniciais escolhidas são importantes quando derivamos o espectro de potência em LQC. Em relação às condições iniciais, a mais comumente usada é o estado de vácuo de Bunch-Davies (BD) imposto na fase de contração, anterior ao bounce. Desde antes do início da fase do bounce, todos os modos de perturbação importantes estão dentro do horizonte efetivo, o estado de vácuo BD é uma escolha natural neste caso. Uma segunda possibilidade seria impor as condições iniciais no bounce. No bounce, alguns modos estão dentro do horizonte efetivo e alguns estão fora dele. Assim, neste caso, o estado de vácuo BD não é mais uma escolha adequada. Em vez disso, pode-se impor o estado de vácuo adiabático de quarta ordem [104]. Dentro da validade deste último, foi demonstrado na literatura [10] que ambas as escolhas levam essencialmente aos mesmos resultados.

#### 5.4.1 Espectro de potência em LQC

O bounce quântico muda o espectro de potência escalar por um termo de correção que depende da escala característica no bounce. Em trabalhos anteriores (veja, por exemplo, Ref. [27]), vínculos precisos no termo de correção no espectro de potência escalar de LQC foram obtidas usando dados recentes da RCF, fornecendo limites na escala característica  $k_B$ . Acontece que esta escala é uma função do parâmetro de Barbero-Immirzi e o número de  $e$ -folds de expansão desde o bounce até hoje,  $N_T$ . Portanto, no que segue, usaremos dados vínculos observacionais em  $k_B$  a fim de impor limites no valor de  $\gamma$ , como uma função do número de  $e$ -folds [16].

Pelas razões mencionadas acima, além das modificações a nível de background em LQC, também são esperadas modificações a nível perturbativo, especialmente, de modos relevantes que têm comprimentos de onda físicos comparáveis ao raio de curvatura no instante do bounce. Ao contrário do que acontece em RG, onde normalmente assume-se que a dinâmica

pré-inflacionária não tem qualquer efeito nos modos observáveis na RCF, em LQC, a situação é bem diferente. Os modos que experimentam curvatura são excitados no regime de Planck ao redor do instante do bounce. O principal efeito no início da inflação é que o estado quântico das perturbações é povoado por excitações desses modos sobre o vácuo de Bunch-Davies. Consequentemente, o espectro de potência escalar em LQC é modificado em relação ao obtido em RG, dado que ele pode ser escrito como (para mais detalhes, veja a Ref. [10])

$$\begin{aligned}\Delta_{\mathcal{R}}(k) &= |\alpha_k + \beta_k|^2 \Delta_{\mathcal{R}}^{GR}(k) \\ &= (1 + 2|\beta_k|^2 + 2\text{Re}(\alpha_k \beta_k^*)) \Delta_{\mathcal{R}}^{GR}(k).\end{aligned}\quad (5.28)$$

Na Eq. (5.28),  $\alpha_k$  e  $\beta_k$  são os coeficientes de Bogoliubov<sup>8</sup>, onde os efeitos pré-inflacionários estão codificados, e  $\Delta_{\mathcal{R}}^{GR}$  é a forma para o espectro de potência em RG. Em RG, com o vácuo BD, os coeficientes de Bogoliubov na Eq. (5.28) devem reduzir simplesmente a  $\alpha_k \rightarrow \alpha_k^{\text{BD}} = 1$  e  $\beta_k \rightarrow \beta_k^{\text{BD}} = 0$ . Em LQC, a mudança do espectro pode ser vista exatamente como um resultado da mudança do estado de vácuo em relação ao caso em RG, visto que  $|\beta_k|^2 \equiv n_k$  está associado com o número de excitações no modo  $k$ .

Podemos parametrizar a Eq. (5.28) como

$$\Delta_{\mathcal{R}}(k) = (1 + \delta_{\text{PL}}) \Delta_{\mathcal{R}}^{GR}(k), \quad (5.29)$$

onde o fator  $\delta_{\text{PL}}$  é uma correção dependente de escala ( $k$ -). Seguindo a derivação dada na Ref. [10], temos que

$$\begin{aligned}\delta_{\text{PL}} &= \left[ 1 + \cos\left(\frac{\pi}{\sqrt{3}}\right) \right] \text{csch}^2\left(\frac{\pi k}{\sqrt{6}k_B}\right) \\ &+ \sqrt{2} \sqrt{\cosh\left(\frac{2\pi k}{\sqrt{6}k_B}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{\sqrt{3}}\right)} \cos\left(\frac{\pi}{2\sqrt{3}}\right) \\ &\times \text{csch}^2\left(\frac{\pi k}{\sqrt{6}k_B}\right) \cos(2k\eta_B + \varphi_k),\end{aligned}\quad (5.30)$$

<sup>8</sup>São os coeficientes quando se faz uma mudança de base onde o vácuo é quântico sem partículas.

onde

$$\varphi_k \equiv \arctan \left\{ \frac{\text{Im}[\Gamma(a_1)\Gamma(a_2)\Gamma^2(a_3 - a_1 - a_2)]}{\text{Re}[\Gamma(a_1)\Gamma(a_2)\Gamma^2(a_3 - a_1 - a_2)]} \right\}, \quad (5.31)$$

com  $a_1, a_2, a_3$  definido como  $a_{1,2} = (1 \pm 1/\sqrt{3})/2 - ik/(\sqrt{6}k_B)$  and  $a_3 = 1 - ik/(\sqrt{6}k_B)$ . Em particular,  $\eta_B$  é o tempo conforme no bounce e  $k_B = \sqrt{\rho_c r} a_B \sqrt{8\pi}/m_{\text{Pl}}$  é a escala característica também no bounce.

Das equações acima identificamos que

$$\begin{aligned} 2|\beta_k|^2 &= \left[ 1 + \cos\left(\frac{\pi}{\sqrt{3}}\right) \right] \text{csch}^2\left(\frac{\pi k}{\sqrt{6}k_B}\right), \\ 2\text{Re}(\alpha_k \beta_k^*) &= \sqrt{2} \sqrt{\cosh\left(\frac{2\pi k}{\sqrt{6}k_B}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{\sqrt{3}}\right)} \\ &\times \cos\left(\frac{\pi}{2\sqrt{3}}\right) \text{csch}^2\left(\frac{\pi k}{\sqrt{6}k_B}\right) \cos(2k\eta_B + \varphi_k). \end{aligned} \quad (5.32)$$

Na Eq. (5.33), o termo  $\cos(2k\eta_B + \varphi_k)$  oscila muito rápido tendo um efeito desprezível quando se calcula a média temporal. Entretanto, para fins práticos, em quantidades observáveis, o fator  $\delta_{PL}$  pode ser simplesmente considerado como sendo dado por

$$\delta_{PL} = \left[ 1 + \cos\left(\frac{\pi}{\sqrt{3}}\right) \right] \text{csch}^2\left(\frac{\pi k}{\sqrt{6}k_B}\right). \quad (5.34)$$

Repare que neste caso,  $\delta_{PL}$  pode simplesmente ser identificado com  $2n_k$ , ou seja, com o número de excitações no modo  $k$  que aparecem como uma consequência do bounce em LQC. É devido a este termo de correção, que em LQC, para que o espectro seja consistente com as observações, exige-se que o Universo tenha expandido 21  $e$ -folds extras de modo a permitir que essas características dependentes de escala no espectro de potência escalar primordial sejam suficientemente diluídas, segundo discutido em detalhes nas Refs. [10, 27].

Embora a correção dada pela Eq. (5.34) tenha sido derivada na abordagem de quantização *dressed-metric*, o resultado é qualitativamente similar na abordagem de quantização híbrida (veja, por exemplo, Ref. [137]). Outros esquemas de quantização alternativos usados em LQC podem levar a correções

no espectro de potência que são suprimidas. Este parece ser o caso, por exemplo, na *closed/deformed algebra approach* [138, 139]. Neste caso, não é necessário em princípio, adicionar  $e$ -folds de expansão extras, conforme exigido nas abordagens de quantização *dressed* ou híbrida. De qualquer maneira podemos ver nossos resultados usando a abordagem *dressed-metric* como àquela que dá a condição mais vinculada no número de  $e$ -folds mínimo exigido. Mesmo em outras abordagens que podem levar a uma correção para o espectro de potência suprimida, ainda é necessário exigir que a inflação dure pelo menos alguns 60  $e$ -folds ou mais. Isto ainda fornece uma descrição qualitativamente semelhante ao que consideraremos a seguir, embora mais fraca.

#### 5.4.2 Parâmetro de Barbero-Immirzi como uma função do número de $e$ -folds

No contexto de LQC, o número total de  $e$ -folds de expansão desde o instante do bounce até hoje,  $N_T$ , está relacionado ao parâmetro  $k_B$ . Ao assumir um limite superior em  $k_B$ , ele pode ser traduzido em vínculos no número total de  $e$ -folds. Diante dessas ponderações, o interesse dessa subseção é encontrar um limite superior para o valor de  $k_B$ , que implica em um limite inferior para o número de  $e$ -folds. Na Ref. [27], por exemplo, vínculos no parâmetro  $k_B$  foram obtidos a partir de dados da RCF. Uma vez que  $k_B$  está relacionado à  $\gamma$ , esses resultados podem ser transformados em vínculos no parâmetro  $\gamma$ . Assim, a relação entre  $k_B$  e o número de  $e$ -folds é dada pela equação,

$$k_B \equiv \frac{\sqrt{8\pi\rho_{\text{cr}}}a_B}{m_{\text{Pl}}} = m_{\text{Pl}} \left( \frac{\sqrt{3}}{4\pi\gamma^3} \right)^{1/2} e^{-N_T}, \quad (5.35)$$

onde usamos que  $\rho_{\text{cr}} = \sqrt{3}m_{\text{Pl}}^4/32\pi^2\gamma^3$  e  $N_T = \ln(a_0/a_B)$  corresponde ao número total de  $e$ -folds desde o bounce até hoje [16]. Observe que na Eq. (5.35) usamos a convenção padrão de definir o fator de escala do Universo hoje, como sendo  $a_0 \equiv 1$ .

As observações da RCF restringem diretamente o valor de  $k_B$  ao impor um limite no termo de correção dado pela Eq. (5.34). Uma restrição

de observação atualizada em  $k_B$  foi obtida na Ref. [27], o que leva à  $k_B < 1.9 \times 10^{-4} \text{Mpc}^{-1}$  em  $1\sigma$ . Note que essa restrição independe do valor do parâmetro de Barbero-Immirzi e deve ser válida para qualquer valor de  $\gamma$ . Usando a Eq. (5.35), isso se traduz em um limite inferior em  $N_T$ , dependendo do valor para o parâmetro  $\gamma$ , que é descrito como

$$N_T \gtrsim 139 - \frac{3}{2} \ln(\gamma). \quad (5.36)$$

Observe que  $N_T$  pode ser expresso da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} N_T &= \ln\left(\frac{a_0}{a_B}\right) = \ln\left(\frac{a_i}{a_B} \frac{a_{\text{end}}}{a_i} \frac{a_{\text{reh}}}{a_{\text{end}}} \frac{a_0}{a_{\text{reh}}}\right), \\ &= N_{\text{pre}} + N_{\text{infl}} + N_{\text{reh}} + \ln\left(\frac{a_0}{a_{\text{reh}}}\right), \end{aligned} \quad (5.37)$$

onde  $a_i$ ,  $a_{\text{end}}$  e  $a_{\text{reh}}$  correspondem aos fatores de escala no início da inflação, no fim da inflação e na fase de reaquecimento, respectivamente, enquanto  $N_{\text{reh}}$  é a duração da fase de reaquecimento. Temos também que [140]

$$\frac{a_0}{a_{\text{reh}}} = \left(\frac{11g_{s,\text{reh}}}{43}\right)^{\frac{1}{3}} \frac{T_{\text{reh}}}{T_{\text{CMB},0}}, \quad (5.38)$$

onde  $T_{\text{reh}}$  é a temperatura de reaquecimento,  $T_{\text{CMB},0}$  é a temperatura da RCF hoje e,  $g_{s,\text{reh}}$  é o número efetivo de graus de liberdade relativísticos para a entropia no fim da fase do reaquecimento. Considerando o caso de reaquecimento instantâneo no fim da fase inflacionária (ou seja, desprezando a física tipicamente desconhecida na fase de reaquecimento)  $N_{\text{reh}} \approx 0$ , e associando  $T_{\text{reh}}$  com a densidade de energia potencial do ínflaton no fim da inflação,  $V_{\text{end}}$ , temos que

$$T_{\text{reh}} \simeq \left(\frac{30}{g_{\text{reh}}\pi^2}\right)^{\frac{1}{4}} (1 + \kappa)^{\frac{1}{4}} V_{\text{end}}^{\frac{1}{4}}, \quad (5.39)$$

onde  $g_{\text{reh}}$  é o número efetivo de graus de liberdade relativísticos para a energia em total termalização. Na Eq. (5.39),  $\kappa$  corresponde à razão da energia cinética pela energia potencial durante a inflação. No fim da inflação,  $\kappa = 1/2$ . Considerando ambos  $g_{s,\text{reh}}$  e  $g_{\text{reh}}$  tendo valores próximos àqueles considerados para

o modelo padrão da física de partículas,  $g_{s,\text{reh}} \simeq g_{\text{reh}} \sim 100$ , o resultado encontrado é que  $\ln(a_0/a_{\text{reh}}) \sim 60$ . Assim, a Eq. (5.36) pode ser escrita como um limite inferior para  $N_{\text{pre}} + N_{\text{infl}}$ , dado por

$$N_{\text{pre}} + N_{\text{infl}} \gtrsim 79 - \frac{3}{2} \ln(\gamma). \quad (5.40)$$

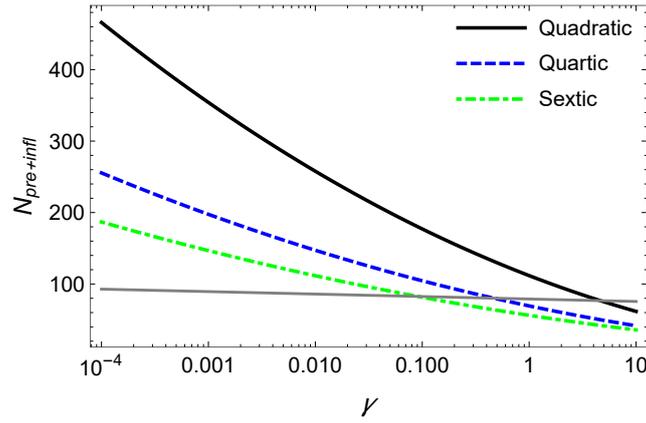
A adição de detalhes da fase de reaquecimento após a inflação, apenas faz com que esta relação se torne mais restritiva. Desse modo, a Eq. (5.40) pode ser usada como um limite inferior geral para o número de  $e$ -folds total desde o bounce até o fim da fase de inflação, como uma função do parâmetro de Barbero-Immirzi. Adotando o valor de  $\gamma$  como sendo àquele sugerido pelo cálculo da entropia do buraco negro [100],  $\gamma \simeq 0.2375$ , obtém-se  $N_{\text{T}} \gtrsim 141$  e  $N_{\text{pre}} + N_{\text{infl}} \gtrsim 81$ . Lembre-se também que o número de  $e$ -folds relevantes das observações da RCF (por exemplo, em uma escala pivô  $k_* = 0.05/\text{Mpc}$  e assumindo reaquecimento instantâneo por simplicidade) é [2]

$$N_* \approx 57 + 2 \ln \left( \frac{V_*^{1/4}}{10^{16} \text{GeV}} \right) - \ln \left( \frac{T_{\text{reh}}}{10^{16} \text{GeV}} \right), \quad (5.41)$$

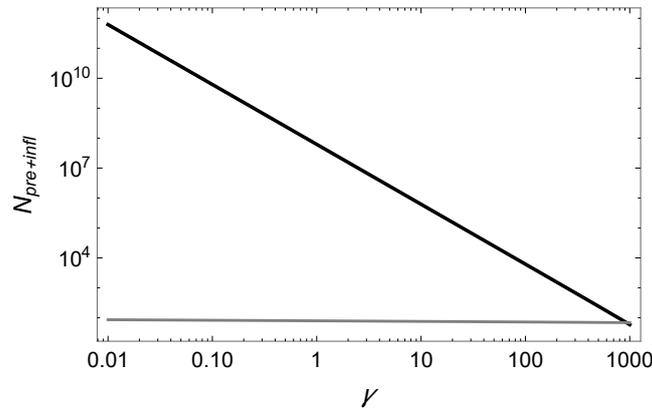
que tipicamente implica em  $N_* \sim 50 - 60$  para o número necessário de  $e$ -folds de inflação. Como vimos que  $N_{\text{pre}} \sim 4$ , sendo muito fracamente dependente da forma do potencial do ínfaton, então,  $N_*$  pode confortavelmente fitar o limite inferior estimado para  $N_{\text{pre}} + N_{\text{infl}} \gtrsim 81$ .

A seguir, será analisado o comportamento geral do número de  $e$ -folds  $N_{\text{pre+infl}} = N_{\text{pre}} + N_{\text{infl}}$  desde o bounce até o fim da fase inflacionária, como uma função de  $\gamma$ . As expressões gerais derivadas na seção anterior para  $N_{\text{pre}}$  e  $N_{\text{infl}}$  serão usadas. Em seguida, vamos considerar como  $N_{\text{pre+infl}}$  mudam ao variar o parâmetro de Barbero-Immirzi e também considerando um limite inferior geral, dado pela Eq. (5.40).

## 5.5 Resultados para o parâmetro de Barbero-Immirzi variável



(a)



(b)

**Figura 5.4:** Número de  $e$ -folds pré-inflacionários + número de  $e$ -folds inflacionários,  $N_{\text{pre+infl}}$ , para os potenciais considerados, variando o parâmetro de Barbero-Immirzi. As linhas cinza quase horizontais mostram o limite em  $N_{\text{pre+infl}}(\gamma)$  definido pela Eq. (5.40). Paineis (a) e (b): potenciais lei de potência; painel (b): potencial Starobinsky.

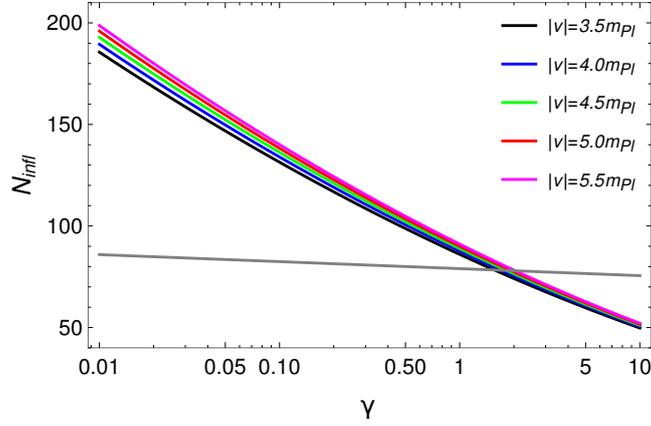
As Figs. (5.4) e (5.5) mostram o comportamento do número de  $e$ -folds desde o bounce até o fim da inflação como uma função de  $\gamma$ , para os modelos de potenciais considerados na Seção (5.1). Na Fig. (5.4)a é mostrado os resultados para o caso dos potenciais monomiais tipo lei de potência. Para nossas simulações consideramos um intervalo suficiente de valores representativos para  $\gamma$  (o intervalo  $0 \lesssim \gamma \lesssim 10$ , tipicamente corresponde ao intervalo mais con-

siderado na literatura [141–145]). As linhas cinzas quase horizontais em ambos os plots mostram o limite inferior em  $N_{\text{pre+infl}}(\gamma)$  definido pela Eq. (5.40). Em todos os casos é observado que, quanto menor o valor de  $\gamma$ , maior é o valor de  $N_{\text{pre+infl}}$ . Para o caso quadrático ( $n = 1$ ) obtemos um valor de  $N_{\text{pre+infl}}$  que satisfaz os vínculos observacionais para quase todo o intervalo de  $\gamma$ . No entanto, para os casos quártico ( $n = 2$ ) e sêxtico ( $n = 3$ ), eles aproximam do limite de 81  $e$ -folds para valores de  $\gamma$  pequenos. Para o caso do potencial quártico, encontramos que para  $\gamma \sim 0.46$ ,  $N_{\text{pre+infl}}$  atinge o valor de 81  $e$ -folds. Porém, para o caso sêxtico, encontramos que para  $\gamma \sim 0.1$ , o número de  $e$ -folds atinge o valor limite  $N_{\text{pre+infl}} = 81$  e, rapidamente cai para um valor abaixo desse quando  $\gamma$  aumenta. Vemos que, embora para o valor usual do parâmetro de Barbero-Immirzi o potencial sêxtico em LQC está em forte tensão com as observações, para pequenos valores do parâmetro,  $\gamma < 0.1$ , ele pode ser consistente.

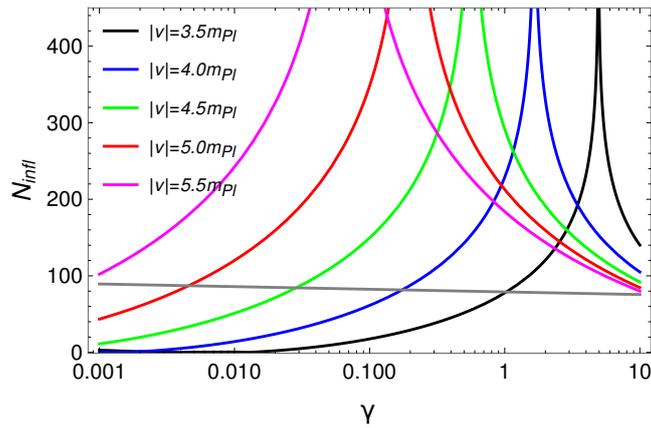
Para complementar os resultados discutidos acima, na Fig. (5.4)b é mostrado o resultado para o número de  $e$ -folds como uma função de  $\gamma$ , para o potencial Starobinsky. Como é possível ver, mais uma vez, este corresponde ao caso que apresenta os valores mais altos para  $N_{\text{pre+infl}}$ <sup>9</sup>. Analisamos qual o valor de  $\gamma$  que levaria a um valor limite de  $N_{\text{pre+infl}} = 81$ . Os resultados numéricos mostram que, neste caso, o valor do parâmetro de Barbero-Immirzi seria por volta de  $\gamma \sim 1000$ , conforme pode ser visto na Fig. (5.4)b. Note que, embora normalmente se espera que  $\gamma \sim 1$ , um valor alto de  $\gamma$  não é inconsistente.

Finalmente, para completar nossas análises para os modelos de potenciais estudados nesse capítulo, vamos discutir os resultados obtidos para o caso do potencial de poço duplo, dado pela Fig. (5.5). O número de  $e$ -folds como uma função de  $\gamma$  para o caso de potencial do campo com grande amplitude é mostrado na Fig. (5.5)a, enquanto para o caso de potencial do campo com amplitude pequena é mostrado na Fig. (5.5)b. Em ambos os casos, valores representativos para o VEV são considerados. Na Fig. (5.5)a, que

<sup>9</sup>Para uma análise na duração da inflação para este tipo de potencial na presença de cisalhamento, veja, por exemplo, a Ref. [26].



(a)



(b)

**Figura 5.5:** Número de  $e$ -folds  $N_{\text{pre+infl}}$ , como uma função do parâmetro de Barbero-Immirzi para o potencial de poço duplo com diferentes valores do VEV. A linha cinza quase horizontal mostra o limite inferior em  $N_{\text{pre+infl}}(\gamma)$  definido pela Eq. (5.40). Painel (a): os resultados para o caso de campo com amplitude grande  $|\phi| > |v|$ ; Painel (b): os resultados para o caso de campo com amplitude pequena  $|\phi| < |v|$ .

corresponde ao caso do potencial com amplitude grande para o campo, observamos que quando o valor de  $\gamma$  aumenta,  $N_{\text{pre+infl}}$  diminui. Para os diferentes valores de VEVs considerados observamos um comportamento semelhante e vemos que o limite  $N_{\text{pre+infl}} = 81$  ocorre quando  $\gamma \approx 1.15$ . Por outro lado, para o caso do potencial com amplitude pequena para o campo, mostrado na Fig. (5.5)b, é possível observar que, quanto maior o VEV maior é o número de  $e$ -folds para cada valor de  $\gamma$ , até algum valor crítico para  $\gamma$ , acima do qual, o número de  $e$ -folds diminui. O comportamento decrescente para o número de  $e$ -folds visto aqui, e que ocorre acima de algum valor do parâmetro de Barbero-

Immirzi é consequência do efeito já discutido em conexão com o que vemos na Fig. (5.3)b. O aumento de  $\gamma$  muda o ponto (VEV) onde o número de  $e$ -folds atinge o pico quando inflação acontece na região platô do potencial. Para valores de VEVs maiores que cerca de  $7m_{\text{pl}}$ , o número de  $e$ -folds cai abaixo do limite inferior definido pela Eq.(5.40) para  $\gamma \sim 10$ . Mas para VEVs ainda maiores, o limite inferior será alcançado para valores de  $\gamma$  muito menores.

Os resultados aqui apresentados mostram que, para diferentes valores de  $\gamma$ , as previsões de sinais observáveis de LQC na RCF são consideravelmente diferentes. Nós vemos que a consistência dos modelos com os dados atuais depende fortemente do valor do parâmetro de Barbero-Immirzi. Isso motiva e destaca a importância de uma análise cuidadosa do papel desse parâmetro nesses cenários.

## Capítulo 6

### Conclusão

Ao final da produção dessa tese, algumas conclusões relevantes podem ser extraídas. A primeira delas é que nosso trabalho consiste no estudo da dinâmica de evolução do Universo primordial no contexto dos modelos de LQC, desde antes do bounce até o fim da fase inflacionária. A singularidade inicial presente nos modelos de Big Bang é solucionada no contexto de uma teoria de gravidade quântica aplicada à Cosmologia, isto é, *Loop Quantum Cosmology* (LQC).

No Capítulo 2 foi feita uma revisão da cosmologia padrão do Big Bang.

No Capítulo 3 fizemos uma discussão sobre diferentes abordagens para a gravitação quântica, argumentando de modo qualitativo, as suas principais características e suas propostas para resolver a singularidade inicial, presente nos modelos de Big Bang. Dentro deste contexto consideramos a abordagem dada por LQC, já no Capítulo 4.

No Capítulo 4 fizemos a análise da estimativa de previsões probabilísticas para a duração das fases inflacionária e pré-inflacionária em LQC, após o bounce. Na seção 4.1, a partir da equação de Friedmann modificada em LQC discutimos sobre a dinâmica dada pela Eq. (4.1) e como os efeitos da geometria quântica do Universo eliminam a singularidade. Na seção 4.2 discutimos sobre a previsão do cenário inflacionário em LQC e, como a ausência da singularidade, permite que seja calculada uma probabilidade *a priori* da duração

de uma fase de inflação, ao setar as condições iniciais em uma superfície regular na ausência de singularidade. Desse modo, é possível contar o número de  $e$ -folds e obter uma distribuição de probabilidade, tomando as condições iniciais no bounce ou no passado remoto.

Com base na proposta introduzida por Linda e Barrau [23] de como algumas predições bem definidas sobre a probabilidade e duração da inflação em LQC podem ser feitas, estendemos suas análises para outros potenciais monomiais tipo lei de potência, como o quadrático, quártico e sextico e, para o potencial de poço duplo, respectivamente.

Seguindo o procedimento descrito detalhadamente nas Refs. [23, 25] com a fração da densidade de energia suficientemente pequena  $\alpha \ll 1$  para iniciar a evolução, na fase de contração, com o campo ínflaton no regime oscilatório, obtemos diferentes PDFs para quantidades relevantes incluindo, por exemplo, o número de  $e$ -folds de inflação, o número de  $e$ -folds pré-inflacionários desde o bounce até o início da inflação e, a fração da densidade de energia da radiação no bounce. E a partir desses resultados tiramos conclusões estatísticas para cada um dos modelos aqui estudados. Fizemos uma primeira análise na ausência de radiação e, uma segunda análise, onde consideramos a presença de radiação. Para todos os casos estudados e para as análises realizadas para cada uma das PDFs resultantes encontramos que o número de  $e$ -folds da fase pré-inflacionária na ausência da radiação é aproximadamente 4, para todos os modelos analisados. Já na presença da radiação,  $N_{\text{preinfl}}$  aumenta com a densidade de energia de radiação no bounce. Por outro lado, o número de  $e$ -folds inflacionários muda bastante para cada modelo do potencial e também depende fortemente da densidade de energia de radiação presente no bounce.

Na ausência de radiação, nós obtivemos que, dentre os potenciais monomiais tipo lei de potência analisados, o modelo sextico em LQC é o que prevê o mais baixo valor para o número de  $e$ -folds inflacionários  $N_{\text{infl}}$ , implicando em uma baixa probabilidade de ser consistente com os dados da RCF. O potencial quártico, por outro lado, prevê que o  $N_{\text{infl}}$  mais provável seja em torno de 80, sugerindo uma possibilidade muito boa de levar a sinais observá-

veis de LQC no espectro da RCF [10]. Para o modelo quadrático, o  $N_{\text{infl}}$  mais provável é em torno de 140, o que está em acordo com os resultados obtidos previamente na Ref. [23]. Com os valores tão altos de  $N_{\text{infl}}$ , os efeitos do regime quântico seriam diluídos a um nível não observável sempre que não houvesse radiação presente para afetar a dinâmica da expansão e do ínglaton. Para o potencial de poço duplo mostramos que  $N_{\text{infl}}$  cresce com o valor esperado do vácuo (VEV) para o caso de inflação acontecendo na região platô (campo com amplitude pequena), enquanto, para inflação acontecendo na parte caótica (campo com amplitude grande) do potencial,  $N_{\text{infl}}$  é quase independente do VEV, sendo sempre em torno de  $N_{\text{infl}} \sim 100$ .

Na presença da radiação,  $N_{\text{infl}}$  diminui para os potenciais monomiais, enquanto, para o potencial de poço duplo, vemos que a radiação tem uma forte influência no número de  $e$ -folds na região platô do potencial. Ao invés de tender a suprimir a duração da inflação no platô, ela inicialmente, favorece um aumento de  $N_{\text{infl}}$ , que pode ser por um grande fator dependendo do VEV e da densidade de energia de radiação disponível. Este efeito foi identificado como um resultado do fato que a produção de radiação diminui a energia que de outra forma estaria disponível para o ínglaton (ambas energia cinética e potencial). Por ter uma energia cinética menor, o ínglaton pode então ser melhor localizado ao longo do platô e, assim, aumentar a duração da inflação.

O número de  $e$ -folds depende do modelo considerado para o potencial e também da maneira como define as condições iniciais. A abordagem de considerar as condições iniciais no regime clássico na fase de contração [23] leva a resultados muito diferentes que a outra abordagem considerada na literatura, ou seja, tomando as condições iniciais no instante do bounce [10]. A razão para tal diferença pode ser considerada da seguinte maneira: em geral, assumir as condições iniciais no instante do bounce leva a um número de  $e$ -folds muito maior e, a previsão para a duração da fase inflacionária é mais difícil de se obter. No entanto, assumindo as condições iniciais no regime clássico na fase de contração, a amplitude no bounce é sempre restringida e o bounce é essencialmente dominado por energia cinética, levando assim, a um número de

$e$ -folds muito menor e nos permite fazer previsões sobre a duração da inflação. Como explicado na Ref. [26], isto ocorre porque uma longa fase de deflação no regime de contração (e antes de o bounce ser atingido) é fortemente suprimida. Na verdade, em todas as nossas simulações numéricas para os modelos considerados, nenhum deles atingiu tal fase de deflação longa. Isso impede que o ínflaton atinja grandes amplitudes  $e$ , conseqüentemente, o número de  $e$ -folds não pode ser tão grande e permanece restrito. Resultado este, que vimos explicitamente em nossas análises. Vale ressaltar que, os resultados obtidos indicam que o número de  $e$ -folds de inflação previstos em LQC não é *a priori* um número arbitrário, mas pode em princípio, ser uma quantidade previsível, embora os resultados dependam do modelo e da quantidade de radiação presente no Universo antes do início do regime inflacionário.

Por fim, no Capítulo 5, mais uma vez foi investigada a duração de uma fase inflacionária, porém, sobre uma perspectiva diferente em relação às condições iniciais, obtidas por meio de equações analíticas. Os mesmos modelos foram considerados: potenciais monomiais tipo lei de potência e o potencial de poço duplo, incluindo também, o potencial Starobinsky. Novamente, para os modelos que consideramos no contexto de LQC, a dinâmica inicia na fase de contração suficientemente anterior ao bounce, dado que a energia cinética do campo ínflaton, necessariamente, domina no bounce. Assim sendo, mostramos que é possível estimar a amplitude do campo ínflaton em algum instante intermediário na fase de contração, mas ainda bem distante do bounce. Com este valor para a amplitude do ínflaton podemos direcionar a dinâmica de background até o instante do bounce e determinar  $\phi_B$ . Com  $\phi_B$  determinado, toda a dinâmica subsequente desde o bounce até o fim da inflação pode então ser determinada. Nos modelos de LQC em que a evolução do campo ínflaton é dominada pela sua energia cinética no bounce quântico, uma fase de inflação é praticamente sempre atingida, conforme demonstramos em nossos resultados. Com as condições iniciais tomadas anteriormente na fase de contração, o regime de energia cinética domina mais cedo e por mais tempo até que o bounce seja atingido. Assim, esperamos que nossos resultados sejam fraca-

mente dependentes do potencial inflacionário, como os mesmos indicam. Isso também implica que os resultados acabam por ser fracamente dependentes do valor específico adotado para a razão da energia cinética e potencial.

Para todos os modelos analisados encontramos que o número de  $e$ -folds para a duração da fase pré-inflacionária é  $N_{\text{pre}} \sim 4$ . Por outro lado, conforme já mencionado, o número de  $e$ -folds muda consideravelmente dependendo do potencial para o ínflaton. Potenciais monomiais com  $V \propto |\phi|^5$  e potências superiores, tendem a prever um número de  $e$ -folds tão baixo para a inflação, portanto, é provável que sejam incompatíveis com os dados da RCF. O potencial quártico  $V \propto \phi^4$ , por outro lado, prevê que  $N_{\text{infl}} \sim 86$ , o que sugere uma boa possibilidade de levar a sinais observáveis de LQC no espectro da RCF. Para o modelo quadrático  $V \propto \phi^2$ ,  $N_{\text{infl}} \sim 147$ , em concordância com os resultados obtidos na Ref. [3]. Com valores tão altos de  $N_{\text{infl}}$  permitidos para o potencial quadrático, os efeitos do regime quântico estariam provavelmente diluídos a um nível não observável. Para o potencial de poço duplo, mostramos que  $N_{\text{infl}}$  cresce com o VEV  $v$  para o caso de inflação ocorrendo na região platô (campo de amplitude pequena). Ele atinge um número máximo para o número de  $e$ -folds quando  $v \sim 5m_{\text{pl}}$  e além desse valor,  $N_{\text{infl}}$  cai e tende a uma assíntota em torno de  $N_{\text{infl}} \sim 200$ , conforme ilustrado na Fig. 5.3(b). Para inflação ocorrendo na parte caótica (campo com amplitude grande),  $N_{\text{infl}}$  tem uma dependência fraca em  $v$ , com  $N_{\text{infl}} \sim 110$  no intervalo de valores de  $v$  que consideramos, segundo ilustrado na Fig. 5.3(a). Mesmo que esses resultados foram obtidos para um potencial de poço duplo, esperamos que as características exibidas também estejam presentes em outros potenciais com campo de amplitude pequena, como *hiltop* e tipo *axion*. Para o modelo Starobinsky pre vemos um valor muito alto para o número de  $e$ -folds inflacionários  $N_{\text{infl}} \sim 10^9$ , quando comparado aos outros modelos de potenciais estudados. Isso implica em nenhum sinal potencialmente observável que possa ser buscado em dados da RCF, à medida que o modelo Starobinsky é considerado no contexto de LQC.

Como é sabido, o espectro de potência primordial é uma quantidade que pode relacionar a teoria do Universo primordial com as observações. Em trabalhos anteriores na literatura [10] foi mostrado que o espectro de potência em modelos de LQC recebem um termo de correção com relação às previsões no contexto de RG. De acordo com essa Ref. [10], devido a este termo de correção, os modelos no contexto de LQC exigem uma quantidade mínima de 81  $e$ -folds de expansão desde o bounce até o fim da fase inflacionária, para que seja consistente com as observações. Todavia, o número de  $e$ -folds de inflação pode ser fortemente afetado pelo valor do parâmetro de Barbero-Immirzi,  $\gamma$ , obtido ao considerarmos o espectro de potências com a correção dada na Ref. [10] para vincular um limite para esse parâmetro. O parâmetro de Barbero-Immirzi é estritamente um parâmetro livre da teoria subjacente LQG. Estando relacionado à escala típica no bounce, esse parâmetro implica em diferentes previsões para o espectro de potência em LQC. De fato, o que a RCF restringe é a combinação dos parâmetros  $\gamma$  e  $N_{\text{pre+infl}}$ , o número total de  $e$ -folds do bounce até o fim da inflação. Portanto, é importante investigar a relação entre as previsões para o número de  $e$ -folds em LQC e o valor de  $\gamma$ . Esta análise foi então feita pela primeira vez, no nosso trabalho [16] que compõe um capítulo dessa tese. Os resultados são totalmente originais.

Os resultados ilustrados nas Figs.(5.4) e (5.5) mostram que para diferentes valores de  $\gamma$ , as previsões para a duração da inflação em LQC são consideravelmente diferentes. Conforme ilustrado na Fig. (5.4) para os potenciais monomiais, o número de  $e$ -folds previstos diminui com o valor de  $\gamma$ . Em particular, por exemplo, para o modelo sextico em LQC é interessante destacar que, embora para o valor usual do parâmetro de Barbero-Immirzi adotado na literatura,  $\gamma \simeq 0.2375$  [100], o modelo esteja em forte tensão com as observações, para valores menores do parâmetro, como  $\gamma \lesssim 0.1$ , ele pode ser consistente com o aumento do número de  $e$ -folds previstos quando  $\gamma < 0.2375$ . Para o potencial de poço duplo obtivemos que o número de  $e$ -folds aumenta com  $\gamma$  no caso do campo com amplitude pequena, até um valor crítico, além do qual, com o aumento de  $\gamma$  começa a diminuir, segundo a Fig. 5.5(b). Por outro lado,

no caso do campo com amplitude grande, o número de  $e$ -folds sempre diminui quando  $\gamma$  aumenta, pelo que está ilustrado na Fig. 5.5(a). Para o modelo Starobinsky obtivemos que a previsão para o número de  $e$ -folds pode atingir o valor limitante  $N \simeq 81$  para o valor do parâmetro de Barbero-Immirzi  $\gamma \sim 1000$ , que é, no entanto, um valor bem elevado para ser aceitável pela teoria subjacente LQG.

Vale ressaltar que, as previsões observáveis em LQC e as restrições obtidas para o parâmetro de Barbero-Immirzi dependem de como as condições iniciais são definidas. Nesse trabalho consideramos as condições iniciais para as perturbações sendo o vácuo de Bunch-Davies (BD) na fase de contração, no contexto *dressed-metric-approach*, que leva basicamente aos mesmos resultados quando consideramos o estado de vácuo adiabático de quarta ordem no bounce. Por meio dos nossos resultados, obtivemos também que, as previsões observáveis em modelos de LQC dependem também do valor do parâmetro de Barbero-Immirzi e são muito sensíveis a ele. Obtivemos limites para  $\gamma$  diretamente do espectro de potência escalar. Como a consistência dos modelos com os dados atuais dependem fortemente do valor deste parâmetro, nosso trabalho, destaca pela primeira vez, a importância de uma análise cuidadosa do papel desse parâmetro em LQC. Todos os resultados novos e originais apresentados nesta tese foram publicados e os mesmos se encontram nas Refs. [3, 16].

## Apêndice A

### Equação de Friedmann modificada em LQC

Para obter a equação de Friedmann modificada, a estratégia adotada é considerar o espaço de fase do modelo de FLRW clássico acoplado com um campo de matéria. No entanto, o hamiltoniano efetivo contendo a correção quântica é definido como [6]:

$$C_H^{(\text{eff})} \equiv -\frac{3\hbar}{4\gamma\lambda^2} v \sin^2(\lambda b) + H_{\text{mat}}, \quad (\text{A.1})$$

onde  $H_{\text{mat}}$  denota o Hamiltoniano de matéria,  $\hbar$  é a constante de Planck reduzida,  $v$  é o volume da célula cúbica fiducial,  $b$  é o momento conjugado a  $v$  e  $\gamma$  é o parâmetro de Barbero-Immirzi. Note que, no caso  $\lambda \rightarrow 0$ , isto reproduz o hamiltoniano clássico. A matéria é considerada com uma equação de estado que satisfaz  $p = p(\rho)$ , onde  $p$  é a pressão.

A equação de Friedmann é obtida quando se calcula a equação de movimento para  $v$ . Isto é,

$$\dot{v} = \{v, C_H^{(\text{eff})}\} = -\frac{2}{\hbar} \frac{\partial}{\partial b} C_H^{(\text{eff})} = \frac{3}{\gamma\lambda} v \sin(\lambda b) \cos(\lambda b), \quad (\text{A.2})$$

com  $\lambda$  dado por

$$\lambda^2 = 4\sqrt{3}\pi\gamma l_{\text{Pl}}^2, \quad (\text{A.3})$$

representa a área de “gap” que vem de LQG [9]. Ele corresponde ao menor valor que pode ser usado para descrever a área discreta do espaço-tempo [9].

Uma vez que as soluções físicas também satisfazem a restrição  $C_H^{(\text{eff})} \approx 0$ , temos que [6]

$$\frac{3\hbar}{4\gamma\lambda^2} v \sin^2(\lambda b) = H_{\text{mat}}. \quad (\text{A.4})$$

De Eq. (A.4) obtemos a seguinte quantidade

$$\frac{\sin^2(\lambda b)}{\gamma^2\lambda^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho, \quad (\text{A.5})$$

onde usamos a relação dada pelo operador volume  $\hat{V}$  e o volume físico  $v$ , segundo a Ref. [6]

$$\hat{V}\psi(v) = 2\pi\gamma l_{\text{Pl}}^2 |v| \psi, \quad (\text{A.6})$$

na qual usamos que o comprimento de Planck é  $l_{\text{Pl}}^2 = \hbar G$ .

Elevando a Eq. (A.2) ao quadrado e usando a Eq. (A.5), obtemos a equação de Friedmann modificada em *Loop Quantum Cosmology* [6, 8, 101]

$$H^2 = \frac{\dot{v}^2}{9v^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho \left(1 - \frac{\rho}{\rho_{\text{max}}}\right), \quad (\text{A.7})$$

em que  $\rho_{\text{max}} = \frac{3}{8\pi G\gamma^2\lambda^2} \approx 0.41\rho_{\text{Pl}}$  é a máxima densidade de energia e  $H = \dot{a}/a$ . Também foi usada a relação trigonométrica  $\sin^2(\lambda b) + \cos^2(\lambda b) = 1$  na obtenção da expressão acima.

## Apêndice B

### Obtenção da constante de normalização através do espectro da RCF

A normalização da constante  $V_0$  para cada um dos potenciais estudados nesse trabalho são obtidas através do espectro de potência primordial do escalar de curvatura, dado por [146]

$$\Delta_{\mathcal{R}} = \left( \frac{H_*^2}{2\pi\dot{\phi}_*} \right)^2, \quad (\text{B.1})$$

onde o subíndice  $*$  indica que as quantidades são avaliadas no cruzamento do raio de Hubble  $k_*$  ( $k_* = a_*H_*$ ). Normalmente, assumi-se que isso ocorre quando  $N_* \sim 50 - 60$   $e$ -folds antes do fim da inflação. No presente trabalho, assumimos o valor inicial de 60  $e$ -folds para fins de ilustração. O valor de  $V_0$  é fixado pela normalização do espectro de potência primordial. A colaboração Planck [1] fornece, por exemplo, o valor de  $\ln(10^{10}\Delta_{\mathcal{R}}) \simeq 3.047$  (TT,TE,EE-lowE+lensing+BAO 68% limits). Consideramos este valor em nossos cálculos para obter a normalização de  $V_0$ .

Durante o regime de inflação *slow-roll* podemos usar as seguintes aproximações  $H^2 \simeq 8\pi V/(3m_{\text{Pl}}^2)$  e  $\dot{\phi} \simeq -V_{,\phi}/(3H)$ . Assim,

$$\Delta_{\mathcal{R}} \simeq \frac{128\pi}{3m_{\text{Pl}}^6} \frac{V_*^3}{V_{,\phi}^2}, \quad (\text{B.2})$$

para qualquer modelo do potencial.

Para os potenciais monomiais tipo lei de potência dados pela Eq. (4.19), a Eq. (B.2) é

$$\Delta_R = \frac{4}{3(4\pi)^n} \frac{1}{n^3} \frac{V_0^{\text{mon}}}{m_{\text{Pl}}^4} [n(2N_* + n)]^{n+1}, \quad (\text{B.3})$$

onde usamos que

$$\phi_* \equiv \phi(N_*) = \sqrt{(nm_{\text{Pl}}^2/4\pi)(2N_* + n)}. \quad (\text{B.4})$$

Portanto, a normalização de  $V_0$  obtida a partir de medições da RCF resulta em:

$$\frac{V_0^{\text{mon}}}{m_{\text{Pl}}^4} = \frac{3(4\pi)^n}{4} \frac{n^3}{[n(2N_* + n)]^{n+1}} \Delta_R. \quad (\text{B.5})$$

Para o caso do potencial de poço duplo dado pela Eq. (4.20), analogamente, obtemos que.

$$\Delta_R = \frac{2\pi}{3m_{\text{Pl}}^6} \frac{V_0^{\text{Higgs}}}{m_{\text{Pl}}^4} \frac{(\phi_*^2 - v^2)^4}{\phi_*^2}. \quad (\text{B.6})$$

Resolvendo para  $V_0$  obtemos que,

$$\frac{V_0^{\text{Higgs}}}{m_{\text{Pl}}^4} = \frac{3m_{\text{Pl}}^6}{2\pi} \Delta_R \frac{\phi^2(N_*)}{[\phi_i^2(N_*) - v^2]^4}, \quad (\text{B.7})$$

onde  $\phi(N_*)$  é obtido da expressão (5.24) que resulta em duas possíveis soluções

$$\phi^2(N_*) = -v^2 W_0 \left[ -\frac{\phi_{\text{end}}^2}{v^2} \left( e^{\frac{N_* + \frac{\phi_{\text{end}}^2}{m_{\text{Pl}}^2}}{\pi}} \right)^{-\frac{m_{\text{Pl}}^2}{v^2}} \right], \quad (\text{B.8})$$

e

$$\phi^2(N_*) = -v^2 W_{-1} \left[ -\frac{\phi_{\text{end}}^2}{v^2} \left( e^{\frac{N_* + \frac{\phi_{\text{end}}^2}{m_{\text{Pl}}^2}}{\pi}} \right)^{-\frac{m_{\text{Pl}}^2}{v^2}} \right], \quad (\text{B.9})$$

onde  $W_0$  e  $W_{-1}$  correspondem às funções de Lambert e  $\phi_{\text{end}}$  é dado pela Eq. (5.25). Pode ser verificado que a solução dada pela Eq. (B.8) se aplica ao caso quando inflação acontece na região do campo com amplitude pequena ( $|\phi| < |v|$ ) para o potencial de poço duplo. Por outro lado, a solução dada pela Eq. (B.9), se aplica ao caso em que inflação acontece na região do campo com amplitude grande ( $|\phi| > |v|$ ).

Para o potencial Starobinsky dado pela Eq. (5.1), a normalização de  $V_0$  é dada por

$$\frac{V_0^{\text{Staro}}}{m_{\text{Pl}}^4} = \frac{e^{-8\sqrt{\frac{\pi}{3}}\frac{\phi_*}{m_{\text{Pl}}}}}{2\left(1 - e^{-4\sqrt{\frac{\pi}{3}}\frac{\phi_*}{m_{\text{Pl}}}}\right)^4} \Delta_{\text{R}}, \quad (\text{B.10})$$

onde  $\phi_*$  é

$$\begin{aligned} \phi(N_*) &= -\frac{m_{\text{Pl}}}{4\sqrt{3}\pi} \left\{ 4N_* + 3 + 2\sqrt{3} + \ln(-135 + 78\sqrt{3}) \right. \\ &\quad \left. + 3W_{-1} \left[ -\left(1 + \frac{2}{\sqrt{3}}\right) e^{-\frac{4N_*}{3} - 1 - \frac{2}{\sqrt{3}}} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

Embora obtemos para todos os modelos a relação dada por  $V_0/m_{\text{Pl}}^4$ , lembre-se que, é análogo ao assumir a massa de Planck reduzida  $M_{\text{Pl}}$ . Assim, ao substituir os valores nessas expressões obtemos exatamente, os valores normalizados de  $V_0$ , dados nos Capítulos 4 e 5.

## Referências Bibliográficas

- [1] N. Aghanim et al. Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters. *arXiv:1807.06209*, 2018.
- [2] Y. Akrami et al. Planck 2018 results. X. Constraints on inflation. *Astron. Astrophys.*, 641:A10, 2020.
- [3] L. N. Barboza, L. L. Graef, and Rudnei O. Ramos. Warm bounce in loop quantum cosmology and the prediction for the duration of inflation. *Phys. Rev. D*, 102(10):103521, 2020.
- [4] Abhay Ashtekar, Martin Bojowald, and Jerzy Lewandowski. Mathematical structure of loop quantum cosmology. *Adv. Theor. Math. Phys.*, 7(2):233–268, 2003.
- [5] Ivan Agullo and Parampreet Singh. Loop quantum cosmology: A brief review. *arXiv: General Relativity and Quantum Cosmology*, 2016.
- [6] Abhay Ashtekar and Parampreet Singh. Loop Quantum Cosmology: A Status Report. *Class. Quant. Grav.*, 28:213001, 2011.
- [7] Martin Bojowald. Loop quantum cosmology. *Living Rev. Rel.*, 8:11, 2005.
- [8] Abhay Ashtekar, Tomasz Pawłowski, and Parampreet Singh. Quantum Nature of the Big Bang: Improved dynamics. *Phys. Rev. D*, 74:084003, 2006.
- [9] Abhay Ashtekar, Tomasz Pawłowski, and Parampreet Singh. Quantum nature of the big bang. *Phys. Rev. Lett.*, 96:141301, 2006.

- [10] Tao Zhu, Anzhong Wang, Gerald Cleaver, Klaus Kirsten, and Qin Sheng. Pre-inflationary universe in loop quantum cosmology. *Phys. Rev. D*, 96(8):083520, 2017.
- [11] M. Shahalam, Manabendra Sharma, Qiang Wu, and Anzhong Wang. Preinflationary dynamics in loop quantum cosmology: Power-law potentials. *Phys. Rev. D*, 96(12):123533, 2017.
- [12] Bao-Fei Li, Parampreet Singh, and Anzhong Wang. Qualitative dynamics and inflationary attractors in loop cosmology. *Phys. Rev. D*, 98(6):066016, 2018.
- [13] Manabendra Sharma, M. Shahalam, Qiang Wu, and Anzhong Wang. Preinflationary dynamics in loop quantum cosmology: Monodromy Potential. *JCAP*, 11:003, 2018.
- [14] Bao-Fei Li, Parampreet Singh, and Anzhong Wang. Genericness of pre-inflationary dynamics and probability of the desired slow-roll inflation in modified loop quantum cosmologies. *Phys. Rev. D*, 100(6):063513, 2019.
- [15] M. Shahalam, Mudhahir Al Ajmi, R. Myrzakulov, and Anzhong Wang. Revisiting pre-inflationary Universe of family of  $\alpha$ -attractor in loop quantum cosmology. *Class. Quant. Grav.*, 37(19):195026, 2020.
- [16] L. N. Barboza, G. L. L. W. Levy, L. L. Graef, and Rudnei O. Ramos. Constraining the Barbero-Immirzi parameter from the duration of inflation in loop quantum cosmology. *Phys. Rev. D*, 106(10):103535, 2022.
- [17] Aurélien Barrau. A pure general relativistic non-singular bouncing origin for the Universe. *Eur. Phys. J. C*, 80(6):579, 2020.
- [18] Suzana Bedić and Gregory Vereshchagin. Probability of inflation in Loop Quantum Cosmology. *Phys. Rev. D*, 99(4):043512, 2019.
- [19] L. L. Graef and Rudnei O. Ramos. Probability of Warm Inflation in Loop Quantum Cosmology. *Phys. Rev. D*, 98(2):023531, 2018.

- [20] Alan H. Guth. The Inflationary Universe: A Possible Solution to the Horizon and Flatness Problems. *Phys. Rev. D*, 23:347–356, 1981.
- [21] Ivan Agullo, Abhay Ashtekar, and William Nelson. The pre-inflationary dynamics of loop quantum cosmology: Confronting quantum gravity with observations. *Class. Quant. Grav.*, 30:085014, 2013.
- [22] Leila Graef. Testando o regime de altas energias do universo: recentes avanços e próximos desafios. *Blucher Physics Proceedings*, 8(1):59 – 72, 2022.
- [23] Linda Linsefors and Aurelien Barrau. Duration of inflation and conditions at the bounce as a prediction of effective isotropic loop quantum cosmology. *Phys. Rev. D*, 87(12):123509, 2013.
- [24] Linda Linsefors and Aurelien Barrau. Exhaustive investigation of the duration of inflation in effective anisotropic loop quantum cosmology. *Class. Quant. Grav.*, 32(3):035010, 2015.
- [25] Boris Bolliet, Aurélien Barrau, Killian Martineau, and Flora Moulin. Some Clarifications on the Duration of Inflation in Loop Quantum Cosmology. *Class. Quant. Grav.*, 34(14):145003, 2017.
- [26] Killian Martineau, Aurélien Barrau, and Susanne Schander. Detailed investigation of the duration of inflation in loop quantum cosmology for a Bianchi-I universe with different inflaton potentials and initial conditions. *Phys. Rev. D*, 95(8):083507, 2017.
- [27] Micol Benetti, Leila Graef, and Rudnei O. Ramos. Observational Constraints on Warm Inflation in Loop Quantum Cosmology. *JCAP*, 10:066, 2019.
- [28] Micol Benetti and Rudnei O. Ramos. Warm inflation dissipative effects: predictions and constraints from the Planck data. *Phys. Rev. D*, 95(2):023517, 2017.

- [29] Steven Weinberg. *Gravitation and cosmology: principles and applications of the general theory of relativity*. Wiley, first edition, 1972.
- [30] M.P. Hobson, G.P. Efstathiou, and A.N. Lasenby. *General Relativity: An Introduction for Physicists*. Cambridge University Press, New York, EUA, first edition, 2006.
- [31] Nivaldo A. Lemos. *Mecânica Analítica*. Livraria da Física, São Paulo, 2 edition, 2007.
- [32] Charles W. Misner, K. S. Thorne, and J. A. Wheeler. *Gravitation*. W. H. Freeman, San Francisco, 1973.
- [33] Piattella, Oliver. *Lecture Notes in Cosmology*. UNITEXT for Physics. Springer International Publishing, 2018.
- [34] Maria Aparecida dos Santos. *Inflação eterna em um ambiente dissipativo e na presença de um banho térmico*. PhD thesis, Universidade Federal do Rio Grande Norte, Centro de Ciências Exatas e da Terra - Programa de Pós - Graduação em Física, Natal - RN, 2018.
- [35] Gustavo dos Santos Vicente. *Inflação eterna em um ambiente dissipativo e na presença de um banho térmico*. PhD thesis, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Centro de Tecnologia e Ciências - Instituto de Física Armando Dias Tavares, Rio de Janeiro - RJ, 2016.
- [36] Tays Miranda de Andrade. *The very early universe: An analysis on inflationary and collapsing scenarios*. PhD thesis, Universidade Federal do Espírito Santo, Instituto de Ciências Exatas, Curso de Pós-Graduação em Física, Vitória - ES, 2020.
- [37] Steven Weinberg. The cosmological constant problem. *Reviews of Modern Physics*, 61(1):1–23, January 1989.
- [38] Antonio Padilla. Lectures on the Cosmological Constant Problem. *arXiv:1502.05296*, 2015.

- [39] Edwin Hubble. A relation between distance and radial velocity among extra-galactic nebulae. *Proc. Nat. Acad. Sci.*, 15:168–173, 1929.
- [40] Arno A. PENZIAS. The origin of elements. *Nobel Lecture*, 1978.
- [41] Robert W. WILSON. The cosmic microwave background radiation. *Nobel Lecture*, 1978.
- [42] Michela D’Onofrio and Kari Rummukainen. Standard model cross-over on the lattice. *Phys. Rev. D*, 93(2):025003, 2016.
- [43] Mukhanov V.F. *Physical foundations of cosmology*. Cambridge University Press, second edition edition, 2005.
- [44] Emmanuel Frion. *Quantum effects in cosmology*. PhD thesis, Universidade Federal do Espírito Santo , Programa de Pós - Graduação em Astrofísica, Cosmologia e Gravitação, Vitória - ES, 2020.
- [45] Lauziene Nazareth Barboza. Acoplamento de férmions com o campo gravitacional e aplicação na cosmologia. Master’s thesis, Departamento de Física, Universidade Federal de Lavras, Lavras - MG, 2018.
- [46] Daniel Baumann. Inflation. In *Theoretical Advanced Study Institute in Elementary Particle Physics: Physics of the Large and the Small*, pages 523–686, 2011.
- [47] Antonio Riotto. Inflation and the theory of cosmological perturbations. *ICTP Lect. Notes Ser.*, 14:317–413, 2003.
- [48] R. H. Dicke and P. J. E. Peebles. The big bang cosmology: Enigmas and nostrums. In Hawking, S. W. and Israel, W., editor, *General Relativity: An Einstein centenary survey*, pages 504–517. University Press; Cambridge, January 1979.
- [49] Andrew Liddle. *An Introduction to Modern Cosmology*. Wiley, 2nd edition, 2003.

- [50] Paulo André Vasconcelos Ferreira. Evolução e presente status do cenário inflacionário da cosmologia. Master's thesis, Departamento de Física, Universidade Federal de Lavras, Lavras- MG, 2020.
- [51] Sandro Dias Pinto Vitenti. *Estudo das perturbações em universos com ricochete*. PhD thesis, Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas, Coordenação de Cosmologia, Relatividade e Astrofísica- ICRA, Rio de Janeiro - RJ, 2011.
- [52] Andrew Liddle. *An Introduction to Modern Cosmology*. Wiley, 3ed edition, 2015.
- [53] Andrei D. Linde. Inflationary Cosmology. *Lect. Notes Phys.*, 738:1–54, 2008.
- [54] Penzias, A. A. and Wilson, R. W. A Measurement of Excess Antenna Temperature at 4080 Mc/s. *APJ*, 1965.
- [55] Ruth Durrer. *The cosmic microwave background*. Cambridge University Press, Second edition, 2020.
- [56] Leila Lobato Graef. *Cenários unificados para a expansão acelerada do Universo*. PhD thesis, Universidade de São Paulo, Instituto de Física, São Paulo - SP, 2015.
- [57] Carla Rodrigues Almeida. *Cosmologia quântica em teorias escalares-tensoriais: aspectos físicos e matemáticos*. PhD thesis, Universidade Federal do Espírito Santo, Programa de Pós - Graduação em Física, Vitória - ES, 2017.
- [58] Felipe Tovar Falciano. *Modelos de Universo não singular com campo escalar*. PhD thesis, Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas, Coordenação de Cosmologia, Relatividade e Astrofísica- ICRA, Rio de Janeiro - RJ, 2008.

- [59] S. W. Hawking and G. F. R. Ellis. *The Large Scale Structure of Space-Time*. Cambridge Monographs on Mathematical Physics. Cambridge University Press, 1973.
- [60] M. Novello, N. P. Neto, and S. E. P. Bergliaffa. *Programa Mínimo de Cosmologia*. Jauá, CBPF, Rio de Janeiro, first edition, 2010.
- [61] Martin Bojowald. Singularities and Quantum Gravity. *AIP Conf. Proc.*, 910(1):294–333, 2007.
- [62] Carlos Barragan, Gonzalo J. Olmo, and Helios Sanchis-Alepuz. Bouncing Cosmologies in Palatini  $f(R)$  Gravity. *Phys. Rev. D*, 80:024016, 2009.
- [63] Rovelli, Carlo and Vidotto, Francesca. *Covariant Loop Quantum Gravity: An Elementary Introduction to Quantum Gravity and Spinfoam Theory*. Cambridge University Press, 2014.
- [64] Michael Dine. *Supersymmetry and string theory: beyond the standard model*. Cambridge University Press, illustrated edition edition, 2007.
- [65] Rhiannon Gwyn. String Theory in the Early Universe. Master thesis, McGill University - Physics Department, Montreal - Quebec, 11 2009.
- [66] Robert H. Brandenberger and C. Vafa. Superstrings in the Early Universe. *Nucl. Phys. B*, 316:391–410, 1989.
- [67] Robert Brandenberger. String gas cosmology. *arXiv: High Energy Physics - Theory*, pages 193–230, 2008.
- [68] Robert H. Brandenberger. Challenges for string gas cosmology. In *59th Yamada Conference on Inflation Horizon of Particle Astrophysics and Cosmology*, 9 2005.
- [69] Robert H. Brandenberger, Ali Nayeri, Subodh P. Patil, and Cumrun Vafa. String gas cosmology and structure formation. *Int. J. Mod. Phys. A*, 22:3621–3642, 2007.

- [70] Thiago José Nunes da Silva. Hagedorn inflation in string gas cosmology. Master's thesis, Departamento de Física - CCEN, Universidade Federal de Pernambuco, Recife - PE, 2010.
- [71] J. Sadeghi, B. Pourhassan, and H. Farahani. Thermodynamical Stability of Hagedorn and Radiation Regimes in Closed String Gas Cosmology. *Int. J. Theor. Phys.*, 50:2317–2327, 2011.
- [72] Bruce A. Bassett, Monica Borunda, Marco Serone, and Shinji Tsujikawa. Aspects of string gas cosmology at finite temperature. *Phys. Rev. D*, 67:123506, 2003.
- [73] Nathan Seiberg. Emergent spacetime. In *23rd Solvay Conference in Physics: The Quantum Structure of Space and Time*, pages 163–178, 1 2006.
- [74] Robert H. Brandenberger. Lectures on the theory of cosmological perturbations. *Lect. Notes Phys.*, 646:127–167, 2004.
- [75] Viatcheslav F. Mukhanov and G. V. Chibisov. Quantum fluctuations and a nonsingular universe. *Jetp Letters*, 33:532–535, 1981.
- [76] William H Press. Spontaneous Production of the Zel'dovich Spectrum of Cosmological Fluctuations. *Phys. Scripta*, 21:702, 1980.
- [77] Robert H. Brandenberger. String Gas Cosmology after Planck. *Class. Quant. Grav.*, 32(23):234002, 2015.
- [78] Ali Nayeri, Robert H. Brandenberger, and Cumrun Vafa. Producing a scale-invariant spectrum of perturbations in a Hagedorn phase of string cosmology. *Phys. Rev. Lett.*, 97:021302, 2006.
- [79] Robert H. Brandenberger. String Gas Cosmology and Structure Formation: A Brief Review. *Mod. Phys. Lett. A*, 22:1875–1885, 2007.
- [80] David Bohm. A Suggested interpretation of the quantum theory in terms of hidden variables. 1. *Phys. Rev.*, 85:166–179, 1952.

- [81] David Bohm. A Suggested interpretation of the quantum theory in terms of hidden variables. 2. *Phys. Rev.*, 85:180–193, 1952.
- [82] Diego Moraes Pantoja. *A Teoria de Bohm-de Broglie e as Singularidades Cosmológicas*. PhD thesis, Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas , Coordenação de Cosmologia, Relatividade e Astrofísica- ICRA, Rio de Janeiro - RJ, 2014.
- [83] Paola Carolina Moreira Delgado. Cosmological models with asymmetric quantum bounces. Master's thesis, Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas , COSMO - Coordenação de Cosmologia, Astrofísica e Interações Fundamentais, Graduate Program, Rio de Janeiro - RJ, 2020.
- [84] Nelson Pinto-Neto. The Bohm interpretation of quantum cosmology. *Found. Phys.*, 35:577–603, 2005.
- [85] Antony Valentini. Signal-locality, uncertainty, and the subquantum H-theorem. I. *Phys. Lett. A*, 156:5–11, 1991.
- [86] N. Pinto-Neto and J. C. Fabris. Quantum cosmology from the de Broglie-Bohm perspective. *Class. Quant. Grav.*, 30:143001, 2013.
- [87] J. Acacio de Barros and N. Pinto-Neto. The causal interpretation of quantum mechanics and the singularity problem and time issue in quantum cosmology. *Int. J. Mod. Phys. D*, 7:201–213, 1998.
- [88] J. Acacio de Barros, N. Pinto-Neto, and M. A. Sagiuro-Leal. The Causal interpretation of dust and radiation fluids nonsingular quantum cosmologies. *Phys. Lett. A*, 241:229–239, 1998.
- [89] Nelson Pinto-Neto. Quantum cosmology. *Notas de Física*, January 1997.
- [90] J. Acacio de Barros and N. Pinto-Neto. The Causal interpretation of quantum mechanics and the singularity problem in quantum cosmology. *Nucl. Phys. B Proc. Suppl.*, 57:247–250, 1997.

- [91] G. S. Vicente. Quantum Hřrava-Lifshitz cosmology in the de Broglie–Bohm interpretation. *Phys. Rev. D*, 104(10):103525, 2021.
- [92] Nelson Pinto-Neto. The de Broglie–Bohm Quantum Theory and Its Application to Quantum Cosmology. *Universe*, 7(5):134, 2021.
- [93] Roberto Colistete, Jr., Julio C. Fabris, and Nelson Pinto-Neto. Singularities and classical limit in quantum cosmology with scalar fields. *Phys. Rev. D*, 57:4707–4717, 1998.
- [94] N. Pinto-Neto, F. T. Falciano, Roberto Pereira, and E. Sergio Santini. The Wheeler-DeWitt Quantization Can Solve the Singularity Problem. *Phys. Rev. D*, 86:063504, 2012.
- [95] Martin Bojowald and Reza Tavakol. Loop Quantum Cosmology: Effective theories and oscillating universes. *arXiv e-prints*, 2 2008.
- [96] Martin Bojowald. Loop quantum cosmology and phenomenology. *AIP Conf. Proc.*, 1256(1):66–80, 2010.
- [97] Abhay Ashtekar and David Sloan. Loop quantum cosmology and slow roll inflation. *Phys. Lett. B*, 694:108–112, 2011.
- [98] Martin Bojowald and Gianluca Calcagni. Inflationary observables in loop quantum cosmology. *JCAP*, 03:032, 2011.
- [99] Carlo Rovelli. *Quantum Gravity*. Cambridge Monographs on Mathematical. Cambridge University Press, 2004.
- [100] Krzysztof A. Meissner. Black hole entropy in loop quantum gravity. *Class. Quant. Grav.*, 21:5245–5252, 2004.
- [101] Abhay Ashtekar and David Sloan. Probability of Inflation in Loop Quantum Cosmology. *Gen. Rel. Grav.*, 43:3619–3655, 2011.
- [102] David Langlois, Hongguang Liu, Karim Noui, and Edward Wilson-Ewing. Effective loop quantum cosmology as a higher-derivative scalar-tensor theory. *Class. Quant. Grav.*, 34(22):225004, 2017.

- [103] Jakub Mielczarek, Orest Hrycyna, and Marek Szydlowski. Effective dynamics of the closed loop quantum cosmology. *JCAP*, 11:014, 2009.
- [104] Ivan Agullo, Abhay Ashtekar, and William Nelson. A Quantum Gravity Extension of the Inflationary Scenario. *Phys. Rev. Lett.*, 109:251301, 2012.
- [105] Edward Wilson-Ewing. Testing loop quantum cosmology. *Comptes Rendus Physique*, 18:207–225, 2017.
- [106] Bao-Fei Li, Sahil Saini, and Parampreet Singh. Primordial power spectrum from a matter-Ekpyrotic bounce scenario in loop quantum cosmology. *Phys. Rev. D*, 103(6):066020, 2021.
- [107] L. F. Guimarães, F. T. Falciano, and G. Brando. Quasimatter bounce equivalent to Starobinsky inflation. *Phys. Rev. D*, 99(10):103515, 2019.
- [108] Jaume Haro, Jaume Amorós, and Llibert Aresté Saló. The matter-ekpyrotic bounce scenario in Loop Quantum Cosmology. *JCAP*, 09:002, 2017.
- [109] Edward Wilson-Ewing. The Matter Bounce Scenario in Loop Quantum Cosmology. *JCAP*, 03:026, 2013.
- [110] Rathul Nath Raveendran and L. Sriramkumar. Primordial features from ekpyrotic bounces. *Phys. Rev. D*, 99(4):043527, 2019.
- [111] W. S. Hipolito-Ricaldi, Robert Brandenberger, Elisa G. M. Ferreira, and L. L. Graef. Particle Production in Ekpyrotic Scenarios. *JCAP*, 11:024, 2016.
- [112] Edward Wilson-Ewing. Ekpyrotic loop quantum cosmology. *JCAP*, 08:015, 2013.
- [113] J. Alberto Vázquez, Luis E. Padilla, and Tonatiuh Matos. Inflationary cosmology: from theory to observations. *Rev. Mex. Fis. E*, 17(1):73–91, 2020.

- [114] G. W. Gibbons, S. W. Hawking, and J. M. Stewart. A Natural Measure on the Set of All Universes. *Nucl. Phys. B*, 281:736, 1987.
- [115] Lev Kofman, Andrei D. Linde, and Viatcheslav F. Mukhanov. Inflationary theory and alternative cosmology. *JHEP*, 10:057, 2002.
- [116] Robert H. Brandenberger. Introduction to Early Universe Cosmology. *PoS*, ICFI2010:001, 2010.
- [117] G. W. Gibbons and Neil Turok. The Measure Problem in Cosmology. *Phys. Rev. D*, 77:063516, 2008.
- [118] Long Chen and Jian-Yang Zhu. Loop quantum cosmology: The horizon problem and the probability of inflation. *Phys. Rev. D*, 92(8):084063, 2015.
- [119] Edward W Kolb; Michael Stanley Turner. *The early universe*. Addison-Wesley, 1988.
- [120] Leila L. Graef, Rudnei O. Ramos, and Gustavo S. Vicente. Gravitational particle production in loop quantum cosmology. *Phys. Rev. D*, 102(4):043518, 2020.
- [121] L. F. Abbott, Edward Farhi, and Mark B. Wise. Particle Production in the New Inflationary Cosmology. *Phys. Lett. B*, 117:29, 1982.
- [122] Andreas Albrecht, Paul J. Steinhardt, Michael S. Turner, and Frank Wilczek. Reheating an Inflationary Universe. *Phys. Rev. Lett.*, 48:1437, 1982.
- [123] Rudnei O. Ramos and L. A. da Silva. Power spectrum for inflation models with quantum and thermal noises. *JCAP*, 03:032, 2013.
- [124] Sam Bartrum, Mar Bastero-Gil, Arjun Berera, Rafael Cerezo, Rudnei O. Ramos, and Joao G. Rosa. The importance of being warm (during inflation). *Phys. Lett. B*, 732:116–121, 2014.

- [125] Andrew R. Liddle David H. Lyth. *The primordial density perturbation: cosmology, inflation and the origin of structure*. Cambridge University Press, 2009.
- [126] Mar Bastero-Gil, Arjun Berera, Rudnei O. Ramos, and Joao G. Rosa. Warm Little Inflaton. *Phys. Rev. Lett.*, 117(15):151301, 2016.
- [127] Mar Bastero-Gil, Arjun Berera, Rudnei O. Ramos, and João G. Rosa. Towards a reliable effective field theory of inflation. *Phys. Lett. B*, 813:136055, 2021.
- [128] Mar Bastero-Gil, Arjun Berera, Robert Brandenberger, Ian G. Moss, Rudnei O. Ramos, and Joao G. Rosa. The role of fluctuation-dissipation dynamics in setting initial conditions for inflation. *JCAP*, 01:002, 2018.
- [129] Lev Kofman, Andrei D. Linde, and Alexei A. Starobinsky. Towards the theory of reheating after inflation. *Phys. Rev. D*, 56:3258–3295, 1997.
- [130] Andreas Albrecht, Robert H. Brandenberger, and Richard Matzner. Inflation With Generalized Initial Conditions. *Phys. Rev. D*, 35:429, 1987.
- [131] Robert H. Brandenberger and J. H. Kung. Chaotic Inflation as an Attractor in Initial Condition Space. *Phys. Rev. D*, 42:1008–1015, 1990.
- [132] Dalia S. Goldwirth and Tsvi Piran. Initial conditions for inflation. *Phys. Rept.*, 214:223–291, 1992.
- [133] Alexei A. Starobinsky. A New Type of Isotropic Cosmological Models Without Singularity. *Phys. Lett. B*, 91:99–102, 1980.
- [134] Michael S. Turner. Coherent Scalar Field Oscillations in an Expanding Universe. *Phys. Rev. D*, 28:1243, 1983.
- [135] M. Cicoli, C. P. Burgess, and F. Quevedo. Fibre Inflation: Observable Gravity Waves from IIB String Compactifications. *JCAP*, 03:013, 2009.

- [136] Mikel Fernandez-Mendez, Guillermo A. Mena Marugan, and Javier Olmedo. Hybrid quantization of an inflationary universe. *Phys. Rev. D*, 86:024003, 2012.
- [137] Bao-Fei Li, Javier Olmedo, Parampreet Singh, and Anzhong Wang. Primordial scalar power spectrum from the hybrid approach in loop cosmologies. *Phys. Rev. D*, 102:126025, 2020.
- [138] Bao-Fei Li, Tao Zhu, Anzhong Wang, Klaus Kirsten, Gerald Cleaver, and Qin Sheng. Preinflationary perturbations from the closed algebra approach in loop quantum cosmology. *Phys. Rev. D*, 99(10):103536, 2019.
- [139] Gustavo S. Vicente, Rudnei O. Ramos, and Leila L. Graef. Gravitational particle production and the validity of effective descriptions in loop quantum cosmology. *Phys. Rev. D*, 106(4):043518, 2022.
- [140] Julian B. Munoz and Marc Kamionkowski. Equation-of-State Parameter for Reheating. *Phys. Rev. D*, 91(4):043521, 2015.
- [141] Seth K. Asante, Bianca Dittrich, and Hal M. Haggard. Effective Spin Foam Models for Four-Dimensional Quantum Gravity. *Phys. Rev. Lett.*, 125(23):231301, 2020.
- [142] Seth K. Asante, Bianca Dittrich, and José Padua-Arguelles. Effective spin foam models for Lorentzian quantum gravity. *Class. Quant. Grav.*, 38(19):195002, 2021.
- [143] Leonid Perlov. Barbero–Immirzi value from experiment. *Mod. Phys. Lett. A*, 36(27):2150192, 2021.
- [144] Boguslaw Broda and Michal Szanecki. A relation between the Barbero–Immirzi parameter and the standard model. *Phys. Lett. B*, 690:87–89, 2010.

- [145] Simone Mercuri and Victor Taveras. Interaction of the Barbero-Immirzi Field with Matter and Pseudo-Scalar Perturbations. *Phys. Rev. D*, 80:104007, 2009.
- [146] David H. Lyth and Andrew R. Liddle. *The Primordial Density Perturbation: Cosmology, Inflation and the Origin of Structure*. Cambridge University Press, 2009.