

Universidade Federal Fluminense
Instituto de Física
Programa de Pós-Graduação em Física

Ramon de Sá Pereira

**Uma análise das tensões cosmológicas à luz dos recentes dados
observacionais**

Niterói - RJ

2022

Ramon de Sá Pereira

**Uma análise das tensões cosmológicas à luz dos recentes dados
observacionais**

Dissertação de Mestrado apresentada à Banca Examinadora como exigência parcial para a obtenção do título de Mestre em Física ao programa de Pós-Graduação stricto sensu do Instituto de Física da Universidade Federal Fluminense.

Orientadora: Prof^a Dr^a Leila Lobato Graef.

Coorientadora: Prof^a Dr^a Micol Benetti

Niterói - RJ

2022

Ficha catalográfica automática - SDC/BIF
Gerada com informações fornecidas pelo autor

P436a Pereira, Ramon de Sá
Uma análise das tensões cosmológicas à luz dos recentes dados observacionais / Ramon de Sá Pereira ; Leila Lobato Graef, orientadora ; Micol Benetti, coorientadora. Niterói, 2022.
104 f. : il.

Dissertação (mestrado)-Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2022.

DOI: <http://dx.doi.org/10.22409/PPGF.2022.m.06501836301>

1. Ondas Gravitacionais. 2. Universo Primordial. 3. Tensões Cosmológicas. 4. Produção intelectual. I. Graef, Leila Lobato, orientadora. II. Benetti, Micol, coorientadora. III. Universidade Federal Fluminense. Instituto de Física. IV. Título.

CDD -

Ramon de Sá Pereira

Uma análise das tensões cosmológicas à luz dos recentes dados observacionais

Dissertação de Mestrado apresentada ao curso de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal Fluminense para obtenção do grau de Mestre em Física.

Aprovada em: / / Niterói-RJ

BANCA EXAMINADORA

Prof^a Dr^a Leila Lobato Graef (Orientadora)

Universidade Federal Fluminense (UFF)

Prof^a Dr^a Micol Benetti (Coorientadora)

Universidade de Napolis (SSM)

Prof^a D^a Camila Paiva Novaes

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE)

Prof. Rudnei de Oliveira Ramos

Universidade Estadual do Rio de Janeiro (IF/UERJ)

Prof. Rodrigo de Sousa Gonçalves (Suplente)

Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (UFRRJ)

DEDICATÓRIA

Aos meus pais, pelas incontáveis batalhas
vencidas até que este momento chegasse.

Às pessoas vitimadas em consequência da
pandemia de Covid-19 durante o período de
execução deste trabalho.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais e meus irmãos por me acompanharem em mais uma árdua jornada, sempre fazendo que eu acreditasse em mim mesmo, superando todas as adversidades.

À minha orientadora, Prof^a. Leila Graef, pela inenarrável dedicação, compreensão, condução e humanização durante todo o desenvolvimento da pesquisa.

À Prof^a. Micol Benetti pela coorientação e valiosas recomendações dadas que ajudaram a nortear o trabalho e pela colaboração junto ao Observatório Nacional na obtenção dos resultados desta pesquisa.

Aos professores do PPGFIS-UFF, pelo conhecimento compartilhado, dando base para a minha formação pessoal e profissional.

Ao Prof^o. Fernando Moucherek, pelo contínuo contato e ajuda nas realizações das atividades de contrapartida referente ao Observatório Astronômico da UEMA.

Aos funcionários do PPGFIS-UFF pelas informações prestadas sempre que solicitei-os e aos amigos, que mesmo à distância, se fizeram presentes e se tornaram companheiros de luta, em especial Laylson e Hércules; e a todos que tive o privilégio de desfrutar de bons momentos remotamente.

Externo nesse momento minha felicidade junto aos meus amigos de longa data, que têm me apoiado, incentivado e me dado forças a continuar a realizar mais este sonho.

À FAPEMA, que forneceu o apoio financeiro e me deu condições de permanecer desenvolvendo o trabalho.

À todos que colaboraram direta ou indiretamente para a execução deste trabalho.

Ao Cosmos e aos seus mistérios, novamente.

RESUMO

A Cosmologia tem passado por uma fase em que os dados observacionais nos possibilitam obter resultados cada vez mais precisos e dinâmicos. O modelo cosmológico padrão, o Λ CDM, assume Relatividade Geral, bem como a isotropia e homogeneidade do Universo, sendo capaz de descrever toda a sua evolução e composição, com a existência de dois componentes exóticos: a energia e a matéria escuras. Este modelo possui uma notória concordância com os dados observacionais. No entanto, o mesmo ainda assim apresenta algumas inconsistências teóricas. Podemos citar, por exemplo, a tensão no valor da constante de Hubble H_0 e do parâmetro da amplitude do espectro de matéria σ_8 . Tal problema consiste no valor que o modelo cosmológico padrão prevê para H_0 e σ_8 e o que é medido a partir das observações. Este problema tem sido considerado um dos maiores problemas da Cosmologia. Na tentativa de melhor compreender o problema da tensão, existem estudos que analisam possíveis erros sistemáticos no processamento de dados cosmológicos, tanto de medidas locais como da Radiação Cósmica de Fundo de Micro-ondas. Em uma segunda frente, existem estudos que investigam se a tensão poderia ser resolvida ao se considerar cenários cosmológicos além do modelo padrão Λ CDM. É nesta segunda frente que se concentra este trabalho. Em um caso mais específico, há modelos que variam o valor dos parâmetros w e N_{eff} com relação ao valores do modelo padrão. No caso de modelos que variam N_{eff} , discutiremos uma motivação para esta variação a qual é fundamentada em modelos para o Universo primordial que preveem a presença de ondas gravitacionais, cujo espectro tensorial apresenta um *blue-tilt*. Sob esta óptica, este trabalho investigará como esses modelos que permitem alterar o valor desses parâmetros, à luz dos dados mais recentes da colaboração Planck, podem aliviar a tensão em H_0 . Adotaremos modelos tipo \bar{w} CDM e \bar{N} CDM, isto é, aqueles com valores diferentes do padrão para w e N_{eff} , para investigarmos o comportamento da tensão. Com o mesmo conjunto de dados, estendaremos a nossa análise ao problema da tensão na medida do parâmetro σ_8 e discutimos suas implicações aos mesmos modelos estudados no caso da tensão em H_0 . Com esta análise, também será obtida uma equação descrevendo uma relação linear entre a variação das grandezas H_0 e σ_8 com os parâmetros w e N_{eff} . Esta relação nos fornecerá uma ferramenta matemática importante para a análise da tensão nestas classes de modelos.

Palavras-chave: Ondas Gravitacionais. Universo Primordial. Tensões Cosmológicas.

ABSTRACT

Cosmology has gone through a phase where observational data enables us to obtain increasingly accurate. The standard cosmological model, the Λ CDM, assumes General Relativity and isotropy and homogeneity of the Universe being able to describe all its evolution and composition, with the existence of two exotic components, such as dark energy and dark matter. This model has a remarkable agreement with the observational data. However, it still presents some theoretical inconsistencies. We can cite, for example, the tension in the value of the Hubble constant H_0 and the parameter of the matter spectrum σ_8 . Such a problem consists on the difference in the values that the standard cosmological model predicts for H_0 and σ_8 and what is measured from local observations. This problem has been considered one of the biggest problems in Cosmology. In an attempt to better understand the tension problem, there are studies that analyse possible systematic errors in the processing of cosmological datas, both from local measurements and from Cosmic Microwave Background Radiation. On a second front, there are studies investigating whether the tension could be resolved by considering cosmological scenarios beyond the standard Λ CDM model. It is on this second front that this work is focused. In a more specific case, there are models that vary the value of the parameters w and N_{eff} with respect to the values of the standard model. In the case of models that vary N_{eff} , we will discuss a motivation for this variation which is grounded in models for the primordial universe that predict the presence of gravitational waves, whose tensor spectrum presents a blue-tilt. From this perspective, this work will investigate how those models that allow changing the value of these parameters, in the light of the most recent data from the Planck Collaboration, can relieve the tension on H_0 . We will adopt \bar{w} CDM and \bar{N} CDM type models, i.e. those with different default values for w and N_{eff} , to investigate the tension behaviour. With the same dataset, we will extend our analysis to the problem of the tension on the σ_8 parameter and will discuss its implications to the same models studied in the case of the tension on H_0 . With this analysis, we will also obtain an equation describing a linear relationship between the variation of the quantities H_0 and σ_8 with the parameters w and N_{eff} . This relationship will provide us an important mathematical tool for the analysis of tension in these classes of models.

Key-Words: Gravitational Waves. Primordial Universe. Cosmological Tensions.

Lista de Siglas

TRG	...	Teoria da Relatividade Geral
TRE	...	Teoria da Relatividade Especial
TFC	...	Teorema Fundamental do Cálculo
CMB	...	Cosmic Microwave Background
RCF	...	Radiação Cósmica de Fundo
SNeIa	...	Supernova Tipo Ia
Λ CDM	...	Lambda Cold Dark Matter
EHT	...	Event Horizon Telescope Collaboration
HST	...	Hubble Space Telescope
FLRW	...	Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker
MCP	...	Modelo Cosmológico Padrão
ESA	...	European Space Agency
COBE	...	Cosmic Background Explorer
WMAP	...	Wilkinson Microwave Anisotropy Probe
LIGO	...	Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory
NASA	...	National Aeronautics and Space Administration
NANOGrav	...	North American Nanohertz Observatory for Gravitational Waves
KiDS	...	Kilo-Degree Survey
MC	...	Monte Carlo
MCMC	...	Monte Carlo Markov Chain
RCF	...	Radiação Cósmica de Fundo
LQC	...	Loop Quantum Cosmology
LQG	...	Loop Quantum Gravity
CAMB	...	Code for Anisotropies in the Microwave Background
COSMOMC	...	Cosmological Monte Carlo
GW	...	Gravitational Waves
SGWB	...	Stochastic Gravitational Wave Background

Lista de Símbolos

Λ	...	constante cosmológica
$G_{\mu\nu}$...	tensor curvatura espaço-tempo
$T_{\mu\nu}$...	tensor energia-momento
G	...	constante gravitacional
$R_{\mu\nu}$...	tensor curvatura de Ricci
R	...	escalar de Ricci
$g_{\mu\nu}$...	tensor métrico
a	...	fator de escala
c	...	velocidade da luz
z	...	<i>redshift</i>
λ_0	...	comprimento de onda do observador
H_0	...	constante de Hubble
$R_{\alpha\beta\gamma\delta}$...	tensor de Riemann
k	...	constante de curvatura
ds^2	...	elemento de linha
ρ	...	densidade de energia
p	...	pressão
H	...	parâmetro de Hubble
ω	...	parâmetro de estado
Ω	...	parâmetro de densidade
ϕ	...	campo escalar
$V(\phi)$...	potencial do campo
ϵ e η	...	parâmetros de slow-roll
N	...	número de e-foldings
\mathcal{P}	...	espectro de potências
n_s	...	índice espectral escalar
n_t	...	índice espectral tensorial
N_{eff}	...	número efetivo de espécies relativísticas
S_8	...	parâmetro de abundância de matéria
σ_8	...	amplitude do espectro de potências

Lista de Figuras

2.1	Desvio na trajetória da luz devido a curvatura do espaço-tempo na presença de matéria, neste caso o Sol. Figura retirada de [1].	29
2.2	Geometria do Universo através da análise do parâmetro de densidade Ω_0 hoje. Para $\Omega_0 > 1$, $\Omega_0 < 1$ e $\Omega_0 = 1$, temos um Universo com geometria esférica (fechado), hiperbólica (aberto) e plana, respectivamente. Figura retirada de [2].	35
2.3	Relação entre velocidade <i>versus</i> distância obtida por Hubble em 1929. Figura retirada da fonte [3].	39
3.1	Figura ilustrativa da evolução do potencial em função do campo escalar <i>inflaton</i> ϕ . Figura retirada da fonte [4].	49
3.2	Relação entre o potencial e o campo escalar ϕ no modelo de Starobinsky no <i>frame</i> de Einstein, para $m_p = 1$ (em unidades naturais). Figura adaptada de [5].	53
3.3	Regiões de confiança (68% e 95%) para os parâmetros n_s e r na escala pivot $k = 0.002 \text{ Mpc}^{-1}$ a partir de dados do Planck comparados com as previsões teóricas de modelos inflacionários. Figura retirada da fonte [6].	55
4.1	Espectro da radiação cósmica de fundo. Figura retirada da fonte [7]	60
4.2	Mapeamento da RCF feito pela sonda Planck corroborando com o princípio cosmológico. Figura retirada da fonte [8]	61
4.3	O espectro de potências da RCF. Figura retirada da fonte [9].	62
4.4	Primeira detecção estatisticamente significativa do sinal das BAO. Figura retirada da SDSS-III Collaboration [10].	64

- 5.1 Regiões de confiança (68% e 98%) para o plano $n_t - H_0$ de um modelo que usa $k_{UV} = 10^{22}$ (azul), modelo que usa $k_{UV} = 10^{54}$ (vermelho) e Λ CDM (cinza). À esquerda, resultados com a base de dados (resultados para a CMB do Planck) e à direita, com a adição de dados do HST. Figura retirada da fonte [11]. 68
- 5.2 Exemplo do espectro das IGWs para os cenários com o reaquecimento padrão, porém não instantâneo. A amplitude das SGWB indicada a partir dos recentes resultados do NANOGrav (região laranja), os atuais limites superiores da BBN (linha pontilhada preta) e o do LIGO-VIRGO (triângulo preto) também são mostrados. Figura retirada da fonte [12]. 72
- 5.3 Parâmetro de espaço consistente com os resultados do NANOGrav (região verde) é mostrado no plano $n_T - T_R$ para o cenário de reaquecimento padrão, porém não instantâneo. As regiões vermelhas e cinzas são excluídas pelos vínculos atuais a partir do LIGO-VIRGO e BBN, respectivamente. Figura retirada da fonte [12]. 73
- 5.4 Espectro aproximado de condições para possíveis detecções de ondas gravitacionais primordiais estocásticas, pelo experimento do NANOGrav (vermelho) e LIGO-VIRGO (azul). Figura retirada da fonte [13]. 74
- 5.5 Experimentos e suas frequências de sensibilidade de detecção de sinais de ondas gravitacionais. Figura retirada da fonte [13]. 76
- 7.1 Relação linear entre os parâmetros ΔH_0 e Δw , cujo ajuste linear fornece o valor atualizado do multiplicador adimensional. 82
- 7.2 Distribuições de probabilidade normalizados de H_0 em ($\text{kms}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$) para algumas escolhas de w . A região amarelada representa a região da barra de erro dos dados do HST para H_0 . Gráfico elaborado a partir dos valores para H_0 inferidos usando os dados do Planck 2018 + BAO + Pantheon. . . 83
- 7.3 Relação linear entre os parâmetros ΔH_0 e ΔN_{eff} , onde foi retirado o atualizado multiplicador adimensional. 84

7.4	Distribuições de valores normalizados de H_0 em ($\text{kms}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$) para algumas escolhas de N_{eff} . Gráfico de autoria própria elaborado a partir dos valores para H_0 inferidos usando os dados do Planck 2018 + BAO + Pantheon.	85
7.5	Relação entre os parâmetros $\Delta\sigma_8$ e Δw , onde foi obtido o multiplicador adimensional. Gráfico de autoria própria.	88
7.6	Distribuições de valores normalizados de σ_8 para algumas escolhas de w . Gráfico de autoria própria elaborado a partir dos valores para σ_8 inferidos usando os dados do Planck 2018 + BAO + Pantheon.	89
7.7	Relação entre os parâmetros $\Delta\sigma_8$ e ΔN_{eff} , onde foi obtido o multiplicador adimensional. Gráfico de autoria própria.	90
7.8	Distribuições de valores normalizados de σ_8 para algumas escolhas de N_{eff} . Gráfico de autoria própria elaborado a partir dos valores para σ_8 inferidos usando os dados do Planck 2018 + BAO + Pantheon.	91

Sumário

Lista de Figuras	11
Sumário	14
1 Introdução	17
2 Fundamentos da Cosmologia	27
2.1 Introdução	27
2.2 A Relatividade Geral: a base para a Cosmologia	27
2.2.1 Princípio Cosmológico	30
2.2.2 A métrica e as equações de Friedmann	30
2.3 O <i>Redshift</i> cosmológico	36
2.4 O Modelo Padrão e seus parâmetros	40
2.5 Perturbações no Modelo Padrão	42
2.5.1 Equação de Boltzmann	43
3 Universo Inflacionário	45
3.1 Problema da Planitude	45
3.2 O Problema do Horizonte	46
3.3 Problema dos Monopolos Magnéticos	47
3.4 Alternativa à Inflação Padrão	47
3.4.1 A dinâmica da inflação	48
3.4.2 Condições de <i>slow-roll</i>	50
3.4.3 Alguns Modelos inflacionários	51

3.5	Modelos alternativos para a inflação	56
4	Observáveis Cosmológicos	59
4.1	Radiação Cósmica de Fundo	59
4.2	Supernovas do Tipo Ia	62
4.3	Oscilações Acústicas Bariônicas	63
5	Ondas Gravitacionais Primordiais	65
5.1	Introdução	65
5.2	As ondas gravitacionais primordiais e H_0	66
5.2.1	Ondas Gravitacionais Estocásticas	69
5.3	NANOGrav e a inflação	70
5.4	Espectro tensorial com lei de potência simples	71
5.5	Dupla Lei de Potência	74
6	Metodologia	77
6.1	Introdução	77
6.2	Ferramentas	78
7	Resultados teóricos e observacionais em ΔH_0	80
7.1	Introdução	80
7.2	Novos valores para o multiplicador adimensional	82
7.3	Alterando N_{eff} e w	85
7.4	O parâmetro σ_8	87
7.4.1	Relação σ_8 com N_{eff} e w	88
8	Conclusões e perspectivas	92
	Referências Bibliográficas	95

“O cientista não é o homem que fornece as verdadeiras respostas; é quem faz as verdadeiras perguntas.”

Claude Lévi-Strauss

1 Introdução

O céu noturno desperta a imaginação do homem desde tempos primitivos, talvez por isso a Astronomia pode ser considerada a mais antiga das ciências [14, 15, 16, 17]. Os segredos que a escuridão celeste possui, continuam a ser objetos de grandes investigações. A formulação que conhecemos sobre a história da evolução do universo, passou por inúmeras alterações ao longo do tempo e, no passado, tínhamos uma série de teorias que tentavam descrever esse processo [18]. Mesmo que estas não apresentassem bons fundamentos (principalmente matemáticos), algumas dessas teorias foram importantes para iniciar um debate milenar, onde inúmeros astrônomos e cosmólogos passaram a desenvolver teorias sobre o cosmos. Independente do artifício utilizado para tentar compreender as questões da natureza, como disse Aristóteles, o homem deseja naturalmente saber [19].

Durante muitos anos, a forma comumente usada para tentar entender as problemáticas foi o uso do misticismo, marcante durante a época das civilizações antigas, que atrelavam às divindades os acontecimentos da natureza. A mitologia entre os povos primitivos era uma forma de se situar no mundo, isto é, de fazer parte da natureza junto aos seus seres. A utilização de um conjunto de teorias ou explicações apresentadas por uma religião ou cultura sobre a origem do universo ou da realidade, também foi amplamente apreciada na antiguidade e é conhecida como *cosmogonias* [20]. É a partir daí que o termo “cosmologia” poderia ter sido reutilizado para o significado que empregamos hoje.

É a partir da Grécia Antiga que novas ideias começam a modificar a visão que o homem tinha da natureza. As escolas filosóficas desse período (século VI a.C.) buscaram desenvolver explicações teóricas, ainda que abstratas, para o entendimento do cosmos. Em tempo, foi Pitágoras de Samos o primeiro a utilizar o termo “cosmos”¹ para se referir ao conceito de ordem, de correspondência e de beleza do universo². As contribuições da astronomia grega têm resultados impressionantes para a época, pois os valores obtidos são muitos próximos com os verificados hoje, por exemplo, o diâmetro da Terra, distância

¹Originalmente *Kósmos*, essa expressão não possui tradução.

²Para os pitagóricos, o Universo era dominado por uma ordem em virtude da sucessão dos dias e noites, no alternar das estações, no movimento circular e perfeito das estrelas, etc [21].

Terra-Sol e Terra-Lua, entre outros.

Dando um salto temporal para o século XVIII, há de se lembrar o grande marco para o desenvolvimento das ciências naturais através da mecânica estabelecida por Isaac Newton, no seu trabalho chamado de *Principia*, do século XVII. Esta resolvia diversos problemas da Física com cálculos matemáticos jamais vistos antes e eram estrondosamente consistentes ao descrever inúmeros cenários. Tamanha consistência a tornou inabalável por séculos. Fato que físicos da época acreditavam que ali era o ponto final dessa ciência, exatamente pela acuracidade algébrica ali apresentada. Destacam-se em seus trabalhos o Teorema Fundamental do Cálculo (TFC), as Leis da Mecânica e a Lei da Gravitação Universal, estes dois últimos serão comentados brevemente.

Na formulação das Leis da Mecânica, Newton apresenta o conceito de força e sua extrema relação com o movimento das partículas (ou sistemas físicos). A Primeira Lei, por exemplo, é enunciada como “*Um corpo permanece em repouso ou em movimento uniforme, exceto sob a ação de uma força*” [22]. Para Sir Arthur Eddington, tal enunciado era muito raso e apresentava um significado mais qualitativo na abordagem da força. A Segunda Lei definida por Newton, no entanto, apresenta quantitativamente a relação entre massa e velocidade através do enunciado “*Um corpo sob a atuação de uma força se move de tal forma que a taxa temporal de variação da quantidade de movimento se iguala à força.*” Newton definiu o momento como $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$, onde m é a massa da partícula e \mathbf{v} a velocidade (negrito representa vetor), e assim, a força pode ser escrita matematicamente como $\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\mathbf{v})$. A Terceira Lei de Newton, por sua vez, é enunciada como “*Se dois corpos exercem forças entre si, essas forças serão iguais em magnitude e opostas em termos de sentido.*”

Publicada também no livro *Principia*, a Lei da Gravitação Universal foi inicialmente formulada em 1666 por Isaac Newton. Em seu enunciado afirma “*Cada partícula de massa atrai outra partícula no universo com uma força que varia diretamente conforme o produto das duas massas e inversamente com o quadrado da distância entre elas.*” Sua forma matemática é escrita como

$$\mathbf{F} = -G \frac{mM}{r^2} \mathbf{e}_r, \quad (1.1)$$

considerando uma partícula de massa m , ela será atraída por uma de massa M , onde $\hat{\mathbf{e}}_r$ é o vetor unitário na direção radial, separadas por uma distância r , a atração é assegurada

pelo sinal negativo. Na equação acima, G é a constante gravitacional ($G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg}\cdot\text{s}^2$). Por essa lei, Newton apenas explicita a forma como a atração gravitacional age entre dois corpos, mas não a origem dessa atração [23].

No entanto, mesmo uma teoria física bem estabelecida pode exigir ser aprimorada com o tempo. A forma como entendíamos como o universo se mostrava para nós foi modificada antes mesmo dos trabalhos de Newton. Galileu Galilei (séc. XVII), com uma simples e revolucionária forma de observar o cosmos dava os primeiros passos para que a observação (e a experimentação) se configurasse como uma importantes ferramenta do estudo científico. Dessa forma, mesmo os mais importantes nomes da história da física estavam sujeitos a serem questionados. Novas inconsistências surgiram e a reestruturação da Física se tornava necessária para adequar o que de novo era validado pela experimentação. A nossa descrição da natureza novamente apresentava paradigmas a serem superados. Com a teoria eletromagnética e o estudo do mundo microscópico, desenvolvidos no alvorecer do século XX, deu-se início à uma nova era da Física em razão das descobertas proporcionadas pelas investigações nessas áreas. Aos poucos os problemas existentes do mundo microscópico eram solucionados, no entanto, ainda assim houve indagações acerca do céu, que continuou a despertar o fascínio e o interesse para tentar descrever seus mistérios.

Passados tantos séculos, nosso entendimento do universo evoluiu consideravelmente quando Albert Einstein apresentou sua Teoria da Relatividade Geral (TRG), em 1915, modificando, entre outras coisas, o conceito de gravidade e sua relação com a geometria do Universo [24]. Anteriormente à formulação da TRG, Einstein publicou em 1905 a Teoria da Relatividade Especial (TRE) [25], em que concluiu os estudos precedentes de Hendrik Lorentz, entre outros nomes. Nesta teoria, os conceitos de espaço e tempo não eram mais tratados de forma independente como Newton havia apresentado, sendo, agora, tidos como a ideia de espaço-tempo como uma entidade geométrica unificada. Dessa forma, na TRE o espaço-tempo é uma variedade diferenciável com 4 dimensões, a temporal é a quarta dimensão com as 3 espaciais já conhecidas, sendo escrita através da métrica pseudo-riemanniana [26]. Neste ponto podem ser inseridas noções de geometria. Foi nessa teoria que foi postulado que a velocidade da luz é invariante, teoria esta conhecida como especial ou restrita por ser um caso particular do princípio da relatividade, pois não são considerados os efeitos da gravidade.

É a TRG que abrange os efeitos da gravitação, e o espaço-tempo curvo passa a ser discutido. Assim, a ação da gravidade se dava em função da curvatura do espaço-tempo e deixando de ser tratada como uma força como era entendido pelos trabalhos desenvolvidos por Isaac Newton. Foi com base no Princípio da Equivalência que Einstein acrescenta à sua teoria da relatividade especial a gravitação, descrita a partir do cálculo de curvatura do espaço-tempo. Por esse princípio, as massas inerciais e gravitacionais possuem mesmo valor (esse é conhecido como *princípio da equivalência fraco ou de Galileu*), embora a princípio poderiam ter interpretações físicas bem diferentes. Na segunda Lei de Newton, a massa inercial tem um caráter universal para quaisquer forças que atuam sobre um objeto, já a massa que aparece na Lei da Gravitação Universal pode ser entendida como uma massa que sofre interação gravitacional. Experimentalmente, elas são iguais ou indicam um valor muito próximo [23]. Dessa forma, essa igualdade entre as massas implica que o campo gravitacional atua sob a mesma forma para todas as partículas. É impossível distinguir localmente um referencial inercial (na ausência de gravitação) de um referencial em queda livre em um campo gravitacional. Isso é possível apenas se temos acesso a regiões maiores do espaço-tempo. No entanto, Einstein aplicou esse princípio para qualquer outro tipo de experimento físico e então, através do que é conhecido como Princípio da Equivalência de Einstein, disse “as leis da Física se reduzem às leis da relatividade especial em regiões suficientemente pequenas do espaço-tempo”. Em outras palavras, considerando experimentos locais, é impossível distinguir um campo gravitacional de um referencial acelerado.

A TRG marcou o início da Cosmologia Moderna. Outro grande resultado foi quando o astrônomo americano Edwin Hubble no ano de 1929 percebe um afastamento das galáxias próximo à nossa, ao analisar as linhas espectrais emitidas por estrelas dessas galáxias [27]. Se opondo ao pensamento de Einstein de um universo estático, Hubble infere que o afastamento das galáxias de nós é motivado por um regime dinâmico, isto é, o universo estava se expandindo [27]. Foi o primeiro passo para o desencadeamento das inúmeras observações que surgiram com o objetivo de testarem as teorias cosmológicas emergentes.

Contudo, da mesma forma que o Universo se mostrava misterioso para os antigos, hoje estamos diante de vários enigmas e os seus segredos continuam a despertar o desejo pelas investigações. As observações astronômicas apontam que o conteúdo material

energético dos objetos que conseguimos enxergar não representa a maior parte da composição do universo, compondo em torno de apenas 5% do conteúdo energético do mesmo [28, 29]. As observações indicam que a maior parte corresponde a algo que ainda estamos buscando compreender, conhecida entre os cosmólogos como setor escuro do universo.

Uma das mais importantes observações cosmológicas que temos hoje que corroboram com este cenário advém da Radiação Cósmica de Fundo de Microondas (RCF) (CMB, sigla em inglês), datada dos anos 1960, detectada, quase por acaso, pelos cientistas Arno Allan Penzias e Robert Woodrow Wilson. A existência dessa radiação corroborava à previsão do grupo de Gamow³ de que o universo vinha se expandindo desde um momento onde era extremamente quente e denso (mas sem nenhum indício de matéria escura ou expansão acelerada até então; nessa época era de comum acordo que a expansão do universo era do tipo desacelerada) [30].

No fim dos anos 80 iniciou-se um grande desenvolvimento de satélites cada vez mais acurados e específicos para o estudo da RCF. O primeiro satélite lançado exclusivamente para o estudo da RCF foi o *Cosmic Background Explorer* (COBE) que investigou essa radiação emitida nos primórdios do universo fornecendo a sua primeira constatação observacional de isotropia do universo [31] além, também, de que teria evoluído de acordo com o previsto pelo modelo padrão do *Big Bang*⁴. De acordo com este modelo, o universo teria advindo de um estado bem mais quente e denso que o atual, quando seu conteúdo energético estava em equilíbrio térmico. O COBE mostrou a existência de flutuações de temperatura com tal amplitude. Estas por sua vez estariam associadas a flutuações de densidade, $\delta T/T_0 \propto \delta \rho/\rho$, o que possibilitou a formação das estruturas cósmicas que vemos hoje.

Já com a sonda *Wilkinson Microwave Anisotropy Probe* (WMAP), que foi lançada em 2001 também com o objetivo de investigar a RCF, outros importantes resultados foram encontrados. Foi exatamente com a WMAP que verificou-se que essa radiação presente em todas as direções do universo foi emitida a, aproximadamente, 380.000 anos após o *Big Bang* e também essas observações, ao supor um modelo cosmológico, permitiram inferir a idade do universo, que segundo as observações apontaram para 13,7 bilhões

³Grupo composto pelos físicos George Gamow, Ralph Alpher e Robert Herman que previram que deveria haver uma radiação remanescente do universo.

⁴É importante lembrar que *Big Bang* nos referimos ao início da expansão do universo.

de anos [32]. O WMAP confirmava que tudo o que já havia sido identificado e catalogado pelos cientistas em termos de campos e partículas, correspondiam a aproximadamente 4% da composição da densidade crítica do universo⁵. Este tipo de matéria é comumente chamada de Matéria Bariônica. Dentro da porcentagem de energia desconhecida do universo, parte da contribuição para a densidade crítica é uma matéria que não possui interações detectáveis com a matéria conhecida, com exceção da interação gravitacional, essa matéria é chamada de Matéria Escura, que não pode ser confundida com a bariônica, e apresenta um valor percentual de 23% para a densidade crítica. A contribuição majoritariamente esmagadora também é misteriosa e há uma busca incansável para a sua caracterização, o que chamamos de Energia Escura, que representa uma contribuição de 73%, cuja origem é desconhecida [32].

Com os dados divulgados pelo satélite Planck no ano de 2018 [33], esses valores se tornaram ainda mais precisos. A densidade de energia da matéria bariônica agora representa 5%, a matéria escura 27% e a densidade de energia da energia escura passou para 68%. Os equipamentos vêm mostrando resultados cada vez mais precisos e espera-se que dentro de alguns anos, a partir da construção de outros instrumentos de observação, como por exemplo o CMB-S4 [34], possamos ter resultados ainda mais aprimorados.

Após a verificação de que a maior parte do universo é totalmente desconhecida, nas últimas décadas os instrumentos de observação foram cada vez mais aprimorados e os dados coletados de melhor qualidade. Com isso, os cosmólogos passaram a ter informações cósmicas em épocas cada vez mais remotas⁶ e novas descobertas eram apresentadas para a comunidade científica. A adoção de *velas padronizáveis*⁷ foi crucial para que dois grupos, que trabalharam independentemente, constatassem, no ano de 1998, uma alteração no espectro da luminosidade intrínseca das Supernovas do Tipo Ia (SNeIas) para distâncias maiores > 100 Mpc. O *High-Z Team Supernovae* [35] e *Supernova Cosmology Project* [36] anunciaram que houve uma variação no espectro de emissão das supernovas em relação ao esperado (um *redshift* no espectro observado), e essa variação aumentava com a distância, indicando que o universo está passando por um processo de expansão acelerada⁸, se opondo

⁵Densidade necessária para que o universo seja plano, conforme indicam as observações.

⁶Quanto mais longe “enxergamos” no universo, mais no passado estamos observando.

⁷Objetos com comportamento e luminosidade bem definidos e característicos, para comparar distâncias das estruturas no universo em relação a um observador na Terra.

⁸Em 2011, o Nobel de Física fora para os físicos Adam Riess, Brian Schmidt e Saul Perlmutter pela

ao que se acreditavam até então [27].

Atualmente existem diferentes formas de se calibrar as supernovas para inferir a taxa de expansão do universo. Uma dessas formas é utilizando as estrelas Cefeidas. Isso porque as Cefeidas são estrelas variáveis que possuem uma relação especial entre os seus períodos de rotação e sua luminosidade máxima, chamada de relação período-luminosidade. Assim, astrônomos calibram as distâncias para Cefeidas nas galáxias que hospedem as SNeIas. Com isso, a magnitude absoluta da supernova calibrada e as distâncias até outras SNeIas são obtidas [37]. O uso das SNeIas é devido ao fato delas serem estrelas padronizáveis e com alta magnitude absoluta, ao contrário das Cefeidas, por exemplo, que mesmo sendo estrelas com uma luminosidade bastante padrão não possuem uma magnitude absoluta tão alta. No caso das supernovas o valor dessa magnitude absoluta no pico da sua luminosidade não é tão bem conhecido. Por isso usam-se estrelas Cefeidas, as quais são medidas em baixos *redshifts* em observações locais e são usadas para se obter a magnitude absoluta das supernovas nesta escala. Em seguida, esta calibração da magnitude da supernova é extrapolado para altos *redshifts*, visto que supernovas por serem muito luminosas podem ser medidas em *redshifts* mais altos.

As observações da Radiação Cósmica de Fundo feitas pelo satélite Planck, além das observações de cefeidas e supernovas, comporão os principais conjuntos de dados observacionais utilizados nesta dissertação. Desde que a comprovação da expansão acelerada do universo foi estabelecida, uma das principais linhas de pesquisa da Cosmologia Moderna é apresentar modelos que possam descrever seu histórico de expansão e suas componentes energéticas. A Energia Escura [38], a componente que causa essa expansão, com equação de estado negativa, é a componente restante da densidade crítica de energia (além da radiação, matéria bariônica e matéria escura) e atualmente corresponde ao maior conteúdo energético do universo. Embora não haja nenhuma observação direta da Matéria e da Energia Escura, há bons indícios indiretos de suas existências, uma vez que cada uma delas desempenha um papel importante para explicar o nosso universo tal como observamos [39]. No caso da Matéria Escura, em específico, já existem experimentos que buscam uma detecção direta [40, 41]. A Matéria Escura possui a mesma equação de estado da matéria usual, ou seja, pressão nula e densidade que cai com o aumento do volume, como será abordado na dissertação.

verificação da expansão acelerada cósmica.

Como ponto de partida na descrição de modelos de Energia Escura, temos a constante cosmológica Λ apresentada à comunidade científica por Albert Einstein. Quando Einstein introduziu a constante cosmológica, tinha como objetivo inicial obter uma solução estacionária para o Universo. A ideia de que o Universo não estaria passando por um processo de expansão, não perdurou por muito tempo, uma vez que novas evidências de um universo em expansão foram verificadas por Edwin Hubble. No entanto, a constante cosmológica caracterizada inicialmente por Einstein dentro de um contexto de um universo estático, foi abandonada por muitos anos. Atualmente o termo Λ é uma peça fundamental para descrever o modelo mais aceito perante os dados observacionais. Como já dito anteriormente, acreditava-se que o universo era estático e Einstein atribuiu à Λ essa característica estacionária, contudo, as medições de Hubble mostraram o contrário. Na década de 90, com base nas observações das supernovas veio uma outra grande conclusão, a expansão do universo era de forma acelerada [42]. Esse modelo é conhecido como Λ CDM (sigla em inglês para *Lambda Cold Dark Matter*).

Após 1998, com a descoberta da aceleração da expansão do universo, a constante cosmológica voltou a ser introduzida nas equações de Einstein, visto que a mesma é capaz de descrever uma expansão acelerada. Apesar desse modelo ter um reconhecimento científico notável e uma grande concordância com as observações [43], temos problemas conceituais relacionados a constante cosmológica. Associada a princípio à energia do vácuo por apresentar pressão negativa, causando o efeito de aceleração, quando calculada a energia de vácuo do universo a partir da teoria quântica de campos, os resultados para essa energia apresenta uma discrepância significativa, de ordem de até 10^{123} maior que o valor esperado para Λ [44], com base no valor inferido através das observações. Também há o problema da coincidência, que diz respeito ao porquê a constante cosmológica e a matéria possuem densidades próximas hoje, uma vez que durante toda a evolução do Universo diferiam por muitas ordens de magnitude [3].

Diante desse cenário de divergências, outros modelos que tentassem descrever a Energia Escura foram apresentados, podemos citar aqui: Quintessência [45], K-essência [46], Campos Fantasma [47], entre outros. No caso da quintessência, sua diferença em relação aos modelos usuais que buscam descrever a Energia Escura se deve ao fato de que a quintessência pode ter densidade de energia variando no tempo.

O problema da tensão em H_0 é mais um exemplo de inconsistências presente no modelo padrão. Considerando o modelo Λ CDM, as observações da RCF pela colaboração Planck [33] inferem um valor diferente do encontrado para experimentos com observações locais (como os das supernovas) [48]. Em tese, como ambos os experimentos estão medindo um mesmo parâmetro, é de se esperar que ambos obtenham um mesmo resultado. Tal divergência caracteriza essa tensão e figura como um dos problemas de fronteira da cosmologia. O mesmo problema ocorre quando o parâmetro investigado é o σ_8 , que caracteriza a amplitude do espectro de potências para uma específica escala de tamanho no céu. Neste caso, a tensão se dá entre o valor inferido considerando o modelo Λ CDM para interpretar as medidas indiretas da RCF [33] e o valor inferido a partir dos dados de medidas locais [48]. Portanto, tais problemas no modelo padrão servem de motivação para descrevermos o universo com diferentes tipos de modelos, adotando, inclusive, novos cenários e considerando modelos bem diferentes do padrão, por exemplo, com cenários de inflação e equação de estado não-convencionais .

Para compreendermos o que está por trás destes problemas será necessário grandes avanços no campo teórico e também observacional da cosmologia. Há expectativas de que este avanço será possível. Recentemente vivenciamos mais um marco na história da ciência. Uma constatação observacional muito importante, prevista teoricamente por Einstein há aproximadamente um século atrás (em 1915), só foi possível ser detectada recentemente em 2015. Exatos 100 anos depois uma das previsões dessa teoria, que são as ondas gravitacionais, as mesmas estavam sendo detectadas pela primeira vez. No fenômeno observado, ocorreu que os cientistas identificaram um sinal compatível com a coalescência de dois buracos negros provocando ondulações no tecido espaço-tempo, liberando uma energia equivalente a 3 vezes a massa do Sol em questão de segundos. O sinal foi detectado através do interferômetro *Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory* (LIGO) [49]. Essa detecção abriu novas possibilidades para o estudo em cosmologia e vem ganhando um grande destaque dentro da comunidade científica. Por ser uma fonte de dados independentes do espectro eletromagnético, a mesma fornece uma nova janela para a observação do universo e para o teste de modelos cosmológicos.

Um outro sinal de detecção de ondas gravitacionais com uma escala de frequência mais baixa comparado à frequência de detecção do LIGO, pode vir a ser uma nova forma de obtermos resultados sobre ondas gravitacionais foi encontrado pelo *North American*

Nanohertz Observatory for Gravitational Waves (NANOGrav) [50], um observatório natural de ondas gravitacionais utilizando pulsares. Estes objetos celestes pertencem à família de estrelas de nêutrons que se formam quando uma estrela mais massiva que o nosso Sol queima toda sua fonte de energia e colapsa em si mesma. Há ainda outras colaborações que usam pulsares como meio de detecção de ondas gravitacionais, como o PPTA [51] e EPTA [52].

Dados atuais do NANOGrav apontam uma possível detecção de ondas gravitacionais estocásticas (ondas provenientes de todas as direções). Caso essa detecção se confirme, uma possível origem de tais ondas poderiam ser as ondas gravitacionais primordiais. Neste caso, um modelo do universo primordial que seja capaz de explicar tal detecção seria diferente do modelo inflacionário padrão, o qual é considerado “o paradigma” para a descrição do primordial do cosmos. Neste contexto, entram os cenários para o universo primordial que preveem um espectro (amplitude de perturbações primordiais que variam em função da escala) com *blue-tilt*. Nesta dissertação, utilizaremos modelos com tais características, por servirem de motivação ao permitir valores diferentes do padrão tanto para a equação de estado da energia escura w_e (motivado pelos modelos citados acima) como para N_{eff} , que quantifica o número de espécies relativísticas.

Desta forma, este trabalho está organizado em: Capítulo 2, onde apresentamos os fundamentos teóricos que regem a cosmologia padrão, partindo do formalismo da Relatividade Geral, escrevendo as equações de Friedmann; no Capítulo 3, é abordado o modelo inflacionário e seus desafios teóricos, bem como alternativas ao modelo; no Capítulo 4, discutimos algumas experiências de observação importantes na cosmologia e que permitem a obtenção dos dados observacionais utilizados em nossas análises; em seguida, no Capítulo 5, é apresentada a metodologia do trabalho, incluindo uma descrição dos softwares utilizados e dos dados observacionais considerados; no Capítulo 6, por sua vez, fazemos um levantamento recente dos resultados obtidos na literatura sobre o estudo do problema da tensão em H_0 e dos modelos teóricos que motivam uma variação no parâmetro N_{eff} ; no Capítulo 7, apresentamos os nossos resultados sobre a previsão para os parâmetros σ_8 e H_0 nos modelos considerados com diferentes valores de w e N_{eff} ; encontram-se no Capítulo 8 as conclusões do trabalho e as perspectivas futuras.

2 Fundamentos da Cosmologia

2.1 Introdução

Neste capítulo, ainda que sucintamente, veremos os fundamentos teóricos da cosmologia. Apresentaremos o formalismo da Relatividade Geral na cosmologia e as principais equações que regem a dinâmica cosmológica.

2.2 A Relatividade Geral: a base para a Cosmologia

É de conhecimento dos físicos que a natureza apresenta quatro interações fundamentais que determinam as interações entre as partículas individuais e o comportamento, em pequenas e grandes escalas, de toda a matéria no Universo, são elas: interação forte; interação fraca; interação eletromagnética; e a interação gravitacional. Ainda que esta última interação foi a primeira que teve uma elaboração matemática mais complexa, vide pelo formalismo realizado por Isaac Newton, a gravidade não consegue abordar fenômenos que necessitam de uma descrição quântica e relativística simultaneamente.

Na Cosmologia, a interação predominante é a gravitacional [53]. A teoria que melhor descreve a gravidade em larga escala é a Teoria da Relatividade Geral e comentada brevemente no capítulo anterior. Nesta descrição, as propriedades geométricas do espaço-tempo são associadas com o conteúdo de matéria e energia no espaço-tempo, dessa forma, a gravidade age como uma manifestação geométrica. A forma quantificada dessa relação é feita usando a equação de campo de Einstein, dada por [54]:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu}. \quad (2.1)$$

Através da equação acima, a intrínseca relação de geometria e conteúdo energético podem ser vistas analisando os dois lados da igualdade. Do lado direito, por exemplo, o tensor energia-momento $T_{\mu\nu}$ representa o conteúdo de matéria e energia do universo. Ao passo que no lado esquerdo, o termo $g_{\mu\nu}$ caracteriza a geometria do espaço-tempo,

advindo do próprio conteúdo energético, $R_{\mu\nu}$ é o tensor curvatura de Ricci, R é o escalar de curvatura de Ricci. O tensor de Ricci presente na eq. (2.1), pode ser definido como

$$R_{\mu\nu} = \Gamma_{\mu\beta,\nu}^{\alpha} - \Gamma_{\mu\nu,\beta}^{\alpha} + \Gamma_{\mu\beta}^{\alpha}\Gamma_{\alpha\nu}^{\beta} - \Gamma_{\mu\nu}^{\alpha}\Gamma_{\alpha\beta}^{\beta}, \quad (2.2)$$

onde os símbolos de Cristoffel $\Gamma_{\mu\beta}^{\sigma}$ na equação acima são escritos em termos da métrica na forma

$$\Gamma_{\mu\beta}^{\sigma} = \frac{g^{\sigma\nu}}{2}(g_{\mu\nu,\beta} + g_{\nu\beta,\mu} - g_{\mu\beta,\nu}). \quad (2.3)$$

Outro termo presente das equações de campo de Einstein que podemos definir é o escalar de curvatura, determinado pela seguinte contração

$$R = R_{\mu}^{\mu} = g^{\mu\alpha} R_{\alpha\mu}. \quad (2.4)$$

O lado esquerdo das equações de campo de Einstein pode ainda ser escrito pelo tensor curvatura do espaço-tempo $G_{\mu\nu}$, assim

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu}. \quad (2.5)$$

Dessa forma, a equação de campo de Einstein pode ser reduzida a

$$G_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu}, \quad (2.6)$$

em que G é a constante gravitacional.

Voltando para o tensor energia-momento $T_{\mu\nu}$, considerando que as fontes do campo gravitacional podem ser descritas como fluido do tipo perfeito, o mesmo é dado por:

$$T_{\mu\nu} = \left(\rho + \frac{p}{c^2}\right)u_{\mu}u_{\nu} - pg_{\mu\nu}, \quad (2.7)$$

onde ρ e p são a densidade e a pressão do fluido medidas por um referencial em repouso, respectivamente, c é a velocidade da luz no vácuo, e u^{μ} é a quadrivelocidade do fluido.

Como toda teoria física, a TRG também foi testada com dados observacionais. O primeiro exemplo foi a expedição montada com destino a Sobral-CE pelo britânico Eddington em 1919. Sua equipe tinha como objetivo verificar o desvio da trajetória da luz em razão da curvatura ocasionada pela massa de um objeto celeste (no caso de Sobral, o Sol, conforme ilustra a Fig. (2.1)). Tal evento foi escolhido em razão da localização de uma estrela, que por origem, estava posicionada atrás do Sol. Assim, com o eclipse e

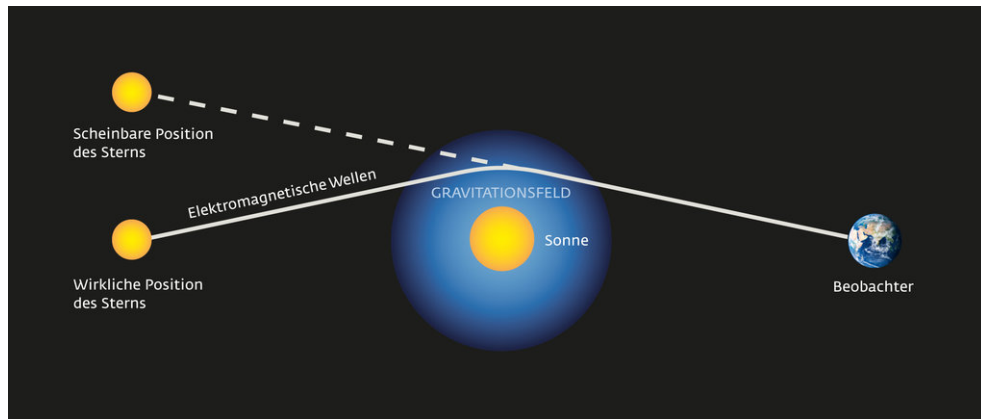


Figura 2.1: Desvio na trajetória da luz devido a curvatura do espaço-tempo na presença de matéria, neste caso o Sol. Figura retirada de [1].

a previsão de que a luz sofre um desvio pela curvatura dos objetos, foi possível ver essa estrela em uma posição diferente para os observadores na Terra [55].

A mais recente verificação da TRG foi em abril de 2019 após o projeto *Event Horizon Telescope Collaboration* (EHT) divulgar a primeira foto de um buraco negro, trabalho que reuniu mais de 200 pesquisadores e que durou uma década [56]. Este projeto mostrou uma região em torno do horizonte de eventos do buraco negro. No entanto, na região interna do horizonte ainda não se tem informações suficientes para saber se haveria uma singularidade física (o que corresponde ao limite da TRG para uma densidade tendendo para o infinito) ou se um possível regime de gravitação quântica poderia evitar a singularidade.

No rol de aplicações que a Teoria da Relatividade Geral possui, temos uma outra recente comprovação dessa teoria que vem dos efeitos de lentes gravitacionais. Aqui, essas lentes mostram como a deformação do espaço-tempo devido à presença de matéria no universo (neste caso, um astro celeste ou mais atuam como a lente defletora), curva a trajetória da luz proporcionando um efeito óptico semelhante ao de lentes. Por esse efeito, as imagens múltiplas apresentam distorções, ampliações e atrasos relativos (*time delay*) na propagação da luz até a imagem [57] para um observador. Na Cosmologia, as lentes gravitacionais também possuem uma imensa importância no teste de modelos cosmológicos e figuram como alternativa observacional a mais para os cosmólogos.

2.2.1 Princípio Cosmológico

Desde o modelo cosmológico ptolomaico, acreditava-se que a Terra estaria centrada no Universo e que os demais astros conhecidos a orbitavam. As rupturas epistemológicas provocadas por Nicolau Copérnico no século XVI em seu modelo de Universo, declarando que não vivemos em uma região privilegiada no cosmos foram de grande valia para que novas concepções de universo fossem adotadas.

A homogeneidade e isotropia são, *a priori*, suposições que constituem a base fundamental para o estudo em cosmologia. No universo não há distinção de propriedades para diferentes pontos e direções em grandes escalas (> 100 Mpc) [58], isto é, qualquer observador enxergará a mesma distribuição de matéria em qualquer direção e ponto. Isso caracteriza a homogeneidade. A isotropia, por sua vez, pode ser entendida como a ausência de direções privilegiadas no Universo.

2.2.2 A métrica e as equações de Friedmann

A métrica $g_{\mu\nu}$ apresentada na equação (2.1) é uma grandeza associada ao elemento de linha ds^2 , em que este elemento é a distância entre dois eventos no espaço-tempo para 4 dimensões. Assim, ds^2 é escrito como:

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu. \quad (2.8)$$

Adotando condições de isotropia e homogeneidade, podemos construir uma métrica, cuja forma tenha características inalteradas, para qualquer tempo t , ponto e direção do espaço-tempo. Dessa forma, o elemento de linha para essa métrica em coordenadas esféricas é dada por [54]

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)R_0^2 \left(\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\Omega^2 \right), \quad (2.9)$$

em que R_0^2 tem dimensão de comprimento para que r fique adimensional, $d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2$, $a(t)$ é o fator de escala capaz de descrever a evolução temporal do universo homogêneo e isotrópico, que é um valor normalizado entre 0 e 1, para o início do universo até a época atual, k é o parâmetro de curvatura do universo e caracteriza a sua geometria, cujos valores podem ser iguais a: $+1$, universo com curvatura positiva e esférico; 0 ,

universo plano; -1 , universo com curvatura negativa e geometria tipo cela. A matriz da métrica de FLRW é escrita como:

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{a^2 R_0^2}{1-kr^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a^2 R_0^2 r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a^2 R_0^2 r^2 \text{sen}^2\theta \end{pmatrix}.$$

A métrica escrita em (2.9) é conhecida como métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW). Dadas as equações de campo de Einstein e a métrica FLRW, torna-se hábil encontramos as equações que descrevem a dinâmica do cosmos.

Adotando um sistema de coordenadas comóvel, que mantém inalteradas as distâncias entre dois observadores, para calcularmos a métrica, a quadrivelocidade presente na eq. (2.7) assumirá a forma $u^\mu = (1, 0, 0, 0)$, então $T_{\mu\nu}$ para um fluido perfeito na métrica FLRW será escrito como:

$$T_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \rho c^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{pa^2}{1-kr^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & pa^2 r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & pa^2 r^2 \text{sen}^2\theta \end{pmatrix}.$$

Podemos obter a quantidade escalar T utilizando a definição do tensor energia-momento em (2.7) ao contrair os índices com a métrica FLRW [59], dessa forma

$$g^{\mu\nu} T_{\mu\nu} = T^\mu_\nu = T = \rho + 3p. \quad (2.10)$$

Aplicando a conservação do tensor energia-momento no caso de um fluido não interagente, isto é, $\nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0$, resultará em

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0, \quad (2.11)$$

onde H é o parâmetro de Hubble definido por $H = \dot{a}(t)/a(t)$. A eq. (2.11) é chamada de *equação de conservação do fluido*, sendo ela fisicamente análoga à equação de continuidade. Os termos dentro do parênteses dessa equação contribuem com a variação da densidade total de energia a partir de um aumento do volume do Universo: o primeiro termo (ρ) corresponde à densidade; e o segundo (p), à pressão, que age como uma transferência de energia para o campo gravitacional. Embora a pressão realize trabalho por

conta da expansão, ela não contribui com a mesma. O princípio cosmológico não é violado quando não há gradientes de pressão. Em seguida, será mostrado que as pressões positivas apenas acrescentam às densidades de energia, aumentando as interações gravitacionais e, assim, desacelerando a expansão do Universo.

Calculando para as componentes de índice ii os termos presentes nas equações de campo de Einstein definida em (2.1), isto é, as componentes do tensor de Ricci, tensor de curvatura escalar e o tensor energia-momento, observando as componentes diferentes de zero, temos (usando a métrica de FLRW e supondo fluido perfeito):

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \left(\rho + \frac{3p}{c^2} \right), \quad (2.12)$$

e é chamada de *equação da aceleração do Universo* ou *2ª Equação de Friedmann* independente do fator de curvatura. Fazendo para as componentes de índice 00, temos a *1ª Equação de Friedmann*

$$\left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{kc^2}{a^2}, \quad (2.13)$$

note que o lado esquerdo dessa equação é a definição do quadrado do parâmetro de Hubble H e, dessa forma, a sua solução descreve a evolução temporal do Universo, a partir da densidade total de energia ρ de todos os componentes do Universo. A equação (2.12) é conhecida como *2ª Equação de Friedmann*. Mesmo com a ausência da constante cosmológica Λ nestas equações, por esse modelo podemos ter um universo em expansão, como mostra a eq. (2.13). No entanto, para que essa expansão seja acelerada, como observado hoje, a introdução de Λ faz-se necessária, a menos de uma componente de matéria que apresente pressão negativa.

Consideremos neste momento a unidade natural para a velocidade da luz, isto é, $c = 1$, nas equações e $k = 0$ (como indicam as observações). Os termos entre parênteses da eq. (2.12) determinam uma expansão acelerada quando $\rho + 3p < 0$. Investigando qual componente do universo pode respeitar essa relação a partir da equação de estado dos fluidos [60], temos que

$$p_i = w_i \rho_i, \quad (2.14)$$

onde o índice i representa cada uma das componentes energéticas do Universo e w_i é o parâmetro de estado de cada componente, que possui valor constante e especifica a natureza do fluido cósmico [61]. Portanto, a expansão será acelerada sempre que $w_i < -\frac{1}{3}$. Dessa forma, substituindo a equação (2.14) em (2.11) para cada componente i , supondo

que w_i é constante, obtemos uma equação que mostra a independência de evolução da densidade de cada um desses fluidos, logo

$$\rho_i(t) = \rho_{0,i} \left(\frac{a(t)}{a_0} \right)^{-3(1+w_i)}, \quad (2.15)$$

em que $\rho_{0,i}$ é a densidade crítica atual para cada componente energético do universo.

Escrevendo o parâmetro de densidade Ω para cada componente, temos

$$\Omega_i \equiv \frac{8\pi G}{3H^2} \rho_i, \quad (2.16)$$

onde G é a constante gravitacional universal.

Vamos escrever a seguir cada parâmetro de densidade das componentes do Universo assim como as equações de estado individuais, pois cada contribuição se comporta como um fluido perfeito.

Radiação

Da equação (2.14), o parâmetro de estado w_r da radiação é dado por [60]:

$$w_r = \frac{1}{3}. \quad (2.17)$$

Substituindo a eq. (2.17) em (2.11) e integrando, obtemos a evolução temporal da densidade de energia da radiação ρ_r com respeito ao fator de escala, assim:

$$\dot{\rho}_r + 4H\rho_r = 0 \rightarrow \rho_r = \frac{3H_0^2}{8\pi G} \Omega_{r0} a^{-4}. \quad (2.18)$$

O índice 0 representa o valor atual, isto é, quando o fator de escala é $a = 1$, da componente estudada. Da equação acima podemos inferir, visto que no passado o Universo possuía um volume bem inferior, sendo $\rho_r \propto a^{-4}$, que o mesmo era dominado pela radiação.

Matéria

Dado que a pressão tanto para matéria bariônica como para a matéria escura é nula $p_m = 0$, o parâmetro de estado desta componente é nulo, $w_m = 0$. Assim, a equação de estado (2.11) dessa componente e a densidade de energia assumem a forma:

$$\dot{\rho}_m + 3H\rho_m = 0 \rightarrow \rho_m = \frac{3H_0^2}{8\pi G} \Omega_{m0} a^{-3}. \quad (2.19)$$

Energia Escura

O parâmetro de estado para a energia escura, supondo que a mesma se comporte como uma constante cosmológica, é dado por $w_e = -1$, pois $p = -\rho$, logo sua densidade de energia é dada por:

$$\rho_e = \frac{\Lambda}{8\pi G} = \frac{3H_0^2}{8\pi G}\Omega_0. \quad (2.20)$$

Sendo assim, para o caso de um Universo preenchido somente por energia escura, a equação de continuidade do fluido e a densidade de energia assumem a forma:

$$\dot{\rho}_e = 0 \rightarrow \rho_e = \text{const.} \quad (2.21)$$

Substituindo as equações da densidade de energia em função do fator de escala nas equações de Friedmann para um universo plano ($k = 0$) e resolvendo em relação a $a(t)$ [3], temos que

$$a^2 H^2 \propto t^{-1}; \quad (2.22)$$

$$a^2 H^2 \propto t^{-2/3}, \quad (2.23)$$

para a radiação e matéria, respectivamente. Isso indica como a densidade de energia de cada componente energética do universo se evolui com o fator de escala.

Podemos escrever uma densidade de energia a partir da eq. (2.11) chamada de *densidade crítica*, ρ_c , que corresponde à densidade necessária para termos um Universo com geometria plana ($k = 0$). Dessa forma, temos:

$$\rho_c(t) = \frac{3H^2}{8\pi G}. \quad (2.24)$$

Com os valores atuais da constante de Hubble H_0 , estima-se que a densidade crítica hoje seja da ordem de $\rho_c(t_0) = 10^{-26} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ [62]. Este parâmetro serve como escala para a densidade do i -ésimo componente do Universo, a fim de que se compare seu valor com ρ_c , o que leva à definição do parâmetro de densidade Ω :

$$\Omega_i = \frac{\rho_i}{\rho_c}. \quad (2.25)$$

Na equação acima podemos ressaltar que Ω_i é uma função do tempo, ainda que a densidade de energia ρ_i assuma valores constantes, como é o caso de ρ_e na (2.21), pois

de acordo com a (2.24), ρ_c é dependente do tempo. Reescrevendo a equação de Friedmann com ρ_i de uma componente energética do universo, e isolando-a a partir da eq. (2.25), isto é, $\rho_i = \rho_c \Omega_i$, segue que:

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho_c \Omega_{tot} - \frac{k}{a^2}, \quad (2.26)$$

onde fizemos $\Omega_{tot} = \sum_i \rho_i / \rho_c$ para representar todos os parâmetros de densidade do conteúdo do Universo, k vem da 1ª Equação de Friedmann, e lembrando que $H = \dot{a}/a$. Substituindo a definição de ρ_c dada em (2.24), na equação acima, temos que:

$$\Omega_{tot} = 1 + \frac{k}{a^2 H^2}. \quad (2.27)$$

Da equação acima, vemos uma relação importante entre o parâmetro de densidade Ω_{tot} e a curvatura k que, como já mencionado, descreve a geometria do Universo (Figura (2.2), para valores atuais de Ω_{tot}).

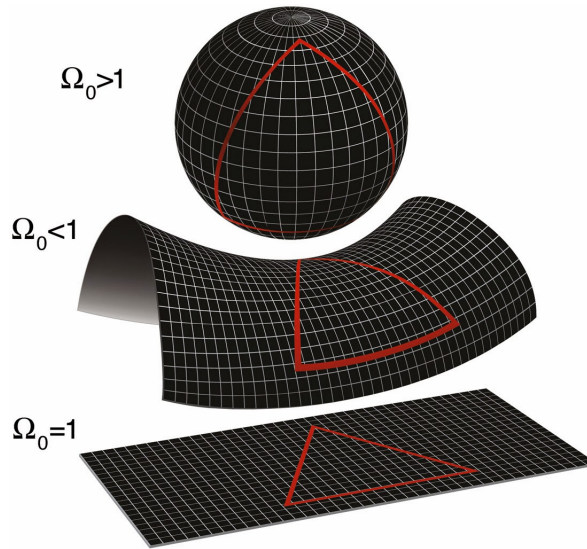


Figura 2.2: Geometria do Universo através da análise do parâmetro de densidade Ω_0 hoje. Para $\Omega_0 > 1$, $\Omega_0 < 1$ e $\Omega_0 = 1$, temos um Universo com geometria esférica (fechado), hiperbólica (aberto) e plana, respectivamente. Figura retirada de [2].

Adicionando a constante cosmológica nas equações de campo de Einstein empregando a métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker, as mesmas figuram como a base do Modelo Cosmológico Padrão. A forma mais geral para as equações de Einstein com a presença de Λ é [24]

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}. \quad (2.28)$$

Assim, as equações de Friedmann com a inclusão da constante cosmológica assumem a forma

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) + \frac{\Lambda}{3}, \quad (2.29)$$

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{kc^2}{a^2} + \frac{\Lambda c^2}{3}. \quad (2.30)$$

Podemos ver que com a inclusão da constante cosmológica é possível ter uma aceleração positiva para o Universo na presença de matéria com pressão e energias positivas, como é o caso da matéria que conhecemos. A partir da equação (2.27), para $k = 0$ (Universo com geometria plana), temos que $\Omega_{tot} = 1$. Nesse contexto, a soma de todos os parâmetros de densidade dos componentes do Universo, deve ser igual a 1, portanto:

$$\Omega_{tot} = \Omega_r + \Omega_m + \Omega_\Lambda = 1. \quad (2.31)$$

Consideramos que a constante de curvatura do universo era igual a zero para encontramos as soluções para a equação de Friedmann, conforme o modelo padrão. Entretanto, podemos também reescrevê-las de uma forma independente de modelo (desde que não haja troca de energia entre as componentes). Assim, consideramos agora a contribuição do parâmetro de densidade de curvatura Ω_k para o parâmetro total, logo

$$\Omega_{tot} = \Omega_r + \Omega_m + \Omega_\Lambda + \Omega_k = 1. \quad (2.32)$$

2.3 O *Redshift* cosmológico

O primeiro resultado observacional de comprovação de que o universo estava se expandindo foi realizado no ano de 1929, por Edwin Hubble [27]. Em seu trabalho, Hubble percebe que ao analisar a luz das galáxias distantes, estas sofrem um desvio para o vermelho, isto é, tem seu comprimento de onda alargado. Foi utilizado por Hubble a técnica de espectroscopia em suas observações, haja vista que a fonte emissora, neste caso as galáxias, emite um espectro de radiação bem definido. Com essas considerações, ao se comparar diversas galáxias em diferentes distâncias, torna-se possível estimar o comprimento de onda original λ_e (o subscrito e refere-se à palavra *emitido*, que é exatamente o comprimento de onda original) dessa onda eletromagnética. O *redshift* é definido como:

$$z = \frac{\lambda_o - \lambda_e}{\lambda_e}, \quad (2.33)$$

onde λ_o é o comprimento de onda observado. Podemos ver que o *redshift* é escrito matematicamente com as mesmas características da expressão do Efeito Doppler.

Uma importante relação entre o *redshift* z e o fator de escala a pode ser calculada. Tal relação nos fornece informações de como se dá o afastamento das estruturas do universo com o passar do tempo. Com efeito, consideraremos $\lambda_e = \lambda_1$ e $\lambda_o = \lambda_2$. Para isso, vamos considerar uma luz que parte de um ponto 1 ($r = r_1 = 0$) de uma galáxia, no tempo t_1 , que é notada por outro observador 2 (situado na Terra, por exemplo, em $r = r_2$), em t_2 . O intervalo espaço-temporal é nulo tornando a geodésica nula, isto é,

$$ds^2 = 0. \quad (2.34)$$

Assim, aplicando a equação acima no elemento de linha da métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (2.9) e tomando $R_0^2 = 1$, temos que

$$0 = -dt^2 + a^2(t) \frac{dr^2}{1 - kr^2}, \quad (2.35)$$

usando coordenadas esféricas da métrica definida em (2.9).

Supondo que o raio de luz que parte de uma galáxia fixa em r_1 em um instante t_1 seja observado em t_2 , então podemos escrever

$$\int_{t_1}^{t_2} \frac{dt}{a(t)} = f(r_1), \quad (2.36)$$

onde

$$f(r_1) = \int_0^{r_2} \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}}. \quad (2.37)$$

Supondo que um outro raio de luz que parte da mesma galáxia em um instante $t_1 + \Delta t_1$ e observado em $t_2 + \Delta t_2$, no mesmo ponto r_2 , então podemos escrever

$$\int_{t_1 + \Delta t_1}^{t_2 + \Delta t_2} \frac{1}{a(t)} dt = f(r_1), \quad (2.38)$$

que subtraindo de (2.36)

$$\int_{t_1 + \Delta t_1}^{t_2 + \Delta t_2} \frac{1}{a(t)} dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{dt}{a(t)}. \quad (2.39)$$

A distância entre os observadores (distância comóvel r_2) é mantida fixa, logo o termo da direita da integral em (2.39) (que pode ser escrita como em (2.37)) zera por não sofrer variação. No entanto, os intervalos de tempo físico são diferentes para os pontos de emissão e detecção, e iguais a [63]

$$\Delta t_1 = a(t_1) \Delta \eta, \quad (2.40)$$

$$\Delta t_2 = a(t_2)\Delta\eta, \quad (2.41)$$

em que $\Delta\eta$ é a chamada duração conforme de um sinal entre os pontos.

Se Δt é o período da onda de luz, a luz é emitida com um comprimento de onda dado por $\lambda_1 = \Delta t_1$, que é observado com o seguinte comprimento de onda $\lambda_2 = \Delta t_2$. Dessa forma, dividindo a equação (2.41) pela (2.40)

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{a(t_2)}{a(t_1)}. \quad (2.42)$$

Reescrevendo a integral (2.39), após uma manipulação matemática, a mesma resulta em

$$\Delta \int_{t_1}^{t_2} \frac{dt}{a(t)} = \frac{\Delta t_2}{a(t_2)} - \frac{\Delta t_1}{a(t_1)} = 0. \quad (2.43)$$

Encontramos a relação entre o *redshift* e o fator de escala ao combinar as eqs. (2.33) e (2.42)

$$1 + z = \frac{a(t_2)}{a(t_1)}, \quad (2.44)$$

ou ainda $a = (1 + z)^{-1}$, para $a(t_2) = 1$.

Edwin Hubble ao observar o afastamento das galáxias em relação a nós, relacionou de forma linear, como representa a Fig. (2.3), a velocidade \mathbf{v} desse afastamento em função da sua distância \mathbf{r} . Tal relação ficou conhecida como lei de Hubble-Lemaître, matematicamente expressa por:

$$\mathbf{v} = H_0 \mathbf{r}, \quad (2.45)$$

onde H_0 é a chamada *constante de Hubble*. De acordo com as observações do satélite Planck 2018 [6] seu valor é próximo de $68 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$. O regime de expansão do Universo nos leva a pensar que houve uma época em que seu volume tendeu a zero tornando os escalares de curvatura e a densidade de energia infinitamente grandes, dando a ideia da singularidade do *Big Bang*.

Fazendo a derivada temporal da distância comóvel para um par de galáxias dada pela equação $\mathbf{r}(\mathbf{t}) = a(t)\mathbf{x}$ e associando com a lei de Hubble (2.45), encontramos o *parâmetro de Hubble* já definido anteriormente:

$$H(t) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}. \quad (2.46)$$

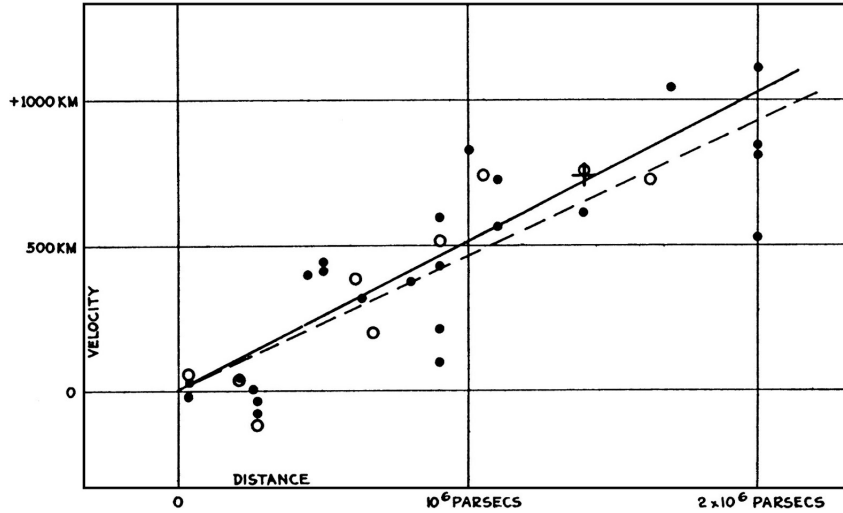


Figura 2.3: Relação entre velocidade *versus* distância obtida por Hubble em 1929. Figura retirada da fonte [3].

No presente, o parâmetro de Hubble é chamado de constante de Hubble: $H(0) = H_0$, haja vista que definimos o fator de escala $a(0) \equiv 1$, assim a equação acima se reduz a $H_0 = \dot{a}(0)$. Dessa forma, H_0 mede a taxa de expansão do universo hoje.

Podemos ainda obter a expressão para o parâmetro de Hubble H em função do *redshift*. Assim, reescrevendo a equação de Friedmann¹ dada em (2.13) utilizando a relação² (2.44) com o fator de escala no tempo presente igual a $a(t_2) = a_0 = 1$ e a definição do parâmetro de densidade, então [63]

$$H^2(z) + k(1+z)^2 = \Omega_0 H_0^2 \frac{\rho(z)}{\rho_0}, \quad (2.47)$$

fazendo $z = 0$, a equação acima se reduz a

$$k = (\Omega_0 - 1)H_0^2. \quad (2.48)$$

A equação acima permite encontrar diferentes geometrias de universo para os valores da constante de curvatura. Por exemplo, para um universo espacialmente curvado, tem-se que $k \neq 0$, enquanto que para um universo plano, $k = 0$. Colocando essas relações na equação (2.47) e após uma manipulação, temos que

$$H(z) = H_0 \left((1 - \Omega_0)(1+z)^2 + \Omega_0 \frac{\rho(z)}{\rho_0} \right)^{1/2}, \quad (2.49)$$

¹Adotando unidade natural para a velocidade da luz ($c = 1$).

²Escrevendo $a(t_1) = a$.

que é a equação para o parâmetro de Hubble em função do *redshift*, onde, a partir da equação (2.32), temos que $1 - \Omega_0 = \Omega_k$, para Ω_0 sendo a mistura atual dos outros componentes energéticos do universo. Podemos continuar a manipular a expressão da Equação de Friedmann utilizando agora a evolução de ρ para uma mistura que contém constante cosmológica, matéria não relativística (bariônica e escura) e relativística em função dos parâmetros de densidade atuais de cada uma dessas componentes energéticas. Obtendo a seguinte expressão para ρ

$$\rho = \frac{3H_0^2}{8\pi G} [\Omega_{\Lambda 0} + \Omega_{m0}z^3 + \Omega_{r0}z^4]. \quad (2.50)$$

Assim, o parâmetro de Hubble pode ser escrito partindo da equação (2.30), utilizando a eq. (2.50), o que nos dá

$$H^2 = H_0^2 [\Omega_{\Lambda 0} + \Omega_{m0}z^3 + \Omega_{r0}z^4 + \Omega_k z^2], \quad (2.51)$$

que é a equação que descreve a dinâmica do universo para o modelo Λ CDM.

2.4 O Modelo Padrão e seus parâmetros

Todas as equações apresentadas acima figuram dentro do que chamamos de Modelo Cosmológico Padrão (MCP) ou Λ CDM, que representa a base para o estudo em cosmologia [30]. Durante este capítulo vimos que partindo da RG construímos a métrica FLRW, adotando os princípios de isotropia e homogeneidade, obtemos informações acerca da distância entre uma fonte que emite um sinal (de luz, por exemplo) em relação à um observador que recebe esse sinal e, também, a informação sobre a curvatura do universo k e sua evolução através do fator de escala a [64]. Evidências mostram que com a evolução cósmica, a temperatura foi diminuindo. Dessa forma, retrocedendo no tempo, no momento da singularidade prevista pelo modelo padrão (*Big Bang*), tínhamos alta temperatura e densidade. Pelo MCP, a história térmica do universo pode ser definida, onde o mesmo passou por diferentes estágios de domínio de energia. De forma sucinta, quando a temperatura era $\sim 10^{13}$ K a matéria bariônica estava sob a forma de plasma constituído de quarks e glúons, até que quando $T \sim 2 \times 10^{12}$ K ($t \sim 10^{-4}$ s do *Big Bang*), ocorreu o que é chamado de hadronização, isto é, a formação dos bárions, antibárions e mésons. Logo em seguida, houve uma aniquilação bárions-antibárion o que produziu os fótons. Com a

queda de uma ordem de grandeza, $\sim 10^{11}$ K, os nêutrons formaram os átomos de hélio ou decaíram em prótons, também formando outros elementos leves. Esta fase é chamada de nucleossíntese primordial. No momento em que os neutrinos perdem o contato com o plasma, a $T \sim 10^{10}$ K, o desacoplamento inicia-se, mas os fótons permanecem acoplados aos elétrons e pósitrons. Na recombinação, para ($T \sim 3000$ K) são formados os primeiros átomos, onde os fótons passaram a viajar livremente e o universo deixa de ser um plasma ionizado e passa a ser transparente à radiação (retornaremos à essa história térmica no Capítulo 4).

Com o avanço das observações cosmológicas, diversos parâmetros foram estimados e com precisão cada vez maior. No contexto do MCP, alguns são conhecidos como *primários*, que podemos citar: θ , que é a razão entre o horizonte do som e a distância do diâmetro angular na fase do desacoplamento; τ , a profundidade ótica; A_s , amplitude das perturbações primordiais escalares; n_s , índice espectral escalar. Estes dois últimos serão comentados no Capítulo 5. Temos também a temperatura atual T_0 , constante de Hubble H_0 , os parâmetros de densidade dos constituintes energéticos Ω_i , a equação de estado w e o número efetivo de espécies relativísticas N_{eff} . Em muitas abordagens cosmológicas os valores de w e N_{eff} são mantidos fixos e iguais a $w = -1$ e $N_{eff} = 3,046$. Pela física padrão de partículas, $\sum m_\nu = 0,6$ eV, em que m_ν é a massa dos neutrinos (destacamos-os por serem objetos de estudos nesse trabalho). Assim, na Tabela 2.1 tem-se os valores previstos pelo modelo padrão para os parâmetros cosmológicos supramencionados.

Parâmetro	Valor no Λ CDM
100θ	1.04085 ± 0.00045
τ	0.077 ± 0.018
n_s	0.9655 ± 0.0062
H_0 [km s ⁻¹ Mpc ⁻¹]	67.72 ± 0.41
Ω_m	0.315 ± 0.13
w	-1
N_{eff}	3.046

Tabela 2.1: Valores dos parâmetros cosmológicos utilizando dados do Planck 2018+BAO+Pantheon [33].

2.5 Perturbações no Modelo Padrão

Discutimos na subseção 2.2.1 o princípio cosmológico que serve como uma das bases para a descrição do modelo padrão. Nele, consideramos que, em grandes escalas (> 100 Mpc), o universo é homogêneo e isotrópico. Ainda que as medidas da Radiação Cós mica de Fundo (RCF) apontem para tal isotropia, há pequenas variações da distribuição da densidade de matéria em torno da sua média (o leitor encontrará mais detalhes da RCF no Capítulo 4, bem como o que significa essa variação).

Utilizando a RG, foi Evgenii Lifshitz [65], em 1946, que primeiro estudou as perturbações na densidade no regime linear. Podemos escrever uma métrica $g_{\mu\nu}(t)$ na base de fundo $\bar{g}_{\mu\nu}(t)$, com uma perturbação $\delta g_{\mu\nu}(x, t)$, assim

$$g_{\mu\nu}(t) = \bar{g}_{\mu\nu}(t) + \delta g_{\mu\nu}(x, t). \quad (2.52)$$

As perturbações na métrica são caracterizadas por três decomposições, que são as escalares, vetoriais e tensoriais, todas independentes no contexto do regime linear. Trataremos especificamente do caso escalar por ser a responsável pela não-homogeneidade e ainda por formar as estruturas, como os aglomerados de galáxias. Utilizando a métrica definida em (2.52) nas equações de Einstein para os termos de primeira ordem, temos

$$\delta G_{\mu\nu} = 8\pi G \delta T_{\mu\nu}. \quad (2.53)$$

Para podermos escrever quantidades que sejam invariantes de calibre definimos os seguintes potenciais de Bardeen [66]:

$$\Phi = A + \frac{1}{a}[(B + E')a]', \quad (2.54)$$

$$\Psi = \psi - \frac{a'}{a}(B - E'), \quad (2.55)$$

onde a linha representa a derivada em relação ao tempo conforme.

Assumindo um importante destaque no contexto das perturbações, o calibre longitudinal assume que $B = E = 0$. Aplicando nas equações acima, imediatamente temos que $\Psi = A$ e $\Phi = \psi$. A métrica, portanto, neste calibre assume a forma

$$ds^2 = a^2[-(1 + 2A)d(\eta)^2 + (1 - 2\psi)\delta_{ij}dx^i dx^j], \quad (2.56)$$

em que $d\eta$ é o diferencial do tempo conforme. De posse da equação (2.56), podemos substituí-la em (2.53) para obtermos as equações de movimentos. Aqui, recomendamos a leitura de [30, 67, 68] onde mostram como alcançar essas equações, já que este não é o objetivo principal desta dissertação. Voltaremos a tratar das perturbações no Capítulo 4, quando estivermos falando das anisotropias da RCF.

2.5.1 Equação de Boltzmann

Tratamos na seção anterior sobre flutuações na densidade de matéria. Considerando o comportamento estatístico dessas componentes em uma determinada região de espaço, pela física clássica, podemos descrevê-las pelo conjunto $\{\mathbf{x}_i, \mathbf{p}_i\}$, onde \mathbf{x}_i são suas posições e \mathbf{p}_i os momentos. É possível, ainda, definir uma função de distribuição que associa o número de partículas N em um espaço de fase pequeno em torno de (\mathbf{x}, \mathbf{p}) , dessa forma

$$N(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) = f(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) (\Delta x)^3 \frac{(\Delta p)^3}{(2\pi)^3}, \quad (2.57)$$

que no limite de alto número de partículas, $f(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t)$ se aproxima de uma função contínua que descreve o estado de coleção das partículas. A derivada temporal total de f nos diz que o número de partículas é conservado, assim

$$\frac{df(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t)}{dt} = 0, \quad (2.58)$$

que pode ser reescrita em termos das equações de movimento para partículas não-relativísticas e, dessa forma, a derivada total se torna uma parcial ($\frac{\partial f(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t)}{\partial t}$). Esta taxa de variação da função de distribuição nos dá a informação de que o volume do espaço de fase ocupado por uma coleção de partículas é conservado [30]. Para o caso em que a interação partícula-partícula representa uma notória importância, faz-se necessário incluir um termo de colisão que descreve a dinâmica de movimento das partículas que movem-se de um elemento do espaço de fase para outro, em uma posição \mathbf{x} . Escrevemos, portanto,

$$\frac{df(\mathbf{x}, \mathbf{p})}{dt} = C[f], \quad (2.59)$$

onde $C[f]$ é o termo de colisões.

A equação de Boltzmann é uma importante ferramenta matemática para a cosmologia por possibilitar a descrição dos fluidos constituintes do universo e utilizada

em diversas ferramentas computacionais, como o caso do CAMB, apresentado com maiores detalhes no Capítulo 6.

No Capítulo que segue, apresentamos o modelo inflacionário da cosmologia, discutindo as soluções que este traz para o modelo padrão e também os problemas intrínsecos a este cenário.

3 Universo Inflacionário

O Modelo Padrão descreve um universo dominado no início pela radiação e em seguida, pela matéria (e posteriormente pela energia escura) [30]. Alguns problemas encontrados nesse modelo, como o problema da planitude, do horizonte e dos monopolos magnéticos, podem ser solucionados com uma fase conhecida como Inflação Cosmológica, em que o universo teve um período no qual houve uma expansão nos primeiros instantes ($\sim 10^{-33}$ s). A inflação seria responsável por expandir o universo aceleradamente em um curto intervalo de tempo ($\sim 10^{-36}$ s). Também são usados como solução para os problemas do modelo padrão da cosmologia, por exemplo, alguns modelos de *Bounce* (ou ricochete em português). Alguns desses modelos são capazes inclusive de evitar a singularidade do *Big Bang*. Os principais problemas que modelos com inflação (ou suas alternativas) devem levar em consideração, serão comentados nesse capítulo.

3.1 Problema da Planitude

Vimos no capítulo anterior que o parâmetro de densidade do Universo é dado pela razão $\Omega_{tot} = \rho_{tot}/\rho_c$, em que ρ_{tot} é a densidade total do Universo e ρ_c é a densidade crítica para que tenhamos um Universo espacialmente plano. Os dados mais recentes indicam que o parâmetro de densidade total é $\Omega_{tot} = 1,000 \pm 0,005$ [29], um valor extremamente próximo de 1. Na análise do universo primordial, o valor de $\Omega_{tot} = 1$ configura um problema de ajuste fino, já que o valor $\Omega_{tot} = 1$ é um ponto de equilíbrio instável na evolução do universo pelo MCP. Dessa forma, uma ligeira variação do valor do parâmetro de densidade para mais ou para menos alteraria profundamente a dinâmica desse período. Para ilustrar este problema é importante mencionar que, 380 mil anos após a inflação, na época da recombinação, o parâmetro de densidade deve ter sido $\Omega_{tot} \approx 1 \pm 1 \times 10^{-6}$, mas para a época em que o universo estava na escala de GUT (sigla em inglês para Teoria da Grande Unificação), uma escala de tempo característica desse momento, para o qual $t \approx 10^{-33}$ s, há um resultado ainda mais extremo para o ajuste fino no parâmetro $\Omega_{tot} = 1 \pm 1 \times 10^{-40}$.

Podemos encontrar uma relação entre o fator de escala e o tempo para a inflação da mesma forma que encontramos no Capítulo 2 para a radiação e matéria (eqs. (2.22) e (2.23)). No período da inflação, o universo se expande muito rapidamente e de forma acelerada com o fator de escala obedecendo a relação $\ddot{a}(t) > 0$ e pela equação de aceleração a pressão deve ser $p < -\rho/3$. Pela equação (2.13), que possui a constante cosmológica, no contexto da inflação os dois primeiros termos são reduzidos e, após um certo período, somente o termo da constante cosmológica será relevante [3], o que resulta em

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{\Lambda}{3} \quad (3.1)$$

$$\dot{a} = \sqrt{\frac{\Lambda}{3}}a, \quad (3.2)$$

cuja solução é

$$a(t) = \exp\left(\sqrt{\frac{\Lambda}{3}}t\right). \quad (3.3)$$

Para o período da inflação, o parâmetro de densidade evolui com o tempo de acordo com a relação

$$\Omega_{tot} - 1 \propto e^{-2H_{infl}t}, \quad (3.4)$$

onde o termo H_{infl} é o parâmetro de Hubble durante esse período, definido por $H_{infl} = (\Lambda/3)^{1/2}$. Temos ainda que $H_{infl} \sim t_{GUT}^{-1} \sim 10^{36} \text{ s}^{-1}$. Com um modelo inflacionário, o valor de Ω_{tot} pode ser explicado de uma forma mais natural. Nessa perspectiva, Ω_{tot} se aproxima de 1 de acordo com a equação (3.4). Se esse período for suficiente para que, assumindo diversos valores iniciais, Ω_{tot} então poderá convergir para 1 após a inflação.

3.2 O Problema do Horizonte

A Radiação Cósmica de Fundo nos revelou que o universo é isotrópico em grandes escalas, com pequenas flutuações de temperatura da ordem de 10^{-5} . Com esta informação podemos descrever a curvatura do universo através da métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker e descrever a dinâmica de expansão através das equações de Friedmann. Essa isotropia não é explicada pelo modelo padrão. De fato, para as escalas comóveis que entram hoje no horizonte, durante a formação da RCF (cerca de 380 mil

anos após o *Big Bang*), essas estavam fora. Também, há uma uniformidade nessa radiação em todo o universo observável com regiões que estariam fora do contato causal, mas que, pela RCF detectada, estariam sim em contato causal, em equilíbrio térmico.

É nesse ponto de uniformidade que uma teoria inflacionária explica tal efeito. O parâmetro de estado na época da inflação era $w \approx -1$ e o horizonte comóvel decresce ao passar do tempo. Dessa forma, as grandes escalas que entram atualmente no universo observável estariam dentro do horizonte no período pré-inflação [69]. A grande homogeneidade e isotropia observadas hoje, no modelo com inflação, advém de regiões uniformes, inicialmente em contato causal, que teriam sido esticadas em uma escala superior ao universo observável durante o período inflacionário.

3.3 Problema dos Monopolos Magnéticos

Teorias de unificação descrevem que no espectro de possíveis partículas, devem existir partículas extremamente massivas com uma carga magnética resultante [69]. Tais teorias no contexto da cosmologia clássica preveem de forma extrapolada, a produção dessas partículas no universo, ocasionando uma densidade de monopolos que não é detectada. Já considerando inflação no momento ou depois da produção de monopolos, ainda que os monopolos estejam no espectro das tais partículas nesses períodos, os mesmos seriam bem difíceis de serem detectados, pois sua densidade seria totalmente diluída.

3.4 Alternativa à Inflação Padrão

Vimos que a inflação é de grande importância para explicar alguns dos problemas da cosmologia padrão. Não obstante a esses pontos, a inflação ainda é fundamental no processo da formação das estruturas do universo, sendo que oscilações quânticas do universo pré-inflacionário são responsáveis pelas flutuações de temperatura da RCF, que são as sementes da formação das estruturas. Para descrever essa fase de aceleração foram propostos diversos modelos em que a maioria atribui à inflação um campo escalar chamado de *inflaton*. Este campo possui potencial não nulo e uma pequena energia cinética.

As primeiras ideias sobre a inflação foram propostas em 1981 por Alan Guth

e Katsuhiko Sato, independentemente. Baseado na expansão de de-Sitter, este cenário inflacionário se deve a uma transição de fase de primeira ordem de um falso vácuo para um tido como verdadeiro. O problema desse modelo consistia na transição de fase que ocorria através da formação de bolhas de novo vácuo. Porém, após a formação, essas bolhas se expandiam rapidamente provocando choques entre elas. Esse processo tinha como consequência um universo altamente inhomogêneo, nada concordando com o que indicava as observações. Podemos chamar esse descrição inflacionária como Velha Inflação.

Já a Nova Inflação, proposta um ano depois, em 1982, por Andrei Linde e o grupo de Andreas Albrecht e Paul Steinhardt descreve o campo *inflaton* que passa por uma transição de fase de segunda ordem, e em seguida passa por um regime de *slow-roll* (rolamento lento). Este cenário também apresentava problemas de ajuste fino. Ao passar das décadas, foram inúmeros os modelos propostos para a inflação abordando diversas linhas de raciocínio. Torna-se importante, portanto, entender como é essa dinâmica ocasionada, em geral, pelo campo *inflaton*.

3.4.1 A dinâmica da inflação

O chamado campo *inflaton* tido como o responsável pela inflação no universo primordial, é descrito como um campo escalar $\phi(\vec{r}, t)$, cujo valor pode variar como uma função da posição e do tempo. A este campo podemos associar uma energia potencial dependente do campo $V(\phi)$. A densidade de energia do campo *inflaton* em uma região homogênea é [70]

$$\rho = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi), \quad (3.5)$$

com ϕ tendo unidade de energia e o potencial $V(\phi)$ possui unidade de densidade de energia. Já a pressão desse campo é definido como

$$p = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi). \quad (3.6)$$

Podemos determinar a dinâmica do *inflaton* $\dot{\phi}^2$ partindo da equação de fluido para a densidade de energia do campo *inflaton*, escrita como

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0. \quad (3.7)$$

Substituindo na equação anterior as eqs. (3.5) e (3.6), encontramos a equação

de movimento do campo, dada por [5]

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V'(\phi) = 0, \quad (3.8)$$

em que $V'(\phi) = \frac{dV}{d\phi}$, isto é, a derivada do potencial em relação ao campo escalar do *inflaton* ϕ . Por esta equação podemos ver que a dinâmica do campo ϕ esta atrelada à expansão, pois o termo $3H\dot{\phi}$ é o “atrito de Hubble” (*Hubble friction, em inglês*).

De acordo com a Fig. (3.1), o potencial atinge seu valor mínimo após ‘vencer’ um amortecimento imposta pela mesma proporcionalidade. Enquanto o potencial é dominante em relação à energia cinética ($\frac{\dot{\phi}^2}{2}$), a aceleração ocorrerá. No momento em que o potencial e a energia cinética são semelhantes, então é decretado o fim da inflação (ϕ_{end}), no qual a energia do campo é convertida para a radiação e o universo passa pela período chamado de reaquecimento, em que a energia inflacionária é convertida em partículas.

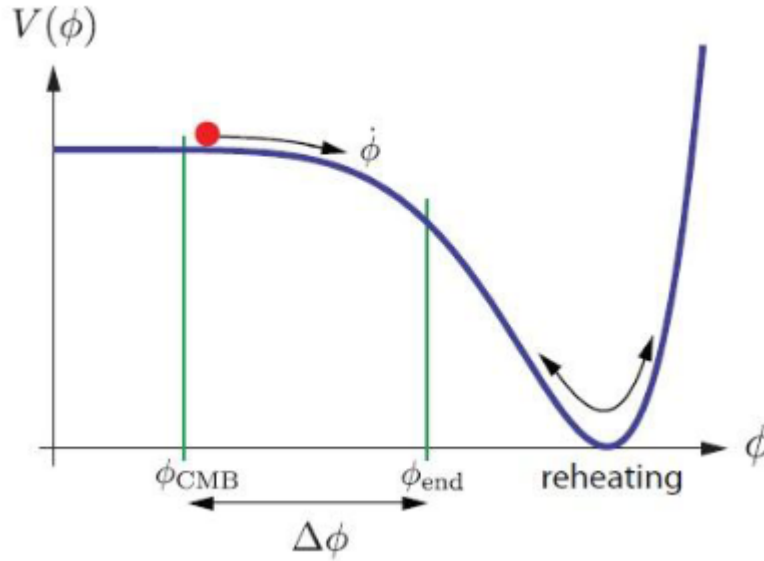


Figura 3.1: Figura ilustrativa da evolução do potencial em função do campo escalar *inflaton* ϕ . Figura retirada da fonte [4].

De posse das equações (3.5) e (3.6) e substituindo-as em (2.13) e (2.12), para $k = 0$ e $c = 1$, obtemos

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho = \frac{8\pi G}{3} \left(\frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi) \right), \quad (3.9)$$

e

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{8\pi G}{3} (\dot{\phi}^2 - V(\phi)). \quad (3.10)$$

A partir das últimas equações, é necessário que $\dot{\phi}^2 \ll V(\phi)$ e $\ddot{\phi} \ll 3H\dot{\phi}$ para que esse *inflaton* adquira uma pressão suficientemente negativa para uma geração mínima de condições da inflação. Lembrando que, de acordo com as equações de Friedmann, uma aceleração na expansão do universo é obtida sempre que p é negativo e $|p| > \rho/3$. Com essas condições, conhecidas como *slow-roll*, a equação de movimento pode ser reescrita como

$$3H\dot{\phi} \simeq -V'(\phi). \quad (3.11)$$

3.4.2 Condições de *slow-roll*

Nas condições de *slow-roll*, o potencial do campo deve ser plano. Para o período da inflação o potencial $V \approx cte$, o que torna também o parâmetro $H \approx cte$ e, conseqüentemente, $\dot{H} \approx 0$. Alguns parâmetros podem ser definidos para o *slow-roll*. Como a escala de energia da inflação é escrita em termos do potencial $V(\phi)$, tais parâmetros também podem ser escritos em função desse potencial e de suas derivadas, dessa forma [71]

$$\epsilon \equiv \frac{m_p^2}{16\pi} \left(\frac{V'}{V} \right)^2, \quad (3.12)$$

$$\eta \equiv \frac{m_p^2}{8\pi} \left(\frac{V''}{V} \right)^2, \quad (3.13)$$

onde $V' = \frac{dV}{d\phi}$ e $m_p = 1/G$ é a massa de Planck. Estes são os chamados *parâmetros de slow-roll*, e a condição de *slow-roll* ocorre quando $\epsilon \ll 1$ e $|\eta| \ll 1$. Assim, ocorre o fim da fase inflacionária quando $\epsilon \equiv 1$ e o potencial aproxima do seu valor mínimo [72].

O crescimento exponencial que temos considerado para resolver os problemas do Modelo Padrão citados no início deste capítulo, é suposto que tenha ocorrido em algum momento do universo primitivo durante os primeiros segundos da sua fase inicial de expansão. Supondo que esse crescimento teve um início quase instantâneo em um tempo t_i e, também instantaneamente, ocorreu o fim desse crescimento exponencial no tempo posterior t_f , o fator de escala nesse caso aumenta durante a inflação segundo a relação

$$\frac{a(t_f)}{a(t_i)} = e^N, \quad (3.14)$$

onde N é o número de e-foldings da inflação, e que é definido como [4]

$$N \equiv \ln \frac{a(t_f)}{a(t_i)} \approx \int_{t_i}^{t_f} H dt, \quad (3.15)$$

resolvendo a integral, temos

$$N \approx H(t_f - t_i). \quad (3.16)$$

Na época inflacionária o parâmetro de Hubble é aproximadamente constante e o fator de escala varia com $a(t) \propto e^{H_{infl}t}$, em que $H_{infl} = (\Lambda/3)^{1/2}$. Comparando o parâmetro de densidade dado na equação (3.4) no início e no fim da inflação

$$|\Omega(t_f) - 1| = e^{-2N}|1 - \Omega(t_i)|, \quad (3.17)$$

assim, a razão entre os termos $|\Omega(t) - 1|$, em t_f e t_i , é

$$\frac{|\Omega(t_f) - 1|}{|\Omega(t_i) - 1|} = e^{-2N}, \quad (3.18)$$

onde o tempo final da inflação é $t_f = t_i + N/H_{infl}$.

O problema da planitude é solucionado para $N \geq 60$ números de e-foldings. Este número de e-foldings é suficiente para que o problema do horizonte também seja solucionado [72] e para que o modelo inflacionário seja compatível com as observações, como veremos.

3.4.3 Alguns Modelos inflacionários

Existem diversos modelos que concordam com os dados observacionais e que são bons exemplos para explicar a inflação, entre os quais destacamos o *power-law* [73], que é caracterizado com um único potencial monomial dado por

$$V(\phi) = \frac{V_0}{2n} \left(\frac{\phi}{m_p} \right)^{2n}, \quad (3.19)$$

que pode ser quadrático, quártico ou sextico, para $n = 1, 2$ e 3 , respectivamente.

Outro modelo que destacamos é o de Starobinsky [74], que é baseado na consideração de que a RG não é entendida como 'a última descrição do universo', do mesmo modo que a Física de Newton também passou a ser questionada em determinados regimes pelos avanços científicos. Nesse sentido, e também influenciada pela ausência de uma Teoria Quântica da Gravitação consolidada, existem várias teorias gravitacionais que buscam descrever uma possível modificação na RG, que seria mais importante nos regimes de mais altas energias do universo, enquanto se reduziria a RG nos limites de mais baixas energias. Discutiremos, sucintamente, o caso de um modelo alternativo à RG chamada

de teoria $f(R)$. Este é o modelo em que uma função mais geral dependente do escalar de curvatura substitui o escalar R da ação de Einstein-Hilbert [5].

A ação gravitacional de uma teoria $f(R)$ é definida como [74]

$$S = \frac{m_p^2}{2} \int dx^4 \sqrt{-g} f(R), \quad (3.20)$$

em que $f(R)$ nesse modelo pode ser dada por exemplo, como

$$f(R) = R + \frac{R^2}{6M^2}, \quad (3.21)$$

onde R^2 é o escalar de curvatura ao quadrado e atua como uma correção importante à RG em altas energias, ao passo que R , caracteriza a RG.

Um exemplo do modelo inflacionário nesse contexto é o modelo de Starobinsky [74], que foi motivado pela Gravitação Quântica e é um modelo de gravitação modificada. O modelo de Starobinsky no *frame* de Jordan possui o termo quadrado no escalar de curvatura como na equação (3.21). Para maiores detalhes sobre os *frames* de Jordan e Einstein, consulte [75]. Já no *frame* de Einstein o mesmo pode ser escrito como um modelo baseado na relatividade padrão na presença de um campo escalar, dado por [5]

$$V(\phi) = \frac{3}{4} m_p^2 m^2 \left[1 - \exp \left(-\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\phi}{m_p} \right) \right]^2. \quad (3.22)$$

Este potencial permite o modelo satisfazer as condições de *slow-roll*, já que se pegarmos o termo $V/m_p m^2$, este é aproximadamente contante para $\phi/m_p \gg 1$. Temos o fim da inflação próximo ao mínimo do potencial, isso ocorre em $\phi/m_p = 0$. A Fig. (3.2) nos mostra como o potencial se comporta nesses regimes.

Podemos estimar os parâmetros de *slow-roll* através das relações, para $N \gg 1$,

$$\epsilon \approx \frac{3}{4N^2} \quad (3.23)$$

e

$$\eta \approx -\frac{1}{N}, \quad (3.24)$$

sendo que a inflação ocorre sempre quando ϵ e η são $\ll 1$, o número de e-foldings deve ser $N \gg 1$ e o campo escalar rola bem lentamente no potencial.

Um ponto importante na história do universo primordial são as perturbações cosmológicas, que na época inflacionária, com o aumento do fator de escala, tomaram

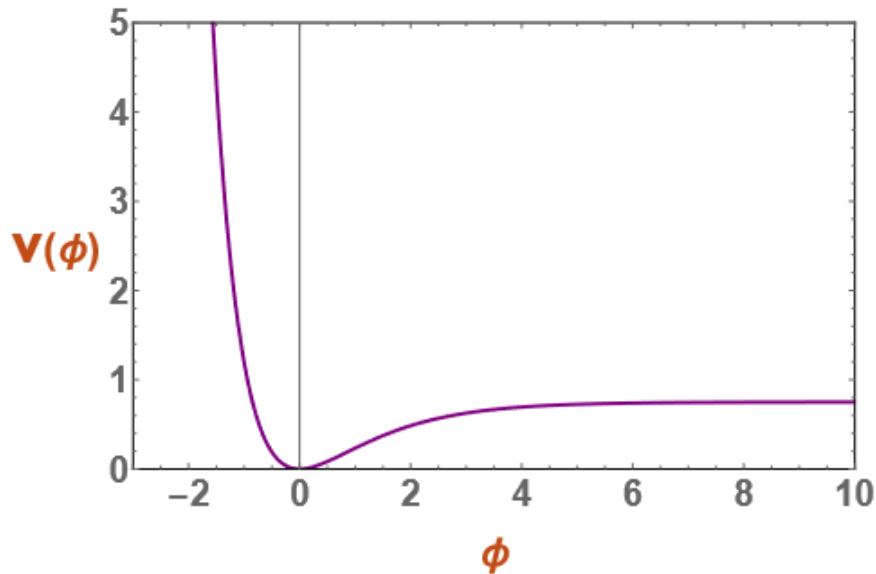


Figura 3.2: Relação entre o potencial e o campo escalar ϕ no modelo de Starobinsky no *frame* de Einstein, para $m_p = 1$ (em unidades naturais). Figura adaptada de [5].

dimensões grandes (clássicas) podendo a partir daí aglomerar gravitacionalmente e depois formarem as estruturas presentes no universo. Uma descrição completa da densidade do espectro de perturbações é algo bastante técnico e não é o foco deste trabalho. No entanto, tal conteúdo pode ser encontrado em [63], comentaremos somente a ideia básica.

Com a detecção da RCF foi possível relacionar flutuações quânticas com as anisotropias em seu espectro. Esse espectro é fundamental para entender essas perturbações advindas dos instantes iniciais do universo por criar uma conexão entre a teoria de perturbações no espaço-tempo e as observações. Uma quantidade muito importante que pode ser testada com os dados da radiação cósmica de fundo é chamada de espectro de potência $\mathcal{P}(k)$, onde k é uma escala de frequência angular com dimensão igual ao inverso de comprimento. Usualmente o espectro é calculado no momento em que o modo k sai do horizonte no período da inflação. Na sua forma adimensional, o espectro de potência de campo qualquer ϕ pode ser escrito como

$$\Delta^2 \phi = \frac{k^3 \mathcal{P}_\phi(k)}{2\pi^2} \quad (3.25)$$

Existem dois importantes tipos de espectro de potências dessas perturbações, os tensoriais e escalares, que matematicamente são dadas por

$$\Delta_t^2 \equiv A_t \left(\frac{k}{k_*} \right)^{n_t(k)} \quad (3.26)$$

e

$$\Delta_s^2 \equiv A_s \left(\frac{k}{k_*} \right)^{n_s(k)-1}, \quad (3.27)$$

onde n_t é o índice espectral para o espectro tensorial e n_s é o índice espectral escalar. O termo k_* é a escala *pivot* que está associada à escala da sensibilidade de detecção do experimento.

Faz-se necessário citar outro parâmetro de grande relevância dentro do aspecto observacional e que será importante para o seguimento desse trabalho, que é a razão tensor-escalar r . Como o próprio nome sugere, essa grandeza é uma relação entre as perturbações tensoriais e as perturbações escalares, medindo portanto razão entre a amplitude delas, isto é, fazendo $r = A_t/A_s$.

A relação de consistência é uma importante relação para os modelos teóricos, pois limita certas escolhas de valores para o índice espectral n_t e deve ser satisfeita para contextos de inflação padrão. Matematicamente, é dada por $r = -8n_t$. Em [71] podem ser encontrados maiores detalhes dessa relação.

Ainda no caso específico da inflação padrão, os parâmetros do espectro r e n_s podem ser relacionados ao número de e-folds de inflação e podemos vincular alguns parâmetros cosmológicos com as observações (e que serão discutidos mais a frente neste trabalho), a partir de

$$n_s = 1 - \frac{2}{N}, \quad (3.28)$$

$$r = \frac{12}{N^2}, \quad (3.29)$$

e para $N = 60$, temos que $n_s = 0.966$ e $r = 0.0033$, que condiz com os dados observacionais, o que pode ser visto na Fig. (3.3), onde R^2 *inflation* é o modelo de Starobinsky. Comparados a outros modelos, o R^2 *inflation*, é o que melhor consegue aproximar resultados experimentais de diferentes fontes com as previsões teóricas.

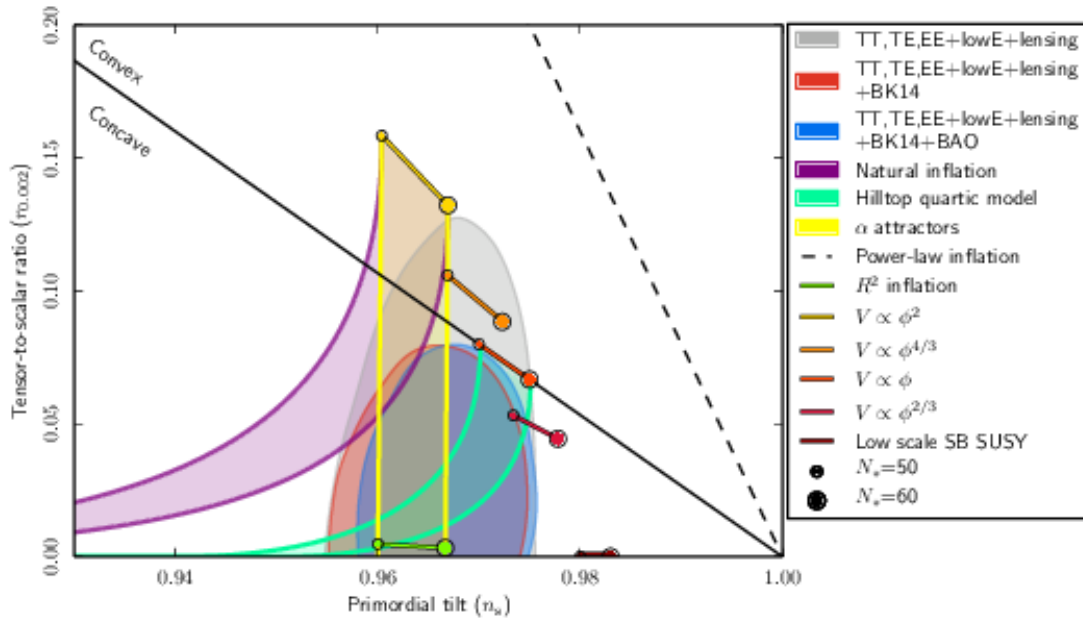


Figura 3.3: Regiões de confiança (68% e 95%) para os parâmetros n_s e r na escala pivot $k = 0.002 \text{ Mpc}^{-1}$ a partir de dados do Planck comparados com as previsões teóricas de modelos inflacionários. Figura retirada da fonte [6].

A inflação assume um importante papel para a formação das estruturas do universo, pois as perturbações primordiais geradas no período inflacionário estão presentes na RCF e foram responsáveis pela distribuição de matéria que observamos hoje. Essas perturbações foram geradas inicialmente como flutuações quânticas de vácuo e, com a inflação, tais perturbações passaram do nível quântico para o nível clássico e a partir daí puderam crescer gravitacionalmente.

O horizonte de Hubble (H^{-1}) determina a forma como as perturbações evoluem. Se o comprimento de onda de uma perturbação é menor que o horizonte de Hubble, então haverá uma evolução da perturbação pela atração gravitacional somada ao efeito da pressão da radiação. Durante a inflação, se esse horizonte é aproximadamente constante, ao passo que as perturbações são amplificadas com o fator de escala e as mesmas, que evoluíam inicialmente dentro do horizonte, passam a crescer com um tamanho superior ao horizonte de Hubble. Dessa forma, perturbações com comprimento de onda maior serão as primeiras a sair do horizonte de Hubble (após saírem, não sofrem mais evolução até o momento de reentrada no horizonte; a não ser o aumento com o fator de escala) e em seguida aquelas cujo comprimento de onda são menores saem do horizonte.

O raio de Hubble comóvel volta a crescer somente quando o período inflacionário encerrar, o que permite a reentrada e evolução dos modos no horizonte. Agora, os que possuem comprimento de onda menor serão os primeiros a reentrar no horizonte, seguidos dos que têm maiores comprimentos de onda.

Apesar de todo o sucesso, inclusive a compatibilidade com os dados observacionais, a inflação ainda sofre de problemas de naturalidade, ajuste fino e, mais importante, ela não é capaz de resolver a singularidade do *Big Bang*. Tentando abordar esse problema alguns cenários alternativos à inflação foram propostos, como veremos a seguir.

3.5 Modelos alternativos para a inflação

Como dito no último parágrafo da seção anterior, o problema da singularidade é um dos desafios da inflação padrão, ainda que diversas classes dentro do cenário inflacionário estejam com alta concordância com a previsão do espectro da RCF, explicando a origem da inomogeneidade do Universo primordial e a formação das estruturas de grande escala. Esse problema foi ignorado por muitos anos pelos cosmólogos, até voltar a figurar em discussões mais recentemente, haja vista que somente a inflação não resolve o problema da relatividade geral estendida, bem como o seu limite de aplicabilidade na singularidade do *big bang* [76].

Algumas tentativas de elaborar cenários alternativos para a inflação propõem o uso de uma cosmologia conhecida como *bounce*, ou ricochete em português. Ainda que este não seja um cenário muito discutido na comunidade acadêmica, discutiremos este modelo pois atualmente é considerado como uma alternativa ao cenário da inflação padrão. Neste, uma fase de contração inicial começa até um determinado estado de energia máxima e curvatura máxima (ambas finitas) e se conecta com a expansão atual através de um *bounce* [77].

Sabe-se que certos modelos de universo primitivo com *bounce* conseguem resolver satisfatoriamente os problemas resolvidos pela inflação clássica, como a planitude, horizonte e etc. De certa forma, isso dá liberdade para que esses cenários do universo primordial continuem a ser utilizados além de, também, em certos casos, possuir boa compatibilidade com os dados observacionais.

Um exemplo de um modelo com *bounce* é o *Loop Quantum Cosmology* (LQC) [78]. O LQC parte de uma proposta de uma modificação da Relatividade Geral que consiste no modelo de gravitação quântica chamado de *Loop Quantum Gravity* (LQG). Em LQG as modificações, os novos efeitos, emergem a partir de uma proposta de quantização do espaço-tempo visando uma Teoria Quântica da Gravidade. É exatamente a partir desse modelo de gravitação quântica, considerando as simetrias usualmente adotadas na cosmologia, que foi construído o cenário cosmológico do LQC. Este modelo não apresenta uma singularidade inicial, a qual é substituída por um *bounce* não-singular, isto é, uma transição entre a fase de contração e expansão no universo primordial. As singularidades presentes na RG são resolvidas por efeitos da geometria quântica que diluem os invariantes de curvatura que crescem na escala de Planck, para a matéria que satisfaz as condições normais de energia.

Dado que modelos com *bounce* conseguem evitar uma singularidade, uma probabilidade *a priori* para uma fase de inflação com *slow-roll* suficientemente longa pode então ser obtida. Naturalmente, diferentes abordagens em LQC são encontradas e atualmente diversos trabalhos mostram consistentemente que no contexto do LQC com *bounce* dominado por energia cinética, uma fase inflacionária se estabelece, quase inevitavelmente [76].

Não obstante da cosmologia padrão, a maioria dos trabalhos em LQC é tratado com a constante de curvatura $k = 0$, assim a equação de Friedmann dada no Cap. 2 modificada para esse contexto é escrita como

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho \left(1 - \frac{\rho}{\rho_c} \right), \quad (3.30)$$

em que ρ_c é a densidade crítica do universo. A expressão acima apesar de ser a equação modificada de Friedmann, ela retorna à sua forma original e, por consequência, à dinâmica da RG, para $\rho \ll \rho_c$. Por outro lado, quando $\rho = \rho_c$, ou quando a densidade é muito próxima da densidade crítica, é possível ver as consequências dos efeitos quânticos geométricos subjacentes e, por se tratar de um modelo de *bounce*, uma singularidade inicial não acontece, mas uma fase de contração seguida de uma expansão [79]. Assim, o parâmetro de Hubble tende a zero, $H^2 \rightarrow 0$, isto é, a densidade de energia do universo é máxima e equação acima recai na equação de Friedmann usual, o que implica que obtemos a cosmologia padrão.

Apresentamos na seção anterior a relação de consistência ($r = -8n_t$) que será discutida com mais detalhes no Capítulo 5. No caso dos modelos com *bounce*, que não possuem relação de consistência como possui a inflação padrão (e onde $n_t < 0$), muitos desses modelos são capazes de prever um valor para r pequeno e um *blue-tilt* ($n_t > 0$, conseqüentemente significa dizer que $r < 0$), esse aspecto é uma das importantes motivações da inclusão de modelos de *bounce* nessa pesquisa. Embora modelos de LQC em geral não predizem um *blue-tilt*, há diversos outros modelos de *bounce* que possuem essa previsão no espectro das ondas gravitacionais na escala da RCF [70]. Entre esses modelos, temos, por exemplo, o *string gas* [80], cenário ekpirótico [81], Brandenberger não-comutativo [82].

No Capítulo seguinte, abordaremos algumas das principais fontes de observação do universo que nos permite a obtenção dos dados, principalmente daqueles que utilizaremos em nosso trabalho.

4 Observáveis Cosmológicos

Neste capítulo abordaremos alguns observáveis cosmológicos fundamentais para o estudo da área e sua relevância para o teste de modelos de universo. Serão tratadas a radiação cósmica de fundo, supernovas e oscilações acústicas bariônicas.

4.1 Radiação Cósmica de Fundo

Como discutido no Capítulo 2, a lei de Hubble descreve que o Universo está expandindo o que nos sugere que, no passado cósmico, seu tamanho deve ter sido menor. Ao passo que o Universo se expande, há um resfriamento e em seus primórdios a temperatura (3000 K) e densidade eram bastante elevadas.

Essa radiação primordial que foi liberada durante a recombinação, aproximadamente 380 mil anos após o Big Bang, permeia pelo céu até os dias de hoje e é intitulada de *Radiação Cósmica de Fundo*, que vem sofrendo *redshift*. Atualmente, é encontrada na faixa de microondas. Por isso é comumente chamada de *radiação cósmica de fundo de microondas*. Foi prevista teoricamente na década de 40 pelos cientistas George Gamow, Ralph Alpher e Robert Herman. Coube aos cientistas Arno Allan Penzias e Robert Woodrow Wilson, em 1965, a descoberta de tal radiação [83] de forma acidental, quando faziam medições do sinal da Galáxia. As observações de Penzias e Wilson acusaram um ruído de fundo, que vinha de todas as direções e que não parecia ser de origem conhecida.

Após diversos testes e teorias levantadas para explicar a natureza da radiação, concluíram que essa radiação deveria ser de origem cósmica (do período da recombinação e é a primeira radiação do universo, sendo, portanto, a nossa primeira *imagem* que temos dele), como prevista anteriormente por Gamow, rendendo para Penzias e Wilson o Nobel de Física do ano de 1978. Surpreendentemente, a radiação descoberta possuía um espectro semelhante ao de um corpo negro.

Segundo os dados do satélite *Cosmic Background Explorer* (COBE) na década de 90, a temperatura da RCF é de $T_{RCF} \sim 2.735$ K (Figura (4.1)). Os resultados dos

dados da RCF validam o princípio cosmológico.

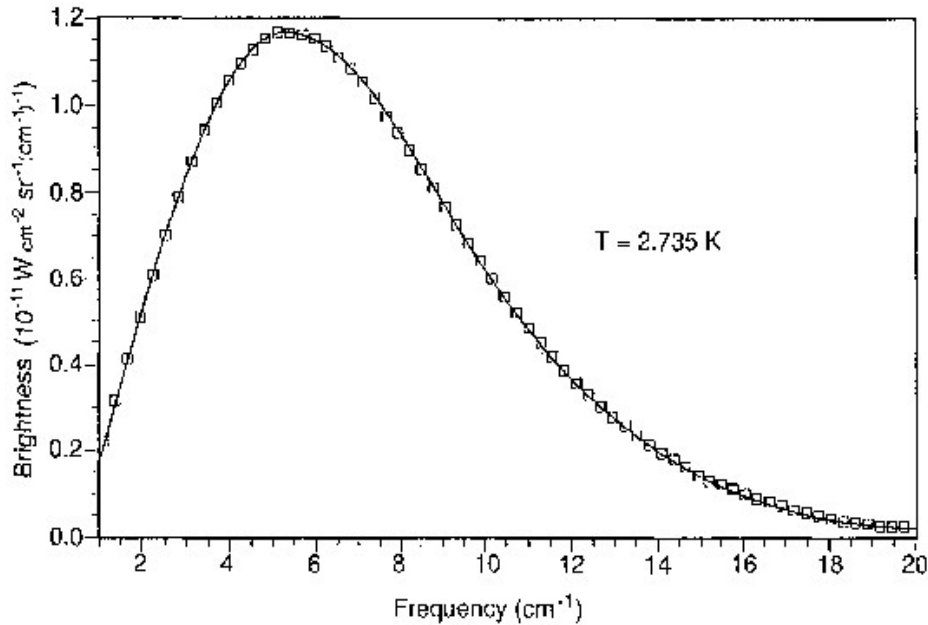


Figura 4.1: Espectro da radiação cósmica de fundo. Figura retirada da fonte [7]

Iniciado pela COBE, o mapeamento da radiação cósmica de fundo é obtido por sondas de alta precisão e são disponibilizadas informações mais precisas do Universo primordial. Após a COBE, foi a *Wilkinson Microwave Anisotropy Probe* (WMAP) que realizou medidas da RCF por 9 anos e, mais recentemente, é a sonda *Planck* que mapeou as flutuações de temperatura dessa radiação, obtendo um mapa térmico do Universo primordial, conforme visto na Figura (4.2).

Podemos perceber que as flutuações térmicas são bastante pequenas, da ordem de $-300\mu\text{K}$ a $300\mu\text{K}$. Já a temperatura média era extremamente quente, com um valor de aproximadamente 2.7 K. A diferença de cores presente no mapa indica flutuações na temperatura, principalmente pelas cores mais vermelho escuros. Uma flutuação de temperatura mais alta que a média, está associada às regiões de mais alta densidade que a média no universo antigo. São as chamadas anisotropias, e foram fundamentais para que as grandes estruturas fossem formadas posteriormente, através da aglomeração gravitacional a partir destas “sementes”. Na RCF é possível descrever dois tipos dessas anisotropias¹: as intrínsecas e a dipolar. Esta última se deve ao movimento que a Terra realiza em relação à RCF, é da ordem de $\Delta T/T \approx 10^{-3}$. As anisotropias intrínsecas, por

¹Além das secundárias, introduzidas após o último espalhamento

sua vez, advêm exatamente das flutuações de temperatura desse período, responsáveis pela formação das estruturas do universo observadas hoje. A ordem das flutuações dessas anisotropias é $\Delta T/T \approx 10^{-5}$.

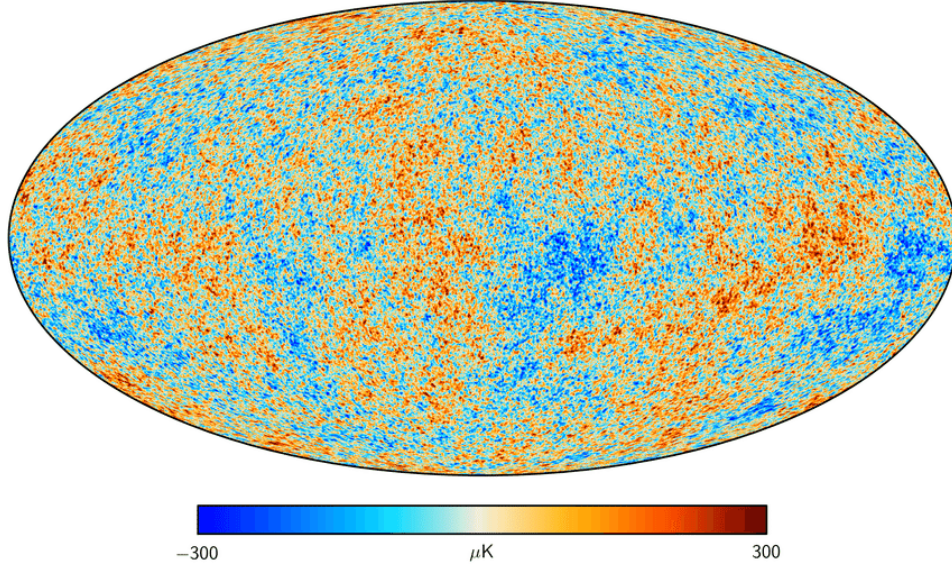


Figura 4.2: Mapeamento da RCF feito pela sonda Planck corroborando com o princípio cosmológico. Figura retirada da fonte [8]

Matematicamente, essas anisotropias presentes no mapa da temperatura da RCF podem ser estudadas através de uma decomposição das flutuações em harmônicos esféricos. Dessa forma,

$$\frac{\Delta T}{T} = \sum a_{l,m} Y_{l,m}(\theta, \phi), \quad (4.1)$$

em que $a_{l,m}$ são os coeficientes da expansão, os termos θ e ϕ são os parâmetros angulares esféricos. Podemos escrever os coeficientes $a_{l,m}$ como

$$a_{l,m} = |a_{l,m}| \exp^{i\phi_{l,m}}, \quad (4.2)$$

isto é, o produto de seu módulo por uma fase ϕ complexa. Em distribuições gaussianas a média das fases têm seu valor igual a zero e as informações encontradas no espectro de potências são caracterizadas pela grandeza C_l , chamado de espectro de potência angular, definida como

$$C_l = \langle |a_{l,m}|^2 \rangle. \quad (4.3)$$

O espectro de potência da radiação cósmica de fundo é geralmente plotado

pela quantidade D_l versus l , onde l são os multipolos e $D_l = l(l+1)C_l/2\pi$, como mostra a Fig. (4.3), resultado obtido a partir das observações do Planck.

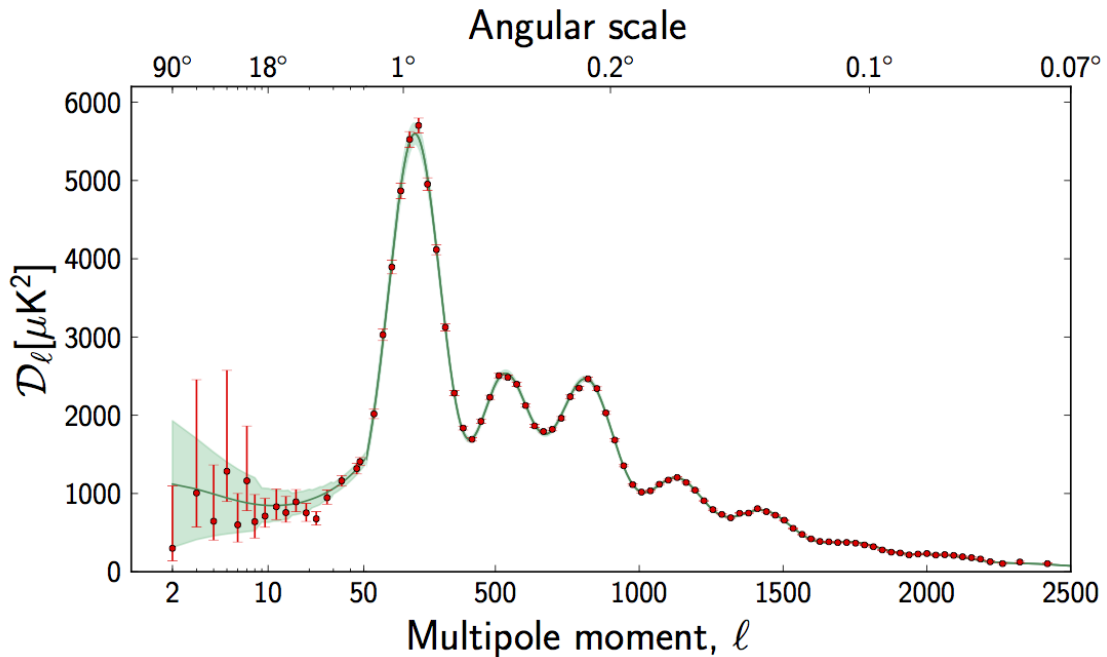


Figura 4.3: O espectro de potências da RCF. Figura retirada da fonte [9].

Na imagem, os pontos vermelhos são os dados observacionais e a linha verde é o resultado que melhor ajusta para o modelo padrão (Λ CDM). Por esse resultado, é possível restringir com uma notória precisão diversos parâmetros cosmológicos.

Desde a descoberta da RCF em 1965, uma série de desdobramentos ocorreram na descrição da história da evolução do Universo. Muito se deve pelos instrumentos de observação estarem cada vez mais apurados e em razão do aperfeiçoamento na análise dos dados oriundos dos experimentos pelos cosmólogos. Dado que a radiação notada por Penzias e Wilson advém de um período muito remoto do cosmos e a constatação da anisotropia dessa radiação favorece o primeiro indício do processo de formação das estruturas do Universo, os cosmólogos construíram modelos, que descrevem com detalhes impressionantes, a história do Universo desde o ponto inicial que originou a sua expansão.

4.2 Supernovas do Tipo Ia

Conhecidas como velas-padroneáveis, as Supernovas do Tipo Ia (SNIa) são estrelas que possuem um brilho extremamente intenso e característico delas mesmas e fi-

guras como uma das importantes fontes de informações observacionais para a cosmologia. As supernovas têm sua origem quando uma estrela, em sua fase final de vida, explode. O que causa a explosão dessas estrelas e quais as condições de tal fim, é bem compreendido através da classificação realizada pelos astrônomos Rudolph Minkowski e Swiss Fritz Zwicky em Tipo I e Tipo II, que se baseia na forma do espectro de seus componentes. Para a cosmologia, as supernovas Tipo I, e da subclassificação Ia, são as mais utilizadas.

Resultante de uma explosão de um sistema binário de anãs brancas, esses objetos, por apresentarem certa uniformidade em seu brilho intrínseco, são chaves para o estudo da dinâmica de expansão do universo atualmente. Através da magnitude aparente m e magnitude absoluta M das SNeIa podemos encontrar uma relação que nos fornece a distância entre estes objetos no universo em relação a nós em função do *redshifts*, que é o módulo de distância μ , dado por [84]

$$\mu = m - M = 5 \log_{10} d_H + 5 \log_{10} D_L(z) + 25, \quad (4.4)$$

em que z é o *redshift*, D_L pode ser entendida como uma distância de luminosidade adimensional. Assim, podemos obter informações do módulo de distância para determinados valores de z e conseqüentemente da taxa de expansão do universo. As supernovas contam com diversos experimentos de observação, como o HST+Phanteon [85] (com observação no *redshift* $z = 0,01$ a $2,26$), J-PAS [86] (onde $0.1 < z < 1.2$), SDSS [87] (que observa no *redshift* entre $0.6 < z < 2.1$), por exemplo. O valor da constante de Hubble medido a partir de observações de SNeIa diverge do valor inferido a partir de análises de dados da RCF.

4.3 Oscilações Acústicas Bariônicas

Quando o universo ainda era bastante quente e possuía uma densidade significativa de radiação além de matéria, o plasma que compunha o fluido de matéria/energia no universo sofria oscilações em virtude da dinâmica da pressão gerada pela radiação nas regiões de mais alta densidade, combinada com a atração gravitacional advindas das flutuações de densidade superior à média. Essa competição entre a pressão e a gravidade resultou na chamada Oscilações Acústicas Bariônicas (BAO, sigla em inglês), que correspondem a uma onda mecânica e se propaga como uma onda sonora. À medida que

o universo se expande sua temperatura vem diminuindo e átomos neutros conseguem se formar. Os elétrons se combinam com os prótons formando então átomos de Hidrogênio, deixando o universo eletricamente neutro (época da recombinação).

Quando a fase do desacoplamento acontece, os bárions ficam livres da pressão exercida pelos fótons e caem no potencial gravitacional oriundo das perturbações da matéria escura. Esta por não interagir com os fótons, não possuem a pressão responsável pelas oscilações que ocorriam com a matéria bariônica, e passam a evoluir independentemente. Dessa forma, como não há mais a disputa entre pressão e gravidade, as ondas sonoras são findadas e sua escala no momento do desacoplamento é congelada (Fig. (4.4)). Essa escala pode ser medida com os instrumentos atuais e possuem uma notória aplicação em testes de modelos cosmológicos. Hoje observamos uma maior concentração de matéria à escala correspondente ao horizonte sonoro na época do desacoplamento.

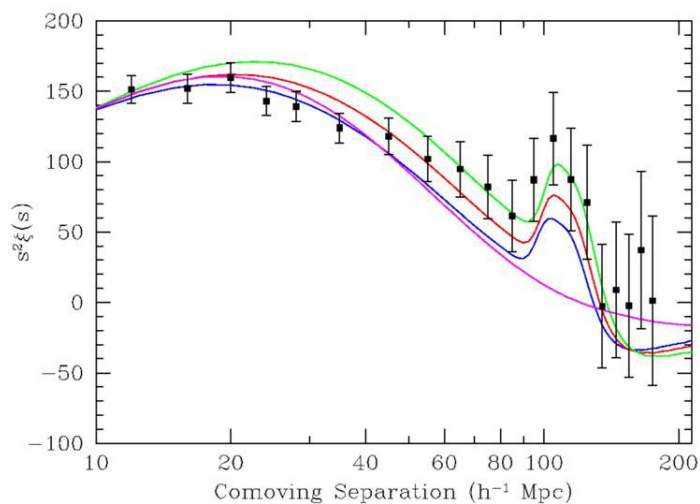


Figura 4.4: Primeira detecção estatisticamente significativa do sinal das BAO. Figura retirada da SDSS-III Collaboration [10].

Dada a relevância dessas observações pelo estudo e vínculo dos modelos cosmológicos, no capítulo seguinte apresentamos outra fonte de informações que atualmente figura como uma nova janela observacional para a cosmologia, as ondas gravitacionais.

5 Ondas Gravitacionais Primordiais

Neste capítulo são comentados alguns trabalhos recentes que buscaram verificar possíveis sinais de ondas gravitacionais geradas no universo primordial em diferentes cenários cosmológicos e sua relação com o valor da constante de Hubble.

5.1 Introdução

O interesse pela investigação por ondas gravitacionais (GW, sigla em inglês para *Gravitational Waves*) dentro do cenário cosmológico vem se destacando entre os cientistas como uma fonte de conhecimento da história cósmica. Tal interesse ganhou ainda mais notoriedade após a primeira detecção de ondas gravitacionais em 2015, pelo experimento LIGO [88].

Ao contrário das ondas gravitacionais pontuais [89, 90] detectadas pelo LIGO, as ondas gravitacionais estocásticas (SGWB, sigla em inglês) podem ser encontradas em uma vasta gama de frequências (dependendo do modelo considerado) e em todas as direções do céu, se tornando uma janela de observação caso sua detecção formal seja estabelecida. As GWs produzidas nos primórdios do universo através de flutuações quânticas do campo gravitacional e posteriormente ampliadas pela inflação (ou possíveis mecanismos alternativos à esta), possivelmente podem ser uma importante fonte das SGWB. Até o momento, a detecção das SGWB inflacionárias pode ser buscada através da polarização da radiação cósmica de fundo, experimentos com pulsares (considerando que esses objetos se comportam como relógios extremamente estáveis), entre outras observações.

Acredita-se que esse tipo de ondas gravitacionais possam guardar relíquias de informações da física de altas-energias do universo antigo e mantém a memória das características da época em que foram produzidas em seu espectro. Surge aí, portanto, um especial interesse por ondas gravitacionais pelos cosmólogos, haja vista que suas propriedades podem ser uma ferramenta extremamente útil na tentativa de solucionar alguns dos problemas de fronteira da Cosmologia.

Diversos trabalhos que tratam das ondas gravitacionais primordiais podem ser encontrados na literatura e como a maioria deles são recentes e os resultados são bastante dinâmicos, faz-se necessário criar uma linha histórica de alguns desses trabalhos (especialmente dos que motivaram a presente pesquisa).

Como um primeiro exemplo, discutiremos através o *Primordial gravitational waves and the H_0 tension problem* [11] um caso particular em que a presença de ondas gravitacionais em cenários alternativos à inflação pode influenciar no problema da tensão no valor da constante de Hubble (H_0).

5.2 As ondas gravitacionais primordiais e H_0

Considerando o vínculo da Radiação Cós mica de Fundo e das observações locais por meio das Supernovas Tipo Ia, através do Telescópio Espacial Hubble (HST), os valores inferidos à época do trabalho para H_0 são dados por $H_0 = 66.93 \pm 0.62 \text{ kms}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ [91] e $H_0 = 73.52 \pm 1.62 \text{ kms}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ [92], respectivamente. Vemos a discrepância entre os valores observacionais em mais de 3.4σ e não há ainda uma boa resposta que possa esclarecer essa tensão, o que fez surgir algumas especulações de possíveis causas. Uma linha de pesquisa surgiu da consideração de que variando o número de espécies relativísticas (N_{eff}) poderia ser possível aliviar a tensão em H_0 , porque considerando altas contribuições de N_{eff} no universo primordial, diminui o *redshift* da equivalência (z_{eq}) e conseqüentemente também o valor do horizonte sonoro na época da recombinação, o que leva a um alto valor da taxa de expansão atual, isto é, o próprio H_0 [93].

Ainda que dados mais recentes do Planck apontem um valor de *best fit* menor para N_{eff} , existe uma região de confiança por esses mesmos dados que permite valores maiores e diferente daquele adotado no modelo padrão ($N_{eff} = 3.046$, onde o número 3 deve-se às 3 famílias de nêutrons), o qual pode ser aumentado até 0.4 [93]. Neste ponto, as ondas gravitacionais primordiais, sendo espécies relativísticas, podem contribuir para o valor de N_{eff} e por conseqüência podem contribuir para aliviar o problema da tensão no valor de H_0 . Podemos escrever então N_{eff} como $N_{eff} = 3.046 + N_{eff}^{GW}$, onde N_{eff}^{GW} é a contribuição para N_{eff} vindo das GWs.

A equação do espectro de potência que trata das perturbações primordiais ten-

soriais é descrita através dos parâmetros da razão tensorial-escalar r (dado por $r = A_t/A_s$), a amplitude das perturbações (A no *pivot* $k = k_* = 0.05 \text{ Mpc}^{-1}$) e o índice espectral n_T , escrita como:

$$P_t(k) = r A_s(k_*) \left(\frac{k}{k_*} \right)^{n_t}. \quad (5.1)$$

Lembrando que no contexto da inflação padrão, a relação de consistência dada por $r = -8n_t$, implica que n_t possui um valor estritamente negativo e pequeno nesses modelos. No entanto, esta relação não precisa ser satisfeita em cenários alternativos à inflação padrão, os quais podem apresentar valores positivos para n_t .

O espectro de potência $P_t(\eta, k)$ em um dado tempo conforme η é relacionado à sua contrapartida primordial $P_t^{prim}(k)$ como segue:

$$P_t(\eta, k) = \mathbf{T}_t^2(\eta, k) P_t^{prim}(k), \quad (5.2)$$

onde $\mathcal{T}(\eta, k)$ é a função de transferência, que trata a evolução temporal do tensor de perturbações atravessando várias épocas da história da expansão do Universo em termos do tempo conforme.

A expressão da densidade de energia das ondas gravitacionais pode ser escrita após um processo de integração usando a derivada no tempo conforme da função de transferência, assim

$$\rho_{GW} = \int_0^{k_{UV}} d \log k \frac{P_t(k)}{32\pi G a^2} [\mathcal{T}(k, \eta)]^2, \quad (5.3)$$

em que k_{UV} é um valor de corte da faixa do ultravioleta. Dessa forma, integrando a equação acima usando a derivada do tempo conforme da função transferência padrão durante a era da radiação, a densidade assume a forma

$$\rho_{GW} = \frac{A_s r}{32\pi G} \left(\frac{k_{UV}}{k_*} \right)^{n_t} \frac{1}{2n_t (a\eta)^2} \quad (5.4)$$

$$\rho_{GW} = \frac{A_s r}{24n_t} \left(\frac{k_{UV}}{k_*} \right)^{n_t} \rho_{tot}, \quad (5.5)$$

em que os autores adotam dois valores distintos para k_{UV} ¹, e na eq. (5.5) foi considerado que nessa época $1/(a\eta)^2 = H^2 = 8\pi G \rho_{tot}/3$. Sendo a densidade de energia total dada pela soma das densidade de todos os contribuintes relativísticos desse período, fótons,

¹Primeiro foi considerado o valor $k_{UV} = 10^{22}$, de acordo com [82], e o segundo valor $k_{UV} = 10^{54}$, como descrito em [93]

neutrinos e GW, isto é, $\rho_{tot} = \rho_\gamma + \rho_\nu + \rho_{GW}$, então podemos escrever a densidade total em função de N_{eff} como [11]

$$\rho_{tot} = \rho_\gamma \left(1 + \frac{7}{8} \left(\frac{4}{11} \right)^{4/3} N_{eff} \right), \quad (5.6)$$

fazendo a substituição da equação (5.6) na equação (5.5), segue que [11]:

$$\rho_{GW} = \frac{A_s r}{24n_t} \left(\frac{k_{UV}}{k_*} \right)^{n_t} \left(1 + \frac{7}{8} \left(\frac{4}{11} \right)^{4/3} N_{eff} \right) \rho_\gamma \quad (5.7)$$

$$\rho_{GW} = \frac{7}{8} \left(\frac{4}{11} \right)^{4/3} (N_{eff} - 3.046) \rho_\gamma. \quad (5.8)$$

Negligenciando a contribuição das ondas gravitacionais para ρ_{tot} na equação (5.5), obtemos usando a eq. (5.6) e após certa álgebra, uma importante relação para N_{eff} e que será bastante útil na pesquisa que desenvolveremos [11]:

$$N_{eff} \approx 3.046 + \left[3.046 + \frac{8}{7} \left(\frac{11}{4} \right)^{4/3} \right] \frac{A_s r}{24n_t} \left(\frac{k_{UV}}{k_*} \right)^{n_t}. \quad (5.9)$$

Na análise mostrada abaixo, n_t foi deixado como parâmetro livre para ser vinculado com os dados observacionais, a Fig. (5.1) ilustra os resultados encontrados.

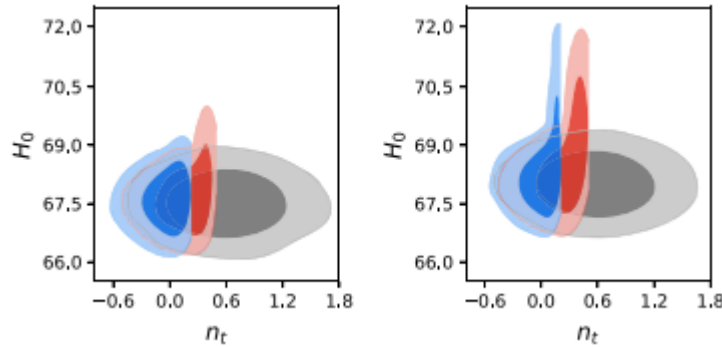


Figura 5.1: Regiões de confiança (68% e 98%) para o plano $n_t - H_0$ de um modelo que usa $k_{UV} = 10^{22}$ (azul), modelo que usa $k_{UV} = 10^{54}$ (vermelho) e Λ CDM (cinza). À esquerda, resultados com a base de dados (resultados para a CMB do Planck) e à direita, com a adição de dados do HST. Figura retirada da fonte [11].

A suposição para $r = 10^{-3}$ e $A_s = 2.2 \times 10^{-9}$ graficamente acima mostra que N_{eff} aumenta mais rapidamente com k_{UV} , para o maior valor de n_t . Os autores constataram que contribuições extras das GWs primordiais para N_{eff} podem aliviar a

tensão em H_0 . Cenários alternativos à inflação padrão, com o índice espectral tensorial positivo $n_t > 0$ (conhecido como *blue tilted*), permitem um valor maior de n_t (com um valor $k_{UV} = 10^{54}$, em vermelho, que o modelo que usa $k_{UV} = 10^{22}$, em azul) que o presente no modelo Λ CDM com inflação padrão (em cinza), também aceita valores maiores para n_t). O gráfico mostra em cinza um modelo de inflação sem relação de consistência, ou seja, n_t livre. O alívio na tensão de H_0 em um universo primordial descrito por certos cenários não-inflacionários, pode ser encontrado pelas contribuições extras de N_{eff}^{GW} .

Outros experimentos com dados disponibilizados mais recentemente vêm abrindo novas possibilidades para o estudo das ondas gravitacionais estocásticas como alguns trabalhos tratados a seguir.

5.2.1 Ondas Gravitacionais Estocásticas

Uma outra abordagem recente da utilização das SGWBs, vem da possível detecção dessas ondas através de observações com *pulsar timing arrays*, que tenham sido oriundas de flutuações quânticas do universo antigo. Tais pulsares foram escolhidos por serem sensíveis a ondas gravitacionais com frequências na escala de amplitude do nano Hertz (nHz), bem como se comportarem como relógios extremamente estáveis.

Recentemente, foram divulgadas evidências de possíveis detecções de SGWBs através do North American Nanohertz Observatory for Gravitational Waves (NANOGrav), que tem coletado dados dos pulsares desde 2004 [94]. Se confirmada a presença dessas ondas, tal detecção é compatível com um sinal de ondas gravitacionais com amplitude de sinal $A \sim 10^{-15}$ na frequência $f \sim 3 \times 10^{-8}$ Hz. A origem cosmológica do sinal do NANOGrav é motivo de especulações entre cientistas, que analisam a possibilidade para diversas causas dos sinais detectados, uma delas poderia ser uma SGWB de origem inflacionária.

Outras possíveis fontes de origem desses sinais são ondas gravitacionais oriundas de cordas cósmicas, por transições de fases ou associados à formação de buracos negros primordiais [95]. Dessa forma, as ondas gravitacionais que teriam partido do período inflacionário (IGW) poderiam representar uma interessante fonte de resposta para os sinais do NANOGrav. Mas para justificar resultados com frequência em faixas de $\sim 10^{-8}$ Hz sem contradizer com dados de outras observações, é necessário um espectro tensorial *blue-tilt*

em torno das frequências medidas pela RCF, o que implica em um cenário inflacionário não-padrão. O interferômetro LIGO-Virgo fornece atualmente fortes restrições na amplitude das SGWB nas altas frequências, o que torna não trivial determinar se IGWs podem explicar os recentes sinais do NANOGrav sem o conflitar com imposições da BBN (*Big Bang Nucleosynthesis*) e LIGO, fato que motiva diversas pesquisas que buscam responder essas questões como as que serão apresentadas.

5.3 NANOGrav e a inflação

As novas informações dadas pelo experimento NANOGrav podem ser usadas para vincular modelos de inflação primordial [95]. Obter sinais de detecção de GW em experimentos implica em investigar o parâmetro de densidade Ω_{GW} , calculado como a relação entre a densidade de energia das GW hoje e a densidade crítica, escrito como:

$$\Omega_{GW} = \frac{1}{12H_0^2} \int dk \frac{P_t(k)\dot{T}(\eta_0, k)}{k}, \quad (5.10)$$

onde $P_t(k)$ é um espectro primordial η_0 denota o tempo conforme hoje e a derivada \dot{T} é a derivada temporal da função transferência.

Em um regime onde os números de onda dos modos correspondentes são muito maiores que o número de onda na igualdade matéria-radiação ($k \gg k_{eq} \approx 0.073\Omega_m h^2 \text{ Mpc}^{-1}$), com Ω_m e h sendo o parâmetro de densidade da matéria e a constante de Hubble reduzida ($h = H_0/100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$), a densidade de energia das GW hoje pode ser escrita como:

$$\Omega_{GM} \approx \frac{15}{16} \frac{\Omega_m^2 r A_s}{H_0^2 \eta_0^4 k_{eq}^2} \left(\frac{k}{k_*} \right)^{n_T}, \quad (5.11)$$

que pode ser escrita em termos de frequência $\Omega_{GW}(f)$ através da relação $k = 2\pi f$.

Os resultados advindos do NANOGrav podem também ser descritos em termos do espectro de potência característico das GW, da forma de uma lei de potência do tipo:

$$h_c(f) = A_{CP} \left(\frac{f}{f_{yr}} \right)^{\alpha_{CP}}, \quad (5.12)$$

em que f_{yr} é a frequência de referência, α_{CP} é definido como $\alpha_{CP} = (3 - \gamma_{CP}/2)$, que pode ser relacionada a Eq. (5.11) da seguinte forma:

$$\Omega_{GW}(f) = \frac{2\pi^2}{3H_0^2} f^2 h_c^2(f). \quad (5.13)$$

O intervalo obtido no trabalho em questão foi $[0.7, 1.3]$ para n_T , e $[10^{-6}, 0.07]$ para r [95]. Se o cenário fosse padrão e fosse atribuído a relação de consistência, o sinal detectado pelo NANOGrav em hipótese alguma poderia justificar isso. O sinal detectado pode ser descrito por ondas gravitacionais vindas do período inflacionário, além de um reaquecimento com temperatura $T_{rh} \leq 100$ GeV. No entanto, medições atuais da radiação cósmica de fundo parecem permitir os vínculos em n_t e r .

Algumas restrições de contorno são consideradas a partir de observações, como o do LIGO: a não-detecção das ondas gravitacionais primordiais nos dá um limite superior para a amplitude das ondas gravitacionais estocásticas, em frequências no intervalo $f \approx [41.5 - 169.25]$ Hz. Já por *pulsar timing array* através dos dados do NANOGrav, a frequência testada é $[f = 5.72 \times 10^{-9}]$ Hz.

Sabe-se também que ondas gravitacionais contribuem para a densidade de energia de espécies relativísticas do Universo, se comportando como uma radiação extra e contribuindo para o número de efetivo espécies relativísticas N_{eff} . Esta é mais uma quantidade muito importante para se obter vínculos aos parâmetros de modelos de SGWB usando os dados disponíveis. Fato importante é que em [95] não foram considerados vínculos aos parâmetros das SGWB fornecidos pelo LIGO e VIRGO, experimentos comentados anteriormente. A inserção desses dados será objeto de interesse desse trabalho.

5.4 Espectro tensorial com lei de potência simples

Aqui consideraremos um cenário de reaquecimento convencional, porém não instantâneo, e supomos que o sinal do NANOGrav vem de ondas gravitacionais primordiais em modelos de *blue tilt*. Em [12], é mostrado que devido ao reaquecimento não instantâneo após a inflação, o espectro sofre uma quebra na lei de potência, reduzindo a amplitude do sinal tensorial em altas frequências. Na Fig. (5.2), o comportamento do Ω_{GW} é descrito em função da frequência. As curvas são obtidas por $r = 0,006$ e $n_t = 0,85$ e diferentes valores de T_R . O limite sobre Ω_{GW} pela BBN é indicado, como também o vínculo LIGO-VIRGO [12]. A mudança no comportamento do espectro em altas frequências devido ao reaquecimento não instantâneo, ocorre exatamente pelo reaquecimento ser não

instantâneo e responsável para que o espectro mude de forma (uma vez que a equação de estado do universo muda na fase do reaquecimento). O parâmetro de densidade previsto nestes casos é ilustrado na Fig. (5.2) para diferentes frequências.

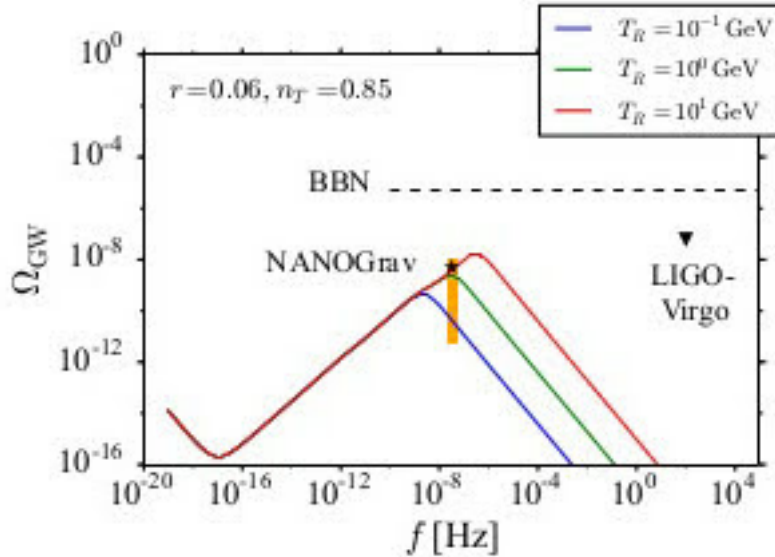


Figura 5.2: Exemplo do espectro das IGWs para os cenários com o reaquecimento padrão, porém não instantâneo. A amplitude das SGWB indicada a partir dos recentes resultados do NANOGrav (região laranja), os atuais limites superiores da BBN (linha pontilhada preta) e o do LIGO-VIRGO (triângulo preto) também são mostrados. Figura retirada da fonte [12].

Os autores das referências mencionadas consideraram também algumas suposições: o limite inferior da integral (5.3) no número de ondas da densidade das SGWBs ser escrito igual ao número de onda do modo de entrada no horizonte na época da BBN ($f = 10^{-10}$), e o superior como a maior frequência das GWs determinada pelo parâmetro de Hubble no fim da inflação ($f_2 = \frac{a_{end} H_{end}}{2\pi}$). As IGWs ainda podem contribuir para sinais do NANOGrav sem conflitar com as imposições do BBN e LIGO-VIRGO, conforme mostra a Fig. (5.3).

O mecanismo de geração das GWs não necessariamente prediz um espectro *blue-tilt* sobre todas as frequências e assim o índice espectral das GW primordiais pode mudar em determinadas frequências, dependendo dos diferentes modelos para o período inicial do universo. Nesse sentido, o trabalho [96] abordou vínculos em n_t levando em

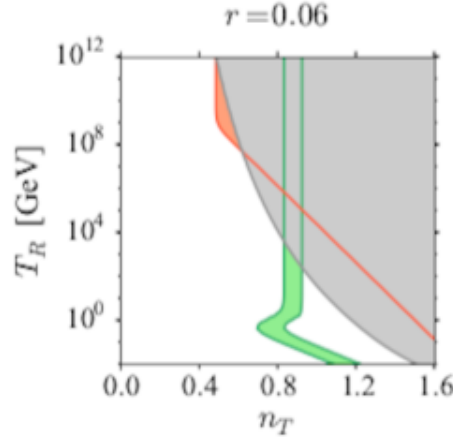


Figura 5.3: Parâmetro de espaço consistente com os resultados do NANOGrav (região verde) é mostrado no plano $n_T - T_R$ para o cenário de reaquecimento padrão, porém não instantâneo. As regiões vermelhas e cinzas são excluídas pelos vínculos atuais a partir do LIGO-VIRGO e BBN, respectivamente. Figura retirada da fonte [12].

conta a supressão do espectro em altas frequências devido à fase de reaquecimento não instantâneo. Em seguida, levou em conta uma mudança no espectro descrita por uma parametrização geral que não pressupõe um modelo específico.

Para um caso mais geral, isto é, que permite englobar também cenários alternativos à inflação, o espectro da densidade de energia das ondas gravitacionais em função de k ($\Omega_{GW}(k)$) assume a forma geral, descrita abaixo:

$$\Omega_{GW}(k) = \frac{1}{12} \left(\frac{k}{aH} \right)^2 T_T^2(k) A_T(k_{ref}) \left(\frac{k}{k_{ref}} \right)^{n_T} \quad (k < k_\alpha), \quad (5.14)$$

$$\Omega_{GW}(k) = \frac{1}{12} \left(\frac{k}{aH} \right)^2 T_T^2(k) A_T(k_{ref}) \left(\frac{k_\alpha}{k_{ref}} \right)^{n_T} \left(\frac{k}{k_\alpha} \right)^\alpha \quad (k > k_\alpha), \quad (5.15)$$

onde k_α é a frequência característica onde ocorre a mudança na forma do espectro e α é a nova potência para frequências maiores que a característica. Os valores específicos para α e k_α dependem do modelo considerado.

Como esta forma geral de se parametrizar o espectro permite descrever diferentes modelos do universo primitivo, iremos no trabalho em que propomos nesta dissertação, considerar esta forma para o espectro da densidade de energia das SGWBs em função de

k. Embora iremos desenvolver tal análise para um cenário geral, tal espectro poderia descrever, por exemplo, certos modelos de *bounce* alternativos à inflação, e também cenários onde ocorram mudanças na equação de estado da componente principal do universo primordial [63].

5.5 Dupla Lei de Potência

Até o momento, não há nenhuma confirmação de detecção das ondas gravitacionais primordiais por experimentos com a RCF (chamados de modos-B), bem como nenhuma detecção das ondas gravitacionais primordiais estocásticas pelo LIGO, somente um sinal pelo NANOGrav (ainda a ser confirmado). Dessa forma, se esse sinal for realmente de ondas primordiais, algumas considerações devem ser feitas, especialmente em relação ao espectro. Assim, a intensidade desse espectro deve ser muito baixa nas baixas frequências, de forma que não tenha sido detectado por experimentos de fundo (com observações do universo antigo, por exemplo, observação em torno da RCF) e um sinal alto na frequência dos pulsares (10^{-8}) e, por último, um mais baixo em frequências muito altas para que não tenha sido detectado pelo LIGO. Essas condições podem ser ilustradas através da Fig. (5.4) abaixo.

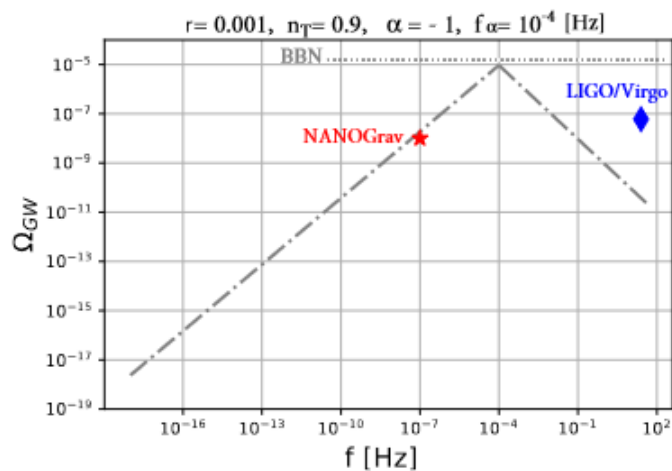


Figura 5.4: Espectro aproximado de condições para possíveis detecções de ondas gravitacionais primordiais estocásticas, pelo experimento do NANOGrav (vermelho) e LIGO-VIRGO (azul). Figura retirada da fonte [13].

Na figura, o gráfico corresponde ao parâmetro de densidade da onda gravitacional, neste caso, do NANOGrav e do LIGO. Em modelos de universo primordial, normalmente o espectro de potência associado a ele assume uma lei de potência com a frequência [13]. Assim, o espectro cresce com tal frequência ou oposto, decresce. Sendo chamado de lei de potência. No entanto, somente essa lei de potência não consegue justificar os sinais captados pelo NANOGrav e a não detecção pelo LIGO (e pela RCF). E uma segunda lei de potência poderia resolver o problema. No trabalho [13], o intervalo atribuído ao parâmetro n_t ainda fica de acordo ao valor permitido para o número de espécies relativísticas N_{eff} , menor que 0,11, pois com a quebra do espectro, a contribuição não eleva esse valor.

A adoção de uma segunda lei de potência acontece no momento em que o espectro tem uma quebra de crescimento em uma frequência característica f_α , que deve estar entre as frequências de detecção do NANOGrav e LIGO. A escolha dos valores dos parâmetros α , n_t e r torna-se importante para que haja controle de como a curva se comportará de forma que respeite os dados observacionais. Por exemplo, o módulo de α faz o espectro decrescer mais rapidamente para altos valores (Eq. (5.15)).

Através de um conjunto de dados observacionais², considerando que o sinal detectado pelo NANOGrav é oriundo de ondas gravitacionais primordiais, é possível dizer que com duas leis de potências e índice tensorial espectral no intervalo de $n_t = 0,8$ a $1,3^3$, é capaz de justificar uma possível detecção de sinal. Na Fig. (5.5), podemos ver tais modelos e sua frequência mínima de sensibilidade, em a análise foi estendida para as perspectivas de testes desse tipo de cenário com os experimentos futuros.

Ainda a partir da figura, é notório que a maioria dos experimentos tem sua sensibilidade próxima à quebra de frequência, isto é, na frequência característica. Assim, modelos que abordam duas leis de potências com uma quebra do espectro, tornam-se uma grande alternativa para a descrição do universo primitivo. No capítulo que segue, será comentado o método computacional que utilizamos para que a análise de estudo a qual propomos, com base nos trabalhos detalhados acima, possa ser realizada.

²Radiação cósmica de fundo, oscilações acústicas bariônicas, supernovas.

³Os autores ainda utilizaram restrições sobre r e sobre a frequência característica, além de um limite mínimo para o módulo de α .

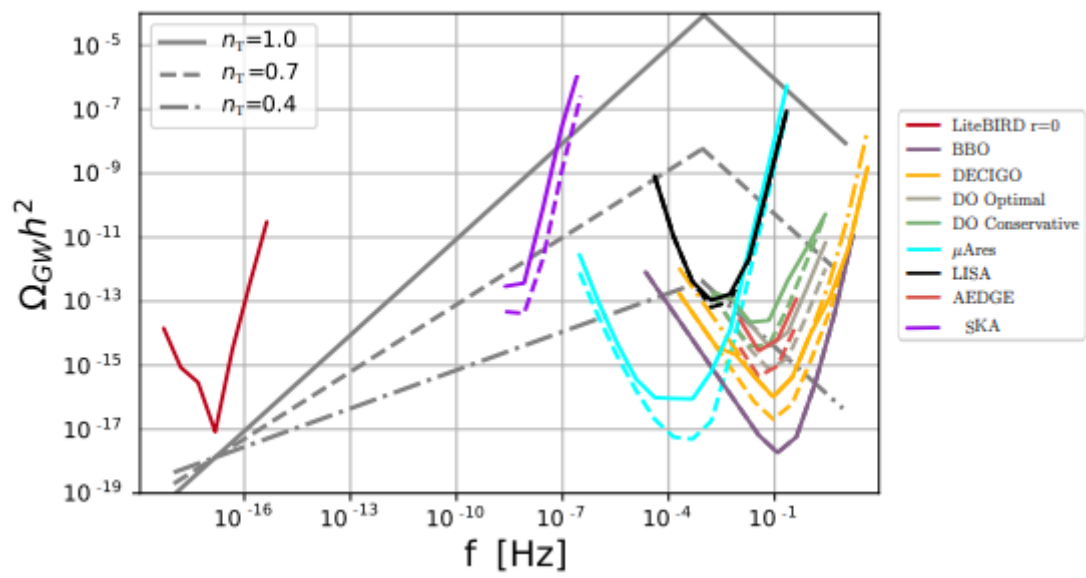


Figura 5.5: Experimentos e suas frequências de sensibilidade de detecção de sinais de ondas gravitacionais. Figura retirada da fonte [13].

6 Metodologia

Neste capítulo descreveremos os dados observacionais utilizados para nossa análise e também o método computacional de análise dos mesmos e, de forma sucinta, comentaremos como essas ferramentas auxiliam na geração dos resultados.

6.1 Introdução

Com o passar das décadas, inúmeras sondas e experimentos foram criados especificamente para o estudo em Cosmologia, como as citadas nos capítulos anteriores. Atualmente, faz-se extremamente necessário a adoção de tratamento estatísticos para obtermos um resultado cada vez mais preciso. Nesse sentido, apresentaremos um dos mais importantes métodos utilizados em cosmologia, o Monte Carlo (MC), e sua aplicação em determinados códigos a serem utilizados no presente trabalho.

O Método de Monte Carlo foi publicado em artigo no ano de 1953 por Nicholas Metropolis, em colaboração com outros nomes. O nome desse método possui uma curiosa justificativa que vem do interesse de Stanislaw Ulam pelo jogo de cartas *pocker* [97] e pelas características de aleatoriedade e repetição dos jogos encontrados nos cassinos na cidade de Monte Carlo, Mônaco.

De acordo com [98, 99], o método MC pode ser definido como uma maneira de realizar cálculos que utilizam sequências aleatórias de números para que simulações numéricas possam vir a ser feitas e, por conseguinte, estimativas estatísticas obtidas. Esta técnica é útil para calcular integrais em cenários multidimensionais e propriedades de estado, bem como modelar processos estocásticos, entre outros, que podem ser encontrados em [100, 101].

Uma variação presente no método de MC é o de Markov-Chain Monte-Carlo (MCMC), que é baseado em Cadeias de Markov. Tão antigo quanto o próprio Monte Carlo, no método MCMC amostras são coletadas aleatoriamente para aproximar a distribuição de probabilidade dos atributos sobre uma variedade de eventos, através da pro-

priedade de Markov. Tal propriedade assume que a distribuição de probabilidade para o sistema é independente das distribuições anteriores, ou seja, as experiências anteriores não afetam as seguintes. Daí surge a nomenclatura *cadeia*, trazendo a ideia de continuidade.

Na seção seguinte abordaremos como esses métodos são úteis para os códigos cosmológicos CAMB e COSMOMC, os utilizados neste trabalho.

6.2 Ferramentas

Partindo da definição de um modelo teórico, utilizaremos os código CAMB (Code for Anisotropies in the Microwave Background) [102] e COSMOMC (Cosmological MonteCarlo) [103] para a elaboração de previsões teóricas e comparação com dados observacionais selecionados. O primeiro é um código para cálculos sobre a RCF, lenteamento, contagem de galáxias e espectro de potência, dado um modelo cosmológico. É pelo CAMB que as previsões teóricas passam a ser geradas com a *posterior* dessas previsões sendo realizadas utilizando-se o método MCMC no COSMOMC. O CAMB é escrito pelo modelo padrão da cosmologia, com os valores dos parâmetros correspondentes ao modelo (Ω_b , Ω_c , θ , τ , n_s , A_s). Há também uma extensão do código que permite aumentar o número dos parâmetros de acordo com o modelo de interesse.

No presente trabalho utilizamos N_{eff} extras, w não convencional, Ω_k aberto, plano ou fechado e n_t , $r = A_t/A_s$ desejados. Neste código, assumimos a existência de um *power-law* no espectro primordial das perturbações \mathcal{P}_t e \mathcal{P}_s . O CAMB também é uma ferramenta de resolução das equações de Boltzmann e de Einstein para os fluidos cosmológicos [67]. E além dos espectros de RCF e de distribuição de matéria, calcula também os valores de parâmetros derivados da teoria, como H_0 e σ_8 , que é a largura do espectro de matéria. Já o COSMOMC é utilizado para estimar parâmetros cosmológicos que serão analisados na pesquisa. O COSMOMC faz as previsões teóricas elaboradas pelo CAMB para testar o modelo considerado com os dados observacionais, que usa o método MCMC para a exploração do espaço de parâmetros do modelo.

Para a finalidade desse trabalho, iremos considerar no código CAMB os valores padrão para os parâmetros do modelo cosmológico Λ CDM, com exceção do parâmetro da equação de estado da energia escura w_e , que chamaremos apenas de w , e do número de

espécies relativísticas N_{eff} , para os quais iremos considerar também valores diferente do previsto pelo modelo padrão.

Utilizaremos o conjunto de dado mais recente do Planck combinados com dados de BAO e Pantheon. Esses dados são obtidos da análise das anisotropias de temperatura e polarização da radiação cósmica de fundo e podem ser em diferentes intervalos de multipolos como *low-l* (pequenos multipolos, ou baixas frequências) e *high-l* (grandes multipolos, ou altas frequências). Utilizamos a *release* do Planck 2018 que envolve os espectros TT, TE, EE, em que TT diz respeito ao dados da temperatura em altos multipolos, EE são os modos E do espectros de potência da polarização da RCF e TE é o espectro de potência angular cruzado entre a temperatura e o modo-E de polarização. Além de dados oriundos do Planck, em nossa análise adicionamos os dados de:

- Medidas de Oscilações Acústicas de Bárions (BAO) a partir da sonda cosmológica Six-degree Field Galaxy Survey (6dFGS) [104], a amostra principal da galáxia do Sloan Digital Sky Survey Data Release 7 (SDSS-MGS) [105], e dados do Baryon Oscillation Spectroscopic Survey Data Release 12 (BOSS DR12) [106]. No texto, vamos nos referir a este conjunto de dados a somente BAO.
- Medidas de distâncias de luminosidade a partir do catálogo Pantheon Supernovae Type-Ia [107], que iremos nos referir como Pantheon. Este combina observações dos experimentos SDSS e HST cobrindo um intervalo de *redshift* de $z = 0,01$ a $2,26$.

O COSMOMC faz inteiramente o uso desses dados, que por sua vez utiliza o CAMB para elaborar as previsões teóricas para cada um dos valores dos parâmetros que buscaremos restringir. Posteriormente, a partir dessas previsões, compara com os dados observacionais e minimiza a função χ^2 , obtendo assim as *likelihoods* para os parâmetros do modelo escolhido. Isso ocorre pois o COSMOMC nos fornece as densidades de probabilidade das distribuições dos parâmetros. Dessa forma, é obtido o *best-fit*, *mean values*, com erro associado em 68%, 95% e 99%. Assim, o conjunto de dados completo é Planck 2018 WeakLensing+TTTEEE +lowl+lowE+ BAO + Pantheon, que chamaremos a Planck 2018+BAO+Pantheon ao longo do texto. Com essas ferramentas, no capítulo seguinte mostraremos a nossa análise sobre os vínculos de w e N_{eff} com modelos não-padrões como uma possível solução para a tensão em H_0 e para σ_8 .

7 Resultados teóricos e observacionais em

ΔH_0

Neste capítulo apresentaremos os resultados do nosso trabalho, partindo inicialmente de uma análise de resultados encontrados em [108]. Faremos uma relação dos parâmetros N_{eff} e w com uma variação nos parâmetros H_0 e σ_8 para encontramos um modelo que possa aliviar a tensão no valor de H_0 , com um conjunto de dados mais recente em relação ao realizado em [108]. Também investigaremos como o parâmetro σ_8 atua no contexto da tensão da constante de Hubble.

7.1 Introdução

Comentamos no capítulo anterior que um dos problemas em aberto da cosmologia que é a diferença das medições sobre o valor da constante de Hubble. Um caminho possível para aliviar a tensão em H_0 é aumentar a contribuição de fluídos cosmológicos na equação (2.51), assim podemos vincular um H_0 maior hoje, em acordo com as medias de Cefeidas. Isso pode ser feito, por exemplo, alterando o número de espécies relativísticas no universo ou alterando a equação de estado da energia escura com relação ao padrão. Uma alteração no valor padrão de N_{eff} pode ser motivado, por exemplo, por modelos que preveem uma contribuição significativa de ondas gravitacionais primordiais. Em [13] é mostrado como exemplo que o valor $N_{eff} = 0,11$ pode ser motivado por interessantes modelos, sendo ao mesmo tempo compatível com os limites atuais para este parâmetro. Nesse sentido, em [108] é apresentada uma análise da tensão de H_0 através de uma investigação de diferentes valores para os parâmetros do número de espécies relativísticas e equação de estado.

Conforme mostrado em [108], para uma combinação de dados CMB + BAO + SNe, a variação ΔH_0 (em unidade de $\text{km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$) do valor previsto por esses experimentos para a constante de Hubble em relação àquele esperado pelo modelo ΛCDM ,

ao se variar w , pode ser escrita aproximadamente como

$$\Delta H_0 = H_0 - H_0|_{\Lambda CDM} \approx -18,5\Delta w = -18,5(1 + w), \quad (7.1)$$

em que $H_0|_{\Lambda CDM}$ é o valor de H_0 inferido pelo modelo padrão e -18,5 é o multiplicador adimensional [108], que representa o coeficiente linear da função que relaciona os termos, uma vez que estes possuem aspecto linear. Ou seja, a relação entre ΔH_0 e Δw é aproximadamente linear.

De modo semelhante, uma outra relação para H_0 é obtida através de uma mudança no valor de N_{eff} em relação ao padrão, dada por

$$\Delta H_0 = H_0 - H_0|_{\Lambda CDM} \approx 6,2\Delta N_{eff} = 6,2(N_{eff} - 3,046), \quad (7.2)$$

onde 6,2 é o multiplicador adimensional neste caso [108].

O ΔH_0 mede o quanto se consegue variar o valor de H_0 ao supor uma física não-padrão (w diferente de -1 e N_{eff} diferente de 3,046). A motivação em variar o valor de H_0 usando cosmologia não-padrão é tentar fazer com que o valor previsto para H_0 nestes modelos chegue o mais perto possível do valor previsto pelas medidas locais de Cefeidas.

Apresentadas tais equações, podemos manipulá-las a fim analisarmos valores combinados de Δw e ΔN_{eff} para que possamos aliviar a tensão nos valores H_0 para diferentes experimentos, uma vez que esses parâmetros são correlacionados através das Eqs. (7.1) e (7.2). Dessa forma, é possível escolher alguns valores para esses parâmetros e analisar modelos que os preveem.

Importante enfatizar que o multiplicador adimensional nas equações acima leva em conta apenas desvios no valor central do *posterior* de H_0 , independentemente das incertezas em torno deste valor. O valor do multiplicador adimensional mostrado nas equações (7.1) e (7.2) obtido em [108], é específico para o conjunto de dados considerado pelos autores do artigo. Este conjunto de dados consiste é composto pela Radiação Cósmica de Fundo da Colaboração *Planck* 2015 [29], as Oscilações Acústicas de Bárions a partir de 3 experimentos distintos [104, 105, 106] e dados de medidas de distância de luminosidade das Supernovas Tipo IA [107].

Considerando que já estão disponíveis novos dados, é importante refazermos esta análise usando os novos dados para obtermos os valores atualizados dos multiplicadores adimensionais, o que faremos na seção seguinte.

7.2 Novos valores para o multiplicador adimensional

De posse dos valores de *bestfit* dos dados mais atualizados da RCF pela Colaboração *Planck*, que são os valores do ano de 2018 [33], bem como dos dados da BAO e SNe IA, encontraremos os novos valores do multiplicador adimensional para as equações (7.1) e (7.2). Desta forma, é possível calcular Δw e ΔN_{eff} para diferentes valores de ΔH_0 , para, em seguida, estimar os valores dos multiplicadores adimensionais em cada caso, como mostrado no exemplo da Figura (7.1). Assim, o valor do coeficiente linear será o valor do multiplicador adimensional. Os valores para H_0 são obtidos usando o código Boltzmann Solver CAMB e o código MCMC, do COMOSMC. Rodamos modelos com valores diferentes ao Λ CDM para N_{eff} e w , que chamaremos de \bar{N} CDM e \bar{w} CDM, respectivamente, fixando valores para N_{eff} e w e encontramos vínculos sobre H_0 e σ_8 .

Na Figura (7.1) temos o gráfico de ΔH_0 vs Δw , em que a curva preta é sem ajuste e a vermelha é a curva do ajuste linear. Cada ponto no gráfico representa o valor da variação de w após a escolha de um modelo e a respectiva variação em H_0 com o valor preferido pelos dados observacionais. Os valores para os modelos alternativos considerados para nossa análise com os parâmetros w e N_{eff} diferentes do modelo padrão, estão discriminados na Tabela 7.1.

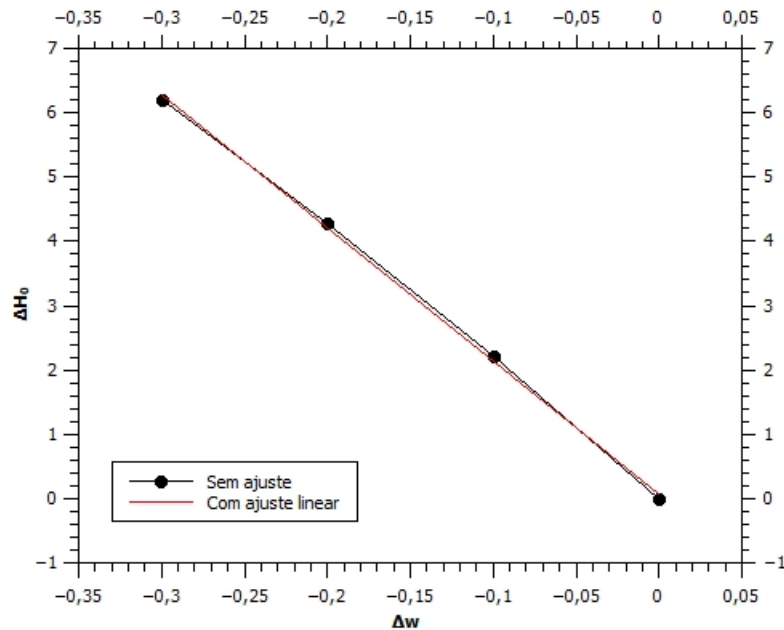


Figura 7.1: Relação linear entre os parâmetros ΔH_0 e Δw , cujo ajuste linear fornece o valor atualizado do multiplicador adimensional.

Utilizamos o *software* QTiplot¹ para o *plot* de todos os gráficos em que esteja presente a curva do ajuste dos pontos, e o *fit* dos mesmos foi linear, observado esse tipo de característica. Para a expressão que engloba o parâmetro da equação de estado w , o resultado obtido para o multiplicador adimensional, após realizado o ajuste linear, é igual a -20,6. Portanto, a relação entre a variação de H_0 e de w é escrita como

$$\Delta H_0 = H_0 - H_0|_{\Lambda\text{CDM}} \approx -20,6\Delta w = -20,6(1 + w). \quad (7.3)$$

É possível analisar através da distribuição de probabilidade normalizada para o parâmetro H_0 usando diferentes valores, como por exemplo, para a equação de estado w , qual possível modelo é candidato a aliviar a tensão no valor de H_0 . Na Figura (7.2), mostramos alguns vínculos de modelos $\bar{w}\text{CDM}$ com o conjunto de dados selecionado para diferentes valores de w , tanto o encontrado no modelo padrão $w = -1$ (linha azul), como também modelos não-padrão ($\bar{w}\text{CDM}$), tais como $w = -1,1$ (linha laranja), $w = -1,2$ (linha verde) e $w = -1,3$ (linha vermelha).

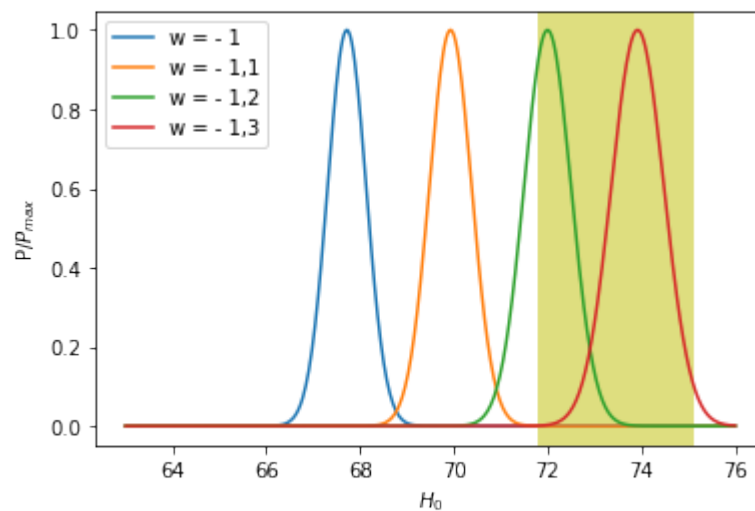


Figura 7.2: Distribuições de probabilidade normalizados de H_0 em ($\text{kms}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$) para algumas escolhas de w . A região amarelada representa a região da barra de erro dos dados do HST para H_0 . Gráfico elaborado a partir dos valores para H_0 inferidos usando os dados do Planck 2018 + BAO + Pantheon.

Pode-se notar que para alcançar o valor medido da constante de Hubble pelo HST, é necessário que adotemos um modelo do tipo $\bar{w}\text{CDM}$ com uma equação de estado consistente com a faixa amarela indicada pela figura, que corresponde ao intervalo

¹Que pode ser acessado através do website: <https://qtiplot.com/index.html>.

permitido pelas observações locais, ou aquelas oriundas do HST (em que $H_0 = 73,1 \pm 0,6 \text{ kms}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$). Assim, um w diferente do previsto pelo modelo padrão é uma das possibilidades de aliviar (ou resolver) a tensão em H_0 , que de acordo com os resultados encontrados teria valores entre $w = -1,2$ e $w = -1,3$.

Analogamente ao que fizemos acima, vamos agora analisar os gráficos para o caso de modelos de constante cosmológica porém com N_{eff} não-padrão. A relação linear entre ΔH_0 e ΔN_{eff} é mostrada na Figura (7.3) e após o ajuste linear, encontramos que o multiplicador adimensional será dado por 5,9.

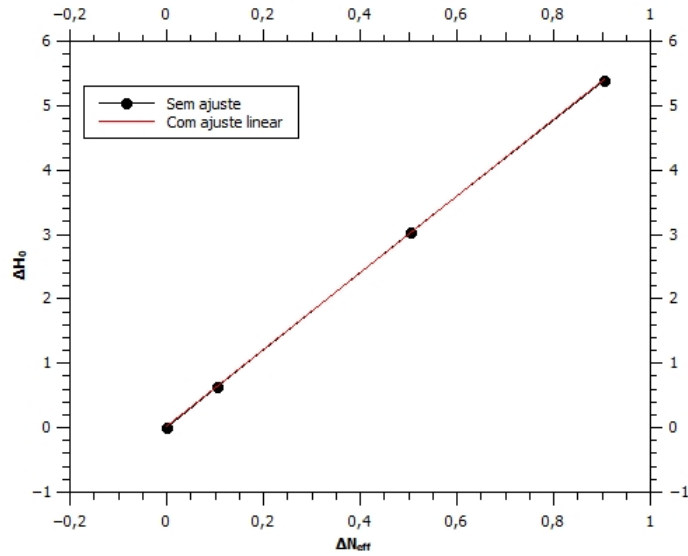


Figura 7.3: Relação linear entre os parâmetros ΔH_0 e ΔN_{eff} , onde foi retirado o atualizado multiplicador adimensional.

Dessa forma, a equação (7.2), com os dados atualizados assume a forma

$$\Delta H_0 = H_0 - H_0|_{\Lambda\text{CDM}} \approx 5,9\Delta N_{eff} = 5,9(N_{eff} - 3,046), \quad (7.4)$$

onde 5,9 é o novo multiplicador adimensional. Na Fig. (7.4) podemos ver a relação entre N_{eff} e H_0 para quatro valores diferentes de N_{eff} , escolhidos arbitrariamente. Os valores partem do encontrado no modelo ΛCDM , $N_{eff} = 3,046$ (linha azul), e mostramos também os casos não-padrão ($\bar{N}\text{CDM}$), como $N_{eff} = 3,15$ (linha laranja), $N_{eff} = 3,55$ (linha verde), e um valor $N_{eff} = 3,95$ (linha vermelha). Este último modelo, apresenta resultados com uma boa concordância com o valor previsto para H_0 por medidas locais.

Podemos ver que para um modelo com $N_{eff} = 3,95$, o valor da constante de Hubble assume um valor muito próximo do inferido pelas observações locais e a distri-

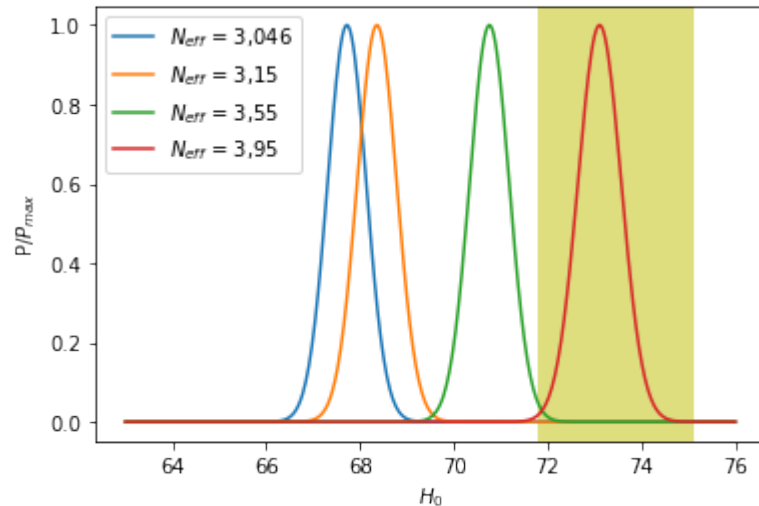


Figura 7.4: Distribuições de valores normalizados de H_0 em ($\text{kms}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$) para algumas escolhas de N_{eff} . Gráfico de autoria própria elaborado a partir dos valores para H_0 inferidos usando os dados do Planck 2018 + BAO + Pantheon.

buição de probabilidade está em excelente acordo com a região amarelada que corresponde ao limites das observações pelo HST, sendo um possível modelo que poderia aliviar a tensão em H_0 . No entanto, este valor de N_{eff} é bastante alto comparado aos limites recentes vindos do Planck 2018 [33], o qual vincula N_{eff} para diferentes conjuntos de dados, isto é, para uma combinação de diversas fontes de dados. Na seção seguinte combinaremos possíveis variações nos parâmetros w e N_{eff} afim de tentarmos aliviar a tensão em H_0 usando valores mais aceitáveis para N_{eff} .

7.3 Alterando N_{eff} e w

Diversos modelos preveem ondas gravitacionais primordiais como boas candidatas para aumentar o valor de N_{eff} aliviando o problema da tensão em H_0 , um importante exemplo considerado em [13] é o valor $\Delta N_{eff} = 0,11$, que é uma estimativa e um valor consistente com os limites observacionais [29, 109] da combinação de medidas de hélio de [110] e [111]. Assim, o valor $\Delta N_{eff} = 0,11$ é motivado pela análise de vínculos no parâmetro N_{eff} reportada pela colaboração do Planck 2018 [33] usando o conjunto de dados Planck 2018 TT,TE,EE + lowE + BAO + medidas de Hélio de [110].

Consideramos um modelo cosmológico em que w e N_{eff} não sejam padrões e

possam variar conforme ao melhor limite teórico do modelo com os dados. Utilizaremos a estratégia de fazer a soma da equação (7.3) com a (7.4), e assim obtemos uma mesma variação de H_0 , que chamaremos de $\Delta H_{\bar{N}\bar{w}CDM}$, para variações menores em cada um dos parâmetros N_{eff} e w , o que torna mais fácil compatibilizar estas variações com os limites observacionais atuais para estes parâmetros. Dessa forma, com a soma das equações (7.1) e (7.2) obtemos um $\Delta H_{0\bar{N}\bar{w}CDM}$ tal qual

$$\Delta H_{\bar{N}\bar{w}CDM} = -20,6\Delta w + 5,9\Delta N_{eff}, \quad (7.5)$$

em que, $\Delta H_{\bar{N}\bar{w}CDM}$ é a variação do valor de H_0 ao variar N_{eff} e w com relação valor esperado pelo modelo Λ CDM (ou seja, $N_{eff} = 3,046$ e $w = -1$), analisando, em ambos os casos, dados de RCF pelo conjunto de dados que escrevemos no Capítulo 6.

Adotaremos então como exemplo, para nosso modelo não-padrão, o valor $\Delta N_{eff} = 0,11$. Para a grandeza que chamaremos de Λ CDM usaremos o valor mais recente inferido pelos experimentos de fundo supondo o modelo de mesma sigla. Já para a grandeza que chamaremos simplesmente de HST, que corresponde ao valor de *bestfit* da constante de Hubble inferido para nosso modelo não-padrão através de dados de observações locais realizados pelo telescópio Hubble, que é o valor de $H_0 = (73,45 \pm 1,66)$ $\text{kms}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$ [48]. Este valor é escolhido pois é o valor desejado para H_0 no nosso modelo para que a tensão seja totalmente resolvida. Dessa forma, a equação (7.5), substituindo tais valores fica

$$\Delta H_{\bar{N}\bar{w}CDM} = |HST - \Lambda CDM| = -20,6\Delta w + 5,9\Delta N_{eff} \quad (7.6)$$

$$|73,45 - 67,72| = -20,6\Delta w + 5,9 \times 0,11. \quad (7.7)$$

Resolvendo essa equação obtemos² $\Delta w \approx -0,24$, que é o valor necessário para uma variação na equação de estado de forma que o valor de ΔH_0 seja igual a $\Delta H_0 = 5,73$. Ou seja, o valor de H_0 inferido por CMB + BAO + SNe, supondo N_{eff} e w não-padrões, sobe atingindo o valor inferido pelas observações locais (pelo HST). Dessa forma, a tensão em H_0 pode ser resolvida com um modelo com equação de estado para a energia escura da forma $w \approx -1,24$.

²Em que o erro associado a Δw é obtido em relação ao erro de ΔH_0 usando a regra de propagação de erros.

7.4 O parâmetro σ_8

Dentre as estruturas que podemos observar no universo, uma desperta um especial interesse na Cosmologia Moderna: os aglomerados de galáxias. No modelo da cosmologia padrão, tais aglomerados representam uma importante fonte de validação da própria teoria, haja vista que por esse modelo é possível calcular a abundância dessas estruturas em determinadas escalas e *redshifts*.

No contexto cosmológico, para tal cálculo é designado o parâmetro σ_8 , que mede a amplitude do espectro de potências de uma determinada escala de tamanho no céu. Considerando que a região de interesse seja uma região esférica, a escala possuirá raio igual a $8h^{-1}$ Mpc. Também é comum utilizar a grandeza S_8 para representar o cálculo dessa amplitude, sendo dada por $S_8 = \sigma_8 \sqrt{\Omega_m/0,3}$, em que Ω_m é a densidade de matéria total do universo [112]. Podemos perceber que para um $\Omega_m = 0,3$ (que é o um dos mais prováveis valores para esse parâmetro atualmente), temos imediatamente que $S_8 \simeq \sigma_8$. Portanto, vincular σ_8 é, também, obter informações sobre S_8 .

As observações dos aglomerados de galáxias através do lenteamento gravitacional nos fornecem medidas de σ_8 , que são consideradas medidas mais independentes de modelo cosmológico ou mais “diretas” [113]. Já utilizando a RCF, é possível inferir o parâmetro σ_8 e tais medidas são consideradas medidas mais dependentes de modelo cosmológico.

Assim como ocorre com o parâmetro H_0 , também com σ_8 os resultados das medições observacionais apontam uma tensão entre aquelas mais diretas, ou independente de modelo, e as mais dependentes. Tal diferença de valores figura como um dos atuais desafios teóricos da cosmologia moderna. Nesta seção, investigaremos o comportamento de σ_8 com modelos tipo \bar{w} DCM e \bar{N} CDM para avaliar o impacto que esses modelos teriam sobre essa tensão.

Para o modelo padrão assumindo um universo plano, os dados do *Planck* estimam que $\sigma_8 = 0.8099 \pm 0.0059$, que corresponde a mais de 3σ de diferença em relação ao resultado que o *Kilo-Degree Survey* (KiDS-1000) reporta: $\sigma_8 \approx 0,766_{-0.021}^{+0.024}$ [114]. Como estamos diante de uma nova tensão entre valores medidos observacionalmente, na subseção seguinte vincularemos o parâmetro σ_8 com os modelos de N_{eff} e w abordados nas seções

anteriores. Muitos trabalhos na literatura já mostraram que muitos dos modelos capazes de aliviar a tensão em H_0 , acabam por piorar a tensão em σ_8 [115]. Por isso, em seguida vamos analisar qual alteração estes modelos trazem para o valor de σ_8 em comparação ao modelo padrão.

7.4.1 Relação σ_8 com N_{eff} e w

De modo semelhante ao realizado para acharmos os multiplicadores adimensionais da relação entre os parâmetros ΔH_0 com ΔN_{eff} e Δw , escreveremos a equação que associa σ_8 a N_{eff} e w partindo das mesmas análises observacionais que desenvolvemos na seção 7.2, utilizando agora o valor inferido para σ_8 pelo conjunto de dados em cada um dos modelos anteriormente estudados.

Inicialmente, para cada modelo com uma dado valor de w , o conjunto de dados vincula o valor preferido para σ_8 , conforme mostrado na Tabela 7.1. São calculados os Δw e $\Delta\sigma_8$ e podemos construir o gráfico conforme mostra a Fig. (7.5). Após o ajuste linear, procedimento igual ao que realizamos para o problema em H_0 , que dada a característica linear, temos o multiplicador adimensional.

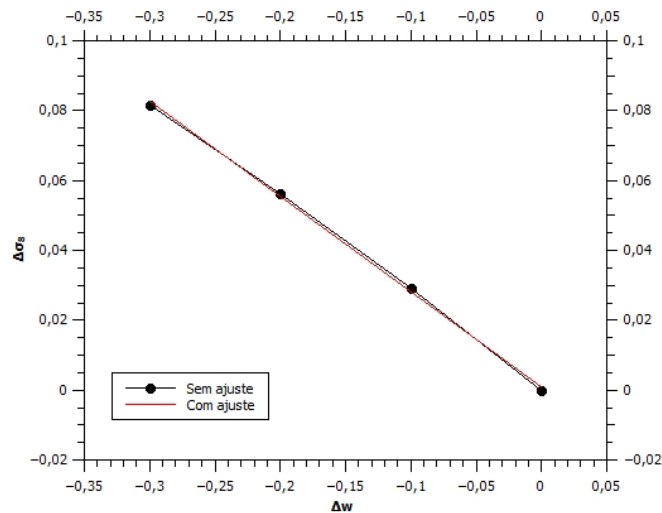


Figura 7.5: Relação entre os parâmetros $\Delta\sigma_8$ e Δw , onde foi obtido o multiplicador adimensional. Gráfico de autoria própria.

Assim, podemos escrever a seguinte equação relacionando esses parâmetros

$$\Delta\sigma_8 = \sigma_8 - \sigma_{8|_{\Lambda CDM}} \approx -0,27\Delta w = -0,27(1+w), \quad (7.8)$$

em que $\sigma_8|_{\Lambda CDM}$ é o valor de σ_8 no modelo padrão e $-0,27$ o multiplicador adimensional obtido a partir do ajuste linear do gráfico acima. Para tentar aliviar a tensão no valor de σ_8 é necessário baixar o valor inferido por dados do Planck para atingir o do KiDS. Os valores inferidos para σ_8 usando o conjunto de dados Planck 2018+BAO+Pantheon, descritos na Tabela 7.1 para diferentes modelos com equação de estado w não-padrão, indicam que modelos com $w < -1$ não podem aliviar a tensão em σ_8 , pois quanto menor o valor w mais distante o valor de σ_8 estaria do valor inferido pelo KiDS. Na Figura (7.6), vemos que as curvas gaussianas não passam pela região amarela, que representa a faixa de valores permitidos para σ_8 de acordo com as medições do KiDS [114].

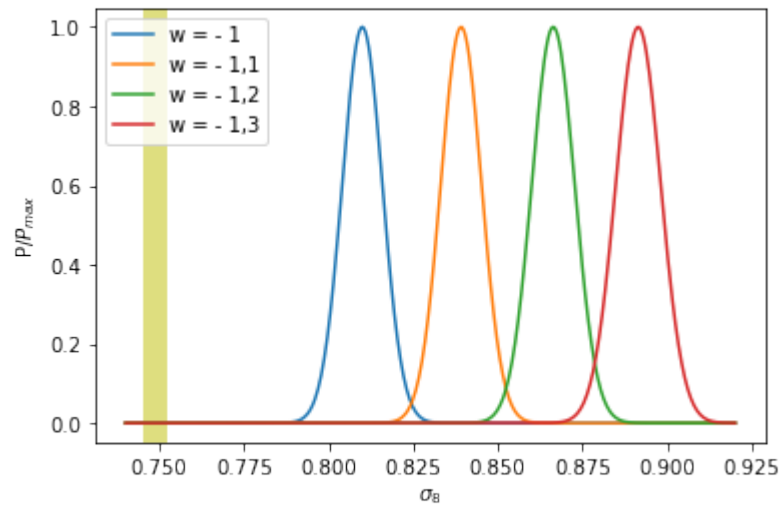


Figura 7.6: Distribuições de valores normalizados de σ_8 para algumas escolhas de w . Gráfico de autoria própria elaborado a partir dos valores para σ_8 inferidos usando os dados do Planck 2018 + BAO + Pantheon.

Este resultado vai na contra-mão da solução proposta para a tensão em H_0 , que prefere equação de estado $w < -1$ para alcançar o valor obtido pelo HST. Dessa forma, aliviando a tensão na constante de Hubble piora o cenário da tensão em σ_8 . Uma alternativa seria modelos com $w > -1$ para baixar o valor de σ_8 inferido pelo Planck, assim a adoção de modelos $\bar{w}CDM$, do tipo $w > -1$, ainda seria um dos possíveis caminhos para a solução desse problema, ainda que pelo que vimos, isto tenderia a piorar a tensão em H_0 .

Semelhantemente, mas agora para $\Delta\sigma_8$ e ΔN_{eff} , como mostrado na Fig. (7.7), obtivemos uma relação linear, cujo coeficiente angular é o multiplicador adimensional. Os

Variando N_{eff}			Variando w		
N_{eff}	H_0	σ_8	w	H_0	σ_8
3.046	67.72 ± 0.41	0.8099 ± 0.0059	-1	67.72 ± 0.41	0.8099 ± 0.0059
3.15	68.36 ± 0.42	0.8149 ± 0.0059	-1.1	69.93 ± 0.45	0.8391 ± 0.0060
3.55	70.76 ± 0.42	0.8330 ± 0.0061	-1.2	72.00 ± 0.50	0.8663 ± 0.0063
3.95	73.11 ± 0.46	0.8499 ± 0.0067	-1.3	73.92 ± 0.56	0.8914 ± 0.0066

Tabela 7.1: Diferentes modelos com N_{eff} e w não-padrões com seus respectivos valores de H_0 e σ_8 inferidos através de dados do Planck 2018 + BAO + Pantheon.

dados para σ_8 para o modelo padrão e do tipo $\bar{N}CDM$ também estão dispostos na Tabela 7.1.

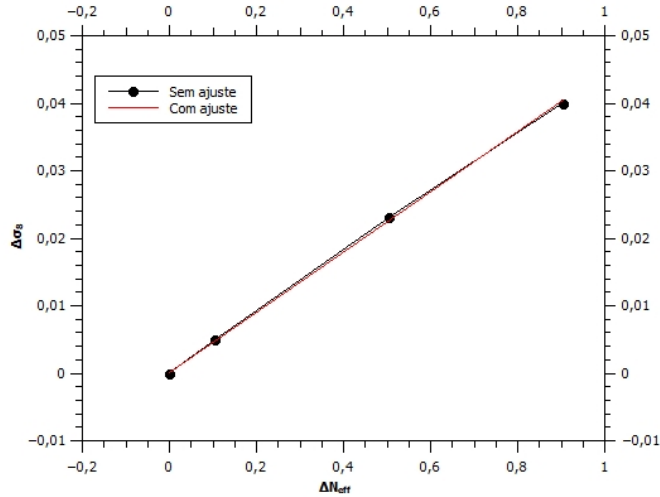


Figura 7.7: Relação entre os parâmetros $\Delta\sigma_8$ e ΔN_{eff} , onde foi obtido o multiplicador adimensional. Gráfico de autoria própria.

Escrevemos, portanto, a equação para $\Delta\sigma_8$ e ΔN_{eff} como

$$\Delta\sigma_8 = \sigma_8 - \sigma_8|_{\Lambda CDM} \approx 0,04\Delta N_{eff} = 0,04(N_{eff} - 3,046), \quad (7.9)$$

em que o valor 0,04 é o multiplicador adimensional obtido também a partir do ajuste linear do gráfico acima.

Modelos com N_{eff} não-padrão do tipo $N_{eff} > 3,046$ se mostraram insuficientes para que a tensão em σ_8 pudesse ser aliviada. De acordo com os dados, quanto maior o valor N_{eff} mais a diferença entre as medidas do Planck e a do KiDS aumenta, conforme

mostra a Figura (7.8), novamente a região em amarelo representa os limites numéricos dos valores possíveis medidos observacionalmente com o KiDS.

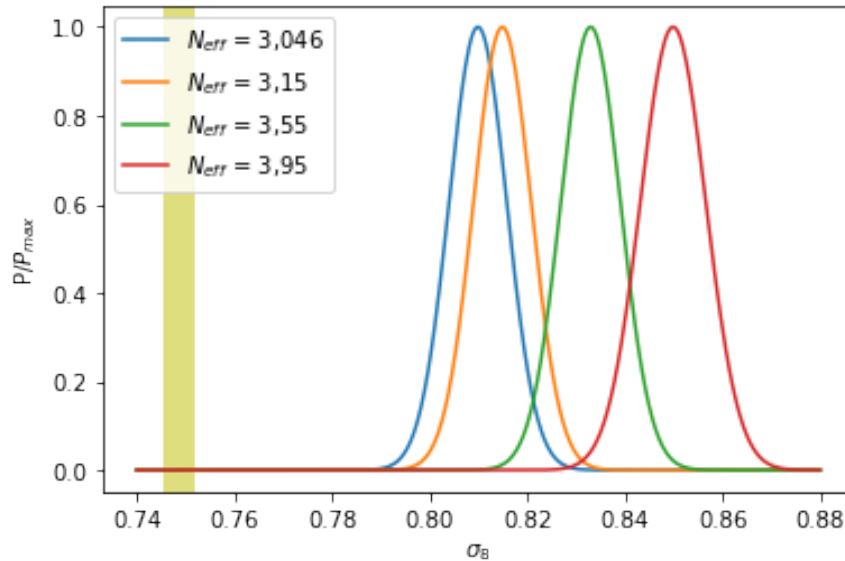


Figura 7.8: Distribuições de valores normalizados de σ_8 para algumas escolhas de N_{eff} . Gráfico de autoria própria elaborado a partir dos valores para σ_8 inferidos usando os dados do Planck 2018 + BAO + Pantheon.

Como para o caso de w , para baixar o valor de σ_8 com vínculos em N_{eff} , é necessário adotar o inverso do que foi encontrado no problema de H_0 , isto é, nesse caso valores menores do que o do modelo padrão para N_{eff} ($< 3,046$) podem contribuir para a solução desse problema, cabendo a investigação do que resultará no problema em H_0 . No entanto, ao contrário do que ocorre com modelos com $w > -1$, valores de N_{eff} menores do que o valor previsto pelo modelo padrão não possuem uma motivação teórica bem justificada.

A relação entre modelos \bar{w} CDM e \bar{N} CDM e as tensões em H_0 e σ_8 nos mostrou que ao tentar resolver a primeira, tende a piorar a segunda, para os modelos estudados. Como esperado e já discutido na literatura, mostra-se difícil resolver ambas as tensões simultaneamente.

8 Conclusões e perspectivas

Com o formalismo da Teoria da Relatividade Geral desenvolvido por Albert Einstein no início do século passado [24], a Cosmologia passa a ter um consolidado fundamento por ser consistente matematicamente para descrever o cosmos para além de escalas tratadas pela física newtoniana. Um outro marco importante para a cosmologia foi o resultado das observações realizadas pelo Edwin Hubble, pouco anos depois, que veio a mudar totalmente nossa descrição do cosmos, por mostrar que o universo está se expandindo [27]. Os cosmólogos, desde então, se dedicam a buscar uma descrição completa de sua origem, expansão, também, dos valores dos parâmetros cosmológicos utilizados para descrever tal dinâmica.

Ainda no século XX, as observações cosmológicas impulsionaram a série de dobramentos e entendimento que temos hoje sobre a dinâmica e composição do universo. Há de se destacar como os resultados dos experimentos da época, sobretudo de coleta de dados sobre a RCF, foram fundamentais para que pudéssemos chegar a um modelo que descrevesse razoavelmente bem o Universo primordial e sua evolução até o tempo presente, que é o modelo Λ CDM [30]. Nesta dissertação, discutimos o nível de concordância desse modelo com os dados observacionais. O leitor também deve ter notado que mesmo com boa concordância, o modelo apresenta uma série de problemas, abrindo a possibilidade de teorias alternativas buscando diferentes soluções para esses problemas.

Partindo dessa premissa, comentamos durante o texto alguns dos problemas encontrados no modelo padrão presentes na fase do universo primitivo, que podem ser solucionados com um período inflacionário. A descrição da inflação por um campo *inflaton*, é uma das alternativas de modelo que busca resolver certos problemas do modelo cosmológico convencional. Vimos também que apesar de alguns cenários inflacionários apresentarem boa concordância com as observações, existe uma série de problemas com o modelo de inflação, como mencionado, problemas de ajustes finos, da singularidade, entre outros. Os problemas contidos na inflação convencional abriram a possibilidade para que cenários alternativos à ela fossem sugeridos, como *bounce* [77].

A constante de Hubble e o parâmetro que mede a largura do espectro de matéria, em uma escala de raio $8h^{-1}$ Mpc, que possuem uma tensão entre diferentes inferências observacionais, foram os escolhidos para a análise nesse trabalho e como mencionado, buscamos estudar à luz de modelos com valores não-padrão para a equação de estado e número efetivo de espécies relativísticas. Mostramos que na literatura existem motivações teóricas que nos permitem variar tais parâmetros em relação ao modelo padrão. Entre estas motivações, consideramos modelos que preveem ondas gravitacionais primordiais descritas por um espectro de potências tensorial com *blue-tilt*, isto é, $n_t > 0$, o que justificaria a variação do valor de N_{eff} (um exemplo dentre várias possibilidades teóricas que justificaria alterar N_{eff}) [11, 95]. Vimos que essas ondas gravitacionais em modelos de universo primordial com $n_t > 0$, implicariam em uma contribuição extra para N_{eff} , o que à princípio pode ajudar a subir o valor de H_0 , aliviando, portanto, a tensão. Para isso, faz-se necessário que $N_{eff} > 3,046$, isto é, modelos \bar{N} CDM. A previsão de um espectro tensorial com *blue-tilt* é necessária para que a contribuição para N_{eff} seja não desprezível. Esta previsão também implica que as ondas gravitacionais previstas nestes modelos possam eventualmente ser detectadas em experimentos de pulsares, especialmente pelo NANOGrav [94]. Nesse sentido, em um tratamento especial desse cenário, utilizamos o resultado observacionalmente aceito $\Delta N_{eff} = 0,11$ [13] para investigarmos como a tensão em H_0 pode ser aliviada, quando consideramos variações em ambos os parâmetros N_{eff} e w .

Vimos também que uma equação de estado para a energia escura com valor igual a -1 , $3 < w < -1,2$ pode aliviar a tensão em H_0 , conforme mostrado na Figura (7.2). A análise se repetiu para modelos com N_{eff} extras, cujo valor obtido que melhor pode aliviar a tensão seria $N_{eff} = 3,95$, como foi observado na Figura (7.4). Investigamos ainda como a variação desses parâmetros poderiam subir o valor de H_0 a partir das medidas mais recentes dos experimentos supramencionados (Planck 2018 + BAO + Pantheon). Encontramos que H_0 deve subir em aproximadamente $5,74 \text{ kms}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ para atingir o valor medido pelo HST, com uma variação de $\Delta w = -0.24$. Tal resultado foi obtido quando consideramos o cenário \bar{w} CDM e \bar{N} CDM, onde utilizamos o valor de $\Delta N_{eff} = 0,11$ na Eq. (7.6), que é o limite permitido pelos dados. Nestas condições, um modelo com $w \approx -1,24$ é uma proposta de solução ao problema da tensão em H_0 .

Estendemos nossa análise ao problema da tensão em σ_8 utilizando os mesmos

modelos adotados para a tensão em H_0 . O objetivo era investigar qual o impacto esses modelos acarretaria ao parâmetro σ_8 . O resultado foi ao encontro da literatura [112, 114]. Com os dados mais recentes disponíveis, constatamos que os modelos capazes de descrever um H_0 maior não conseguem solucionar a tensão em σ_8 , pois seu valor tenderia a se afastar cada vez mais do pretendido (dados oriundos de lenteamento [114]). Assim, os modelos \bar{w} CDM (com $w < -1$) e \bar{N} CDM (com $N_{eff} > 3,046$) escolhidos no trabalho, embora melhoram a tensão em H_0 , pioram a concordância entre diferentes medidas σ_8 .

Dados os problemas em resolver as tensões dos parâmetros escolhidos neste trabalho, um passo seguinte desse resultado seria investigar se a complexidade dos modelos tratados poderia ajudar a descrever melhor os dados ou se modelos \bar{w} CDM e \bar{N} CDM nunca poderiam resolver as tensões em H_0 e σ_8 simultaneamente.

Referências Bibliográficas

- [1] HORNUNG, Helmut. **A solar eclipse sheds light on physics.** Disponível em: <https://www.mpg.de/9244824/solar-eclipse-1919>. Acessado em 20/11/2021.
- [2] UNIVERSO ADVENTURE. **The Geometry of Spacetime.** Disponível em: <https://universeadventure.org/fundamentals/popups/model-dtrh-spacetimegeo.htm>. Acessado em 04/11/2021.
- [3] LIDDLE, Andrew. *An introduction to modern cosmology.* John Wiley & Sons, 2015.
- [4] BAUMANN, Daniel. **TASI lectures on inflation.** *arXiv preprint arXiv:0907.5424*, 2009.
- [5] ANDRADE, Tays Miranda de. *Modelos Cosmológicos Inflacionários Tipo Starobinsky.* Universidade Federal do Espírito Santo. Dissertação de Mestrado, 2020.
- [6] AKRAMI, Yashar et al. **Planck 2018 results-X. Constraints on inflation.** *Astronomy & Astrophysics*, 641:A10, 2020.
- [7] PRISMA: à luz da Física. **O Big-Bang e a radiação cósmica de fundo.** Disponível em: <http://cftc.cii.fc.ul.pt/PRISMA/capitulos/capitulo1/modulo3/topico6.php>. Acessado em 09/10/2021.
- [8] ESA and the Planck Collaboration. **Planck CMB.** Disponível em: https://www.esa.int/spaceinimages/Images/2013/03/Planck_CMB.
- [9] PLANCK COLLABORATION. **Planck 2013 results. XV. CMB power spectra and likelihood.** *Astronomy & Astrophysics*, 571:A15, 2014.
- [10] PERCIVAL, Will J. et al. **The clustering of Galaxies in the SDSS-III Baryon Oscillation Spectroscopic Survey: including covariance matrix errors.** *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 439(3):2531–2541, 2014.
- [11] GRAEF, Leila L.; BENETTI, Micol; ALCANIZ, Jailson S. **Primordial gravitational waves and the H_0 tension problem.** *Physical Review D*, 99(4):043519, 2019.

- [12] KUROYANAGI, Sachiko; TAKAHASHI, Tomo; YOKOYAMA, Shuichiro. **Blue-tilted inflationary tensor spectrum and reheating in the light of NANOGrav results.** *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2021(01):071, 2021.
- [13] BENETTI, Micol e GRAEF, Leila Lobato e VAGNOZZI, Sunny. **Primordial gravitational waves from NANOGrav: a broken power-law approach.** *arXiv preprint arXiv:2111.04758*, 2021.
- [14] TREVISAN, C. J. B.; LATTARI, R. H. **Metodologia para o Ensino de Astronomia: uma abordagem construtivista.** *Atas do II Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências. Valinhos, SP: ABRAPEC*, 1999.
- [15] TROGELLO, Anderson Giovanni. **Objetos de aprendizagem: uma sequência didática para o ensino de astronomia.** Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Paraná, 2013.
- [16] SLATER, J. M.; BAILEY T. F. **A review of astronomy education research.** *Astronomy Education Review*, 2(2):20–45, 2003.
- [17] LANKFORD, John. **History of astronomy: an encyclopedia.** Routledge, 2013.
- [18] PEREIRA, Ramon de Sá; MOUCHERЕК, Fernando Marques de Oliveira. **Um olhar da Cosmologia à luz do Gás de Chaplygin.** Universidade Estadual do Maranhão. Trabalho de Conclusão de Curso, 2019.
- [19] REALE, Giovanni. **Metafísica de Aristóteles I**, volume 1. Edicoes Loyola, 2001.
- [20] CAMPBELL, Joseph. **El poder del mito.** Capitán Swing Libros, 2017.
- [21] SABOYA, Maria Clara Lopes. **Pitágoras: Todas as coisas são números.** *Revista da Faculdade Eça de Queirós*, 5(19), 2015.
- [22] NEWTON, Isaac. **Philosophiae naturalis principia mathematica**, volume 1. G. Brookman, 1833.
- [23] THORNTON, Stephen T.; MARION, Jerry B. **Dinâmica clássica de partículas e sistemas.** Cengage Learning, 2011.
- [24] EINSTEIN, Alberth. . *Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin (Math. Phys.)*, 831:1915, 1915.

-
- [25] EINSTEIN, Albert. **Über einem die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt.** *Annalen der physik*, 4, 1905.
- [26] LANDAU, Lev Davidovich; LIFSHITZ, Evgenii Mikhailovich. *Teoria dei campi*. Riuniti, 1996.
- [27] HUBBLE, Edwin. **A relation between distance and radial velocity among extragalactic nebulae.** *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 15(3):168–173, 1929.
- [28] PLANCK COLLABORATION: ADE, P. A. R. et al. **Planck 2015 Results-XIV. Dark Energy and Modified Gravity.** *Astronomy & Astrophysics*, 594:A14, 2016.
- [29] PLANCK COLLABORATION: ADE, P. A. R. et al. **Planck 2015 results-XIII. Cosmological parameters.** *Astronomy & Astrophysics*, 594:A13, 2016.
- [30] DODELSON, Scott. *Modern cosmology*. Elsevier, 2003.
- [31] COBE. **Cosmic Background Explorer.** Disponível em: <https://lambda.gsfc.nasa.gov/product/cobe/>. Acessado em 15/11/2021.
- [32] WRIGHT, EL. **Wmap first year results.** *arXiv preprint astro-ph/0306132*, 2003.
- [33] PLANCK COLLABORATION. **Planck 2018 results-VI. Cosmological parameters.** *Astronomy & Astrophysics*, 641:A6, 2020.
- [34] ABAZAJIAN, Kevork N. et al. **CMB-S4 science book.** *arXiv preprint arXiv:1610.02743*, 2016.
- [35] RIESS, A. G. et al. **Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant.** *The Astronomical Journal*, 116(3):1009, 1998.
- [36] PERLMUTTER, Saul. et al. **Discovery of a supernova explosion at half the age of the Universe.** *Nature*, 391(6662):51, 1998.
- [37] BENGALY, Carlos. **Precisamos expandir o modelo cosmológico padrão? Novas observações de cefeidas dizem que sim.** Disponível em: <https://astropontos.org/2020/02/01/precisamos-expandir-o-modelo-cosmologico-padrao-novas-observacoes-de-cefeidas-dizem-que-sim/comment-page-1/>. Acessado em 01/07/2021.

- [38] TURNER, Michael Stanley. **Why cosmologists believe the universe is accelerating.** In *Type Ia Supernovae, Theory and Cosmology*, Cambridge University Press, page 101, 2000.
- [39] MARTTENS, Fernando Lugon Cornejo vom. **Cosmologia com interação no setor escuro do Universo.** *Tese (Doutorado em Física) - Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória*, 119 f., 2017.
- [40] BRINK, PL. **Conceptual design for SuperCDMS SNOLAB.** *Journal of Low Temperature Physics*, 167(5):1093–1098, 2012.
- [41] AKERIB, D. S. et al. **The lux-zepplin (lz) experiment.** *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 953:163047, 2020.
- [42] GOLDHABER, Gerson and PERLMUTTER, Saul. **A study of 42 Type Ia supernovae and a resulting measurement of Ω_m and Ω_Λ .** *Physics Reports*, 307(1-4):325–331, 1998.
- [43] PADILLA, Antonio. **Lectures on the cosmological constant problem.** *arXiv preprint arXiv:1502.05296*, 2015.
- [44] RATRA, P. E. James.; PEEBLES, Bharat. **The cosmological constant and dark energy.** *Reviews of modern physics*, 75(2):559, 2003.
- [45] TSUJIKAWA, Shinji. **Quintessence: a review.** *Classical and Quantum Gravity*, 30(21):214003, 2013.
- [46] RENDALL, Alan D. **Dynamics of k-essence.** *Classical and Quantum Gravity*, 23(5):1557, 2006.
- [47] ŁOWSKI, Marek et al. **Phantom cosmology as a simple model with dynamical complexity.** *Physical Review E*, 72(3):036221, 2005.
- [48] RIESS, Adam G et al. **New parallaxes of galactic cepheids from spatially scanning the hubble space telescope: Implications for the hubble constant.** *The Astrophysical Journal*, 855(2):136, 2018.
- [49] AASI, Junaid et al. **Advanced ligo.** *Classical and quantum gravity*, 32(7):074001, 2015.

-
- [50] ALAM, Md. F. et al. **The NANOGrav 12.5 yr Data Set: Wideband Timing of 47 Millisecond Pulsars.** *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 252(1):5, 2020.
- [51] GONCHAROV, Boris et al. **On the evidence for a common-spectrum process in the search for the nanohertz gravitational-wave background with the Parkes Pulsar Timing Array.** *The Astrophysical Journal Letters*, 917(2):L19, 2021.
- [52] CHEN, S. et al. **Common-red-signal analysis with 24-yr high-precision timing of the European Pulsar Timing Array: Inferences in the stochastic gravitational-wave background search.** *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 508(4):4970–4993, 2021.
- [53] NARLIKAR, Jayant Vishnu. ***An introduction to cosmology.*** Cambridge University Press, 2002.
- [54] NIGHTINGALE, James A.; FOSTER, J. David. ***A short course in General Relativity.*** Springer Science & Business Media, 2010.
- [55] MARTINS, Roberto De Andrade. ***Teoria da relatividade especial.*** São Paulo: Livraria da Física, 2012.
- [56] EVENT HORIZON TELESCOPE COLLABORATION et al. **First M87 event horizon telescope results. I. The shadow of the supermassive black hole.** *arXiv preprint arXiv:1906.11238*, 2019.
- [57] José Ademir Sales Lima and Rose Clivia Santos. Do eclipse solar de 1919 ao espetáculo das lentes gravitacionais. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 41, 2019.
- [58] HOGG, David W. et al. **Cosmic homogeneity demonstrated with luminous red galaxies.** *The Astrophysical Journal*, 624(1):54, 2005.
- [59] SCHUTZ, Bernard. ***A first course in general relativity.*** Cambridge university press, 2009.
- [60] WEINBERG, Steven. ***Cosmology.*** OUP Oxford, 2008.
- [61] S. M. CARROL. **Spacetime and Geometry: An Introduction to General Relativity.** *San Francisco*, 2004.
- [62] SOBREIRO, Octávio Augusto Schweickerski. **Modelos cosmológicos com interações no setor escuro.** *Dissertação de mestrado. Universidade Federal do Paraná, Curitiba*, 2011.

-
- [63] MUKHANOV, Viatcheslav. *Physical foundations of cosmology*. Cambridge university press, 2005.
- [64] LINDER, Eric V. **What is the Standard Cosmological Model?** *arXiv preprint arXiv:2105.02903*, 2021.
- [65] LIFSHITZ, Evgenii Mikhailovich. **On the gravitational stability of the expanding universe**. *J. Phys.*, 10:116–129, 1946.
- [66] BARDEEN, James M. **Gauge-invariant cosmological perturbations**. *Physical Review D*, 22(8):1882, 1980.
- [67] SANTOS, Maria Aparecida dos. **Restrições de modelos inflacionários: exponencial utilizando dados da radiação cósmica de fundo**. *Tese de Doutorado. Universidade Federal do Rio Grande do Norte.*, 2018.
- [68] YASUDA, Ivan. *Ricochetes não-singulares em teorias de gravidade modificadas*. Universidade de São Paulo. Tese de doutorado, 2010.
- [69] GRAEF, Leila Lobato. *Cenários unificados para a expansão acelerada do Universo*. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo, 2015.
- [70] WANG, Yi e XUE, Wei. **Inflation and alternatives with blue tensor spectra**. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2014(10):075, 2014.
- [71] FERREIRA, Paulo André Vasconcelos. *Evolução e presente status do cenário inflacionário da cosmologia*. Universidade Federal de Lavras. Dissertação de Mestrado, 2020.
- [72] RYDEN, Barbara. *Introduction to cosmology*. Cambridge University Press, 2017.
- [73] LUCCHIN, Francesco e MATARRESE, Sabino. **Power-law inflation**. *Physical Review D*, 32(6):1316, 1985.
- [74] STAROBINSKY, Alexei A. **A new type of isotropic cosmological models without singularity**. *Physics Letters B*, 91(1):99–102, 1980.
- [75] POSTMA, Marieke and VOLPONI, Marco. **Equivalence of the Einstein and Jordan frames**. *Physical Review D*, 90(10):103516, 2014.

-
- [76] BARBOZA, L. N., GRAEF, L. L., and RAMOS, R. O. **Warm bounce in loop quantum cosmology and the prediction for the duration of inflation.** *Physical Review D*, 102(10):103521, 2020.
- [77] PETER, Patrick e BATTEFELD, Diana. **A critical review of classical bouncing cosmologies.** *Physics Reports*, 571:1–66, 2015.
- [78] BOJOWALD, Martin. **The early universe in loop quantum cosmology.** In *Journal of Physics: Conference Series*, volume 24, page 010. IOP Publishing, 2005.
- [79] ASHTEKAR, Abhay e SINGH, Parampreet. **Loop quantum cosmology: a status report.** *Classical and Quantum Gravity*, 28(21):213001, 2011.
- [80] BERNARDO, Heliudson, BRANDENBERGER, Robert, and FRANZMANN, Guilherme. **String cosmology backgrounds from classical string geometry.** *Physical Review D*, 103(4):043540, 2021.
- [81] CALCAGNI, Gianluca. *Classical and quantum cosmology.* Springer, 2017.
- [82] STEWART, Andrew e BRANDENBERGER, Robert. **Observational constraints on theories with a blue spectrum of tensor modes.** *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2008(08):012, 2008.
- [83] PENZIAS, Arno A.; WILSON, Robert Woodrow. **A measurement of excess antenna temperature at 4080 Mc/s.** *The Astrophysical Journal*, 142:419–421, 1965.
- [84] SILVA, William Jouse Costa da. **Vínculos observacionais em modelos cosmológicos não-aditivos: da viscosidade volumar à dinâmica.** 2019.
- [85] SCOVILLE, Nick et al. **COSMOS: Hubble space telescope observations.** *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 172(1):38, 2007.
- [86] BENITEZ, N. et al. **J-PAS: the Javalambre-physics of the accelerated universe astrophysical survey.** *arXiv preprint arXiv:1403.5237*, 2014.
- [87] SDSS Colaboration. **The tenth data release of the sloan digital sky survey: First spectroscopic data from the sdss-iii apache point observatory galactic evolution experiment.** *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 211(2):17, 2014.
- [88] ABBOTT, Benjamin P. et al. **Localization and broadband follow-up of the gravitational-wave transient GW150914.** *The Astrophysical journal letters*, 826(1):L13, 2016.

-
- [89] EINSTEIN, Albert e ROSEN, Nathan. **On gravitational waves**. *Journal of the Franklin Institute*, 223(1):43–54, 1937.
- [90] WEBER, Joseph. **Detection and generation of gravitational waves**. *Physical Review*, 117(1):306, 1960.
- [91] P. A. R. et al. Ade. **Planck 2015 results**. *Astronomy Astrophysics*, 594:A13, Sep 2016.
- [92] RIESS, Adam G. et al. **A 2.4% determination of the local value of the Hubble constant**. *The Astrophysical Journal*, 826(1):56, 2016.
- [93] MEERBURG, P. Daniel et al. **Multiwavelength constraints on the inflationary consistency relation**. *Physical Review D*, 91(10):103505, 2015.
- [94] ARZOUMANIAN, Zaven and others. **The NANOGrav 12.5 yr data set: search for an isotropic stochastic gravitational-wave background**. *The Astrophysical Journal Letters*, 905(2):L34, 2020.
- [95] VAGNOZZI, Sunny. **Implications of the NANOGrav results for inflation**. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters*, 502(1):L11–L15, 2021.
- [96] KUROYANAGI, Sachiko, TAKAHASHI, Tomo, and YOKOYAMA, Shuichiro. **Blue-tilted tensor spectrum and thermal history of the universe**. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2015(02):003, 2015.
- [97] MAZIERO, Jonas. **Introdução ao método Monte Carlo: exemplos de aplicação**. *Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria*, 2007.
- [98] LANDAU, David P.;BINDER, Kurt. **A guide to Monte Carlo simulations in statistical physics**. Cambridge university press, 2014.
- [99] SCHERER, Cláudio. **Métodos computacionais da física**. Editora Livraria da Física, 2005.
- [100] METROPOLIS, Nicholas. et al. **The beginning of the Monte Carlo method**. *Los Alamos Science*, 15(584):125–130, 1987.
- [101] PAULA, Renato Ricardo de. et al. **Método de Monte Carlo e aplicações**. *Universidade Federal Fluminense, Volta Redonda*, 2017.

-
- [102] LEWIS, Antony and volume=538 number=2 pages=473 year=2000 publisher=IOP Publishing others, journal=The Astrophysical Journal. **Efficient computation of cosmic microwave background anisotropies in closed Friedmann-Robertson-Walker models.**
- [103] LEWIS, Antony and BRIDLE, Sarah. **Cosmological parameters from CMB and other data: A Monte Carlo approach.** *Physical Review D*, 66(10):103511, 2002.
- [104] BEUTLER, Florian et al. **The 6dF Galaxy Survey: baryon acoustic oscillations and the local Hubble constant.** *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 416(4):3017–3032, 2011.
- [105] ROSS, Ashley J et al. **The clustering of the SDSS DR7 main Galaxy sample—I. A 4 per cent distance measure at $z=0.15$.** *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 449(1):835–847, 2015.
- [106] ALAM, Shadab et al. **The clustering of galaxies in the completed SDSS-III Baryon Oscillation Spectroscopic Survey: cosmological analysis of the DR12 galaxy sample.** *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 470(3):2617–2652, 2017.
- [107] SCOLNIC, Daniel et al. **The complete light-curve sample of spectroscopically confirmed SNe Ia from Pan-STARRS1 and cosmological constraints from the combined pantheon sample.** *The Astrophysical Journal*, 859(2):101, 2018.
- [108] VAGNOZZI, Sunny. **New physics in light of the H_0 tension: An alternative view.** *Physical Review D*, 102(2):023518, 2020.
- [109] Peter A. R. ADE et al. **BICEP2/KECK Array V: Measurements of B-mode polarization at degree angular scales and 150 GHz by the KECK Array.** *The Astrophysical Journal*, 811(2):126, 2015.
- [110] AVER, Erik et al. **The effects of He I $\lambda 10830$ on helium abundance determinations.** *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2015(07):011, 2015.
- [111] PEIMBERT, Antonio et al. **The primordial helium abundance and the number of neutrino families.** *Revista mexicana de astronomía y astrofísica*, 52(2):419–424, 2016.

-
- [112] ANCHORDOQUI, Luis A et al. **Dissecting the H0 and S8 tensions with Planck+BAO+ supernova type Ia in multi-parameter cosmologies.** *Journal of High Energy Astrophysics*, 32:28–64, 2021.
- [113] WEN, Z. L. et al. **Mass function of rich galaxy clusters and its constraint on σ_8 .** *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 407(1):533–543, 2010.
- [114] ASGARI, Marika et al. **KiDS-1000 Cosmology: Cosmic shear constraints and comparison between two point statistics.** *Astronomy & Astrophysics*, 645:A104, 2021.
- [115] AN, Rui, FENG, Chang, and WANG, Bin. **Relieving the tension between weak lensing and cosmic microwave background with interacting dark matter and dark energy models.** *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2018(02):038, 2018.