

UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE  
INSTITUTO DE FÍSICA

CAPTURA DE MATÉRIA ESCURA POR ESTRELAS DE  
NÊUTRONS QUENTES

FELIPE PALMEIRA LYRA

Niterói, Fevereiro de 2022

**FELIPE PALMEIRA LYRA**

**CAPTURA DE MATÉRIA ESCURA POR ESTRELAS DE NÊUTRONS  
QUENTES**

Dissertação apresentada junto ao programa de **Pós Graduação em Física** da **Universidade Federal Fluminense**, como requisito parcial à obtenção do título de **Mestre em Ciências**.

**Orientador:**

Prof. Dr. Rodrigo Picanço Negreiro.

Niterói, 2022

**FELIPE PALMEIRA LYRA**

**CAPTURA DE MATÉRIA ESCURA POR ESTRELAS DE NÊUTRONS  
QUENTES**

Dissertação apresentada ao programa de **Pós Graduação em Física** da **Universidade Federal Fluminense**, como requisito à obtenção do título de **Mestre em Ciências**.

**Data de aprovação:**  
08/03/2022

**Banca Examinadora:**

---

**Prof. Dr. Rodrigo Picanço Negreiros**  
UFF

---

**Prof. Dr. Gabriel Denicol**  
UFF

---

**Prof. Dr. Manoel Malheiro**  
ITA

Ficha catalográfica automática - SDC/BIF  
Gerada com informações fornecidas pelo autor

L992c Lyra, Felpie Palmeira  
Captura de Matéria Escura por Estrelas de Nêutrons Quentes  
/ Felpie Palmeira Lyra ; Rodrigo Picanço Negreiros,  
orientador. Niterói, 2022.  
50 f. : il.

Dissertação (mestrado)-Universidade Federal Fluminense,  
Niterói, 2022.

DOI: <http://dx.doi.org/10.22409/PPGF.2022.m.05999160529>

1. Estrelas de Nêutrons. 2. Matéria Escura. 3.  
Resfriamento. 4. Produção intelectual. I. Negreiros, Rodrigo  
Picanço, orientador. II. Universidade Federal Fluminense.  
Instituto de Física. III. Título.

CDD -

*Dedicatória aos meus queridos pais, Ana e Vitor.*

## AGRADECIMENTOS

Gostaria de dedicar este trabalho aos meus pais, Ana e Vitor. Devido à pandemia de COVID-19, tive muitos motivos para desistir. Sem eles, eu jamais teria chegado aqui. Por isso, eles têm minha eterna gratidão e meu eterno amor.

Ao meu orientador, Rodrigo, por toda a paciência e dedicação ao longo dos últimos anos; por saber exatamente quando puxar minha orelha por alguma falta e quando me elogiar por um trabalho bem feito.

Agradecer aos meus amigos de infância, Juan e Celso, que sempre se mostram entusiasmados quando falo de coisas que aprendo sobre física e me estimulam a falar sobre o que faço e aprendo dentro da faculdade.

Aos meus amigos, Bruna e Caio, por sempre me auxiliarem, de alguma forma, seja com dicas para resolver uma questão de uma lista ou com conselhos sobre organização.

Ao Paulo, que me estimula sempre a ser melhor. "Estude!".

Finalmente, quero agradecer à CAPES, pelo apoio financeiro durante o meu mestrado.

*"Tudo o que temos de decidir é o que fazer  
com o tempo que nos é dado"*

**J.R.R. Tolkien**, Senhor dos Anéis, A  
Sociedade do Anel

## RESUMO

O presente estudo tem como principal ambição analisar relação entre o resfriamento de uma estrela de nêutrons e a quantidade de matéria escura que este objeto pode acretar ao longo de sua vida. Nesse contexto, pode-se inferir duas condições para que as estrelas de nêutrons existam e alcancem pelo menos  $10^9$  anos: a massa acretada não colapsa gravitacionalmente; ou, ao colapsar, o buraco negro formado a partir desse processo evaporar mais rápido do que ganhar massa. Na região de massa presente neste trabalho, será mostrado que o colapso só acontece se a matéria escura for bosônica e, por conta dessa propriedade e do ambiente ao redor do núcleo da estrela, haverá a formação de um condensado de Bose-Einstein antes do colapso. Em vista disso, o número de partículas necessárias para se formar um BEC,  $N_{bec}$ , no interior da estrela; e o tempo de termalização dessas partículas,  $t_{th}$ , são as duas grandezas que se relacionam com a temperatura central da estrela. Através da evolução térmica, pode-se, então, estudar como  $N_{bec}$  e  $t_{th}$  se comportam ao longo da vida da estrela. Por conseguinte, as restrições teóricas que surgem da evolução dessas grandezas demonstram que considerar a idade final da estrela, quando já está resfriada, é suficiente para obter um perfil de exclusão da seção de choque da matéria escura em função do seu valor de massa.

**Palavras-chave:** Estrelas de Neutrons. Matéria Escura. Resfriamento.

## ABSTRACT

The main ambition of the present work is to analyze the relation of the cooling of a neutron star and the quantity of dark matter that this object can accrete in its lifetime. In this context, two conditions can be inferred for neutron stars to exist and reach at least  $10^9$  years: the accumulated mass in the star's core does not gravitationally collapse; or, if it does collapse, the formed black hole from this process evaporates faster than it gains mass. For the mass region present in this work, it will be shown that the collapse will take place only if the dark matter is bosonic and, because of this property and the environment around the star's core, it will form a Bose-Einstein condensate before the collapse. Hence, the required number of particles for a Bose-Einstein condensate to form,  $N_{bec}$ , and the time spent on the thermalization of these particles,  $t_{th}$ , are related with the central temperature of the star. Through the thermal evolution it is possible to study the behaviour of  $N_{bec}$  and  $t_{th}$  throughout the lifespan of a neutron star. Therefore, the theoretical limits that arise from the evolution of these quantities demonstrates that the final years of a neutron star, once it has cooled down, are sufficient to get an exclusion profile of the cross section as a function of its mass.

**Keywords:** Neutron Stars. Dark Matter. Cooling.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Limites superiores nas seções de choque da matéria escura como função da sua massa (retirado de [1]). . . . .	18
Figura 2.1 – Representação simplificada da região onde as partículas com órbitas que satisfazem a condição $r_{per} \leq R_S$ (em cinza) e podem espalhar com a matéria da estrela. Em vermelho um exemplo de partícula que não satisfaz a condição. Sendo $r$ o raio de uma partícula de teste, $r_{per}$ o raio do periélio da órbita de uma dada partícula e $R_S$ o raio da estrela que está acretando matéria escura. . . . .	23
Figura 2.2 – Vista do plano $\theta = \pi/2$ , com apenas uma partícula de velocidade $\nu$ entrando na região delimitada por $R_0$ . . . . .	24
Figura 2.3 – Quantidades necessárias para o colapso da matéria escura em um buraco negro. Em verde e azul as quantidades necessárias para o colapso gravitacional de uma estrela fermiônica e bosônica, respectivamente. Em roxo a massa total máxima que pode ser acretada pela estrela durante $10^9$ anos. Estrela com $M_S = 1.4M_\odot$ e $R_S = 10\text{km}$ . . . . .	30
Figura 2.4 – Exemplo para as imposições dadas pelo conjunto de equações 44. A curva rotulada com 'Limite - Acretada' representa a fronteira imposta sobre a matéria escura acretada e a rotulada com 'Limite - Buraco Negro' a fronteira imposta sobre o colapso da matéria acumulada. No interior dessas fronteiras está a região de exclusão, preenchida de roxo. . . . .	33
Figura 3.1 – Exemplo de resfriamento de duas estrelas de nêutrons distintas, rotulado na figura. . . . .	39
Figura 4.1 – Gráfico mostra o número de partículas necessárias para a formação de um BEC ( $N_{BEC}$ , em roxo) e os números máximos ( $f = 1$ ) de partículas acumuladas no interior de uma estrela de $13.96\text{km}$ de raio e de $1.68M_\odot$ de massa, $(M_t/m_\chi)$ para $m_\chi = 0.1 \text{ GeV}$ (em verde) e $m_\chi = 1 \text{ TeV}$ (em azul). . . . .	41
Figura 4.2 – Tempo necessário para a formação do BEC (em verde para $m_\chi = 0.1 \text{ GeV}$ e em azul para $m_\chi = 1 \text{ TeV}$ ) em comparação com a idade da estrela. A estrela possui $13.96\text{km}$ de raio e $1.68M_\odot$ de massa. . . . .	42
Figura 4.3 – Tempo necessário para termalização das partículas que entram na estrela de $13.96\text{km}$ de raio e $1.68M_\odot$ de massa em comparação com a idade da mesma. . . . .	43
Figura 4.4 – Perfil de resfriamento ( $T_c$ ) para o interior da estrela estudada ( $M_s = 1.68M_\odot$ e $R_s = 13.96\text{km}$ ). . . . .	43

Figura 4.5 – Evolução das restrições do sistema com o passar do tempo para uma estrela com $1.68M_{\odot}$ de massa e $13.96km$ de raio. . . . .	44
Figura 4.6 – Comparação entre os perfis de outras equações de estado em $10^9$ anos, com massas de $1.4M_{\odot}$ e raios de $13.36km$ [46]; $13.33km$ [47]; $13.04km$ [48]; $12.72km$ [49]; e $12.55km$ [50]. . . . .	44
Figura 4.7 – Solução utilizada para os problemas numéricos encontrados . . . . .	45

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Lista com os processos de emissão de neutrinos relevantes para o interior de estrelas de nêutrons [12, 45]. . . . .	39
Tabela 3.2 – Lista de processos possíveis com quarks [12]. . . . .	40

# SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO . . . . .	16
1.1	Contexto Histórico . . . . .	16
1.2	Motivação . . . . .	17
1.3	Organização do Trabalho . . . . .	18
2	MATÉRIA ESCURA EM ESTRELAS DE NÊUTRONS . . . . .	19
2.1	Introdução . . . . .	19
2.2	Geometria do Espaço-Tempo . . . . .	20
2.3	Equação de Geodésica . . . . .	22
2.4	Fluxo Incidente . . . . .	24
2.5	Espalhamento . . . . .	26
2.6	Propriedade Quântica da Matéria Escura . . . . .	29
2.7	Destruição da Estrela de Nêutrons . . . . .	31
3	EVOLUÇÃO TÉRMICA . . . . .	35
3.1	Equações de estrutura . . . . .	35
3.2	Equilíbrio Térmico e Transporte de Energia . . . . .	37
3.3	Resfriamento . . . . .	38
3.4	Emissão de Neutrinos . . . . .	40
4	EVOLUÇÃO DA MATÉRIA ESCURA NO INTERIOR DE UMA ESTRELA DE NÊUTRONS . . . . .	41
5	CONCLUSÃO . . . . .	46
	Bibliografia . . . . .	48

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 CONTEXTO HISTÓRICO

A definição moderna de matéria escura (DM - Dark Matter) é atribuída a uma classe de partículas não bariônicas responsável por 84.4% de toda a densidade de matéria e por 26.4% de toda densidade de energia do Universo no modelo cosmológico  $\Lambda$ CDM (Lambda Cold Dark Matter) [1]. Apesar da nomenclatura não ser recente na história da ciência [2], só em 1933 é que surgiu a primeira evidência que comprovaria a sua existência, com Fritz Zwicky, através da proposta conhecida como *missing mass* [3]. Zwicky aplicou o Teorema de Virial para estimar a massa do aglomerado de galáxias de Coma (Coma cluster) e estimou que a razão entre massa total do aglomerado e a massa observada, baseada nos objetos luminosos, era de cerca de 400. Nota-se que até o início do século 20, acreditava-se que praticamente toda a matéria do Universo residia nas estrelas [4].

Desde que a comunidade científica se deu conta da problemática proposta por Zwicky, muitos esforços tem sido feitos na tentativa de explicar a falta de massa observada. De experimentos de detecção direta, como os realizados por equipes do ATLAS e CMS no LHC [5], e indireta, como [6], até teorias alternativas de gravitação que excluem a existência de matéria escura, como [7].

Antes da descoberta do nêutron, Lev Landau previu a existência das estrelas de nêutrons que, segundo ele, seriam estrelas estranhas cujo sistema violaria a mecânica quântica [8]. Ulterior à descoberta do nêutron e pouco depois da publicação do estudo acerca do aglomerado de Coma, Fritz Zwicky e Walter Baade publicam um artigo que, pela primeira vez, propôs a existência de estrelas de nêutrons (NS - Neutron Stars) [9]: estrelas remanescentes de explosões de supernovas cuja progenitora possuía uma massa estimada de  $8M_{\odot} \lesssim M_{star} \lesssim 25M_{\odot}$ , vencendo a pressão de degenerescência dos elétrons e cujo material não colapsa por conta da degenerescência dos nêutrons, exibindo densidades de até  $10^{14}g/cm^3$ . Ainda na mesma década, Robert Oppenheimer e George Volkoff publicaram um artigo [10] no qual fluídos estáticos e esfericamente simétricos, aliados à conservação de energia e momento, no formalismo das equações de campo de Einstein, deram forma à chamada equação de TOV (Tolman-Oppenheimer-Volkoff) que, somada à equação de continuidade de massa, formam o conjunto de equações diferenciais acopladas mais usadas para se construir uma família de estrelas à luz da relatividade geral. Contemporâneo à predição teórica das NS e à equação de TOV estão as regras de seleção do decaimento beta e a descoberta do processo Urca [11], ambos importantes no que diz respeito ao resfriamento de estrelas de nêutrons, uma vez que o principal mecanismo de resfriamento

dessas estrelas, durante aproximadamente os seus primeiros mil anos, se dá através da emissão de neutrinos [12, 13].

Uma vez que a matéria escura interage com a matéria comum, principalmente através da gravidade, é completamente plausível a premissa de que objetos com campos gravitacionais intensos possam acumular DM em seus interiores ao longo de sua vida. Em 1985, William H. Press e David N. Spergel estudaram o que aconteceria com as partículas aglomeradas no interior do Sol e observaram dois fatos: a matéria escura poderia perder energia para a estrela através de múltiplos espalhamentos; e esse fenômeno poderia, a princípio, determinar algum tipo de assinatura nas curvas de resfriamento do Sol [14, 15].

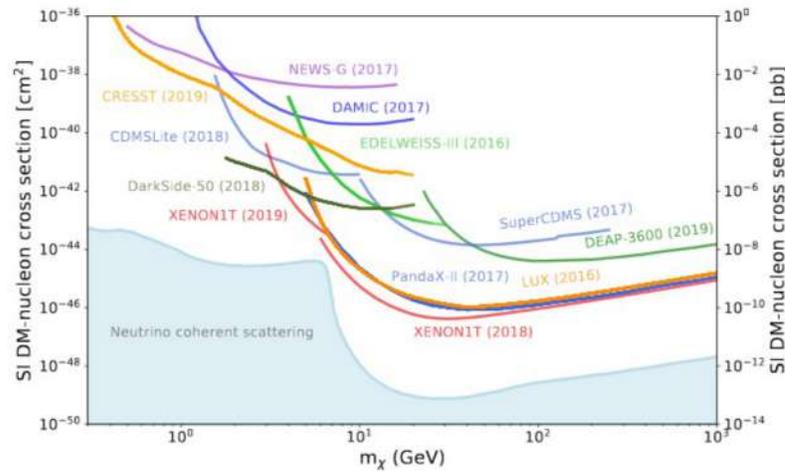
Antes da detecção da primeira NS, muitas das propriedades dessas estrelas já eram estudadas. Em torno de 1960, a evolução térmica dessas estrelas passou a ser um mecanismo de sondagem dos dados observacionais e foi o responsável pela indicação de que os objetos presentes nos centros de galáxias não eram NS [16]. Ainda na mesma década, aconteceram as primeiras detecções do que vieram a ser chamadas de pulsares, que são estrelas de nêutrons com rotações intensas e que, devido aos seus campos magnéticos poderosos, irradiam energia eletromagnética.

A partir de então, estudar as estrelas de nêutrons se tornou um excelente e importante laboratório natural para estudos e testes de diversos campos e teorias físicas. As propriedades micro e macroscópicas dessas estrelas estão diretamente ligadas. Modelar estas estrelas — encontrar uma família de estrelas — é sinônimo de construir a sua composição microscópica, que, por sua vez, só pode ser estudada a partir das interações nucleares entre os seus componentes. A imprecisão com a qual as forças nucleares são medidas dão abertura para uma enorme quantidade de testes de teorias nucleares, que governam a relação entre energia e pressão no interior dessas estrelas, chamada de Equação de Estado (EOS - Equation of State). A composição destas estrelas também está ligada ao transporte de energia no seu interior, e, dessa forma, é de grande importância para o estudo do resfriamento.

## 1.2 MOTIVAÇÃO

Diante das fortes evidências que favorecem a existência de matéria escura, que vem crescendo na comunidade científica para explicar uma série de dados observáveis — como as curvas de rotação das galáxias, os efeitos de lentes gravitacionais, a formação de galáxias, CMB (Cosmic Microwave Background - radiação cósmica de fundo), entre outros — [17], estudar e entender as suas propriedades é de grande importância. Uma grande quantidade de experimentos que visam a sua detecção, realizados por diversos grupos de colaboração, já sondaram toda a região de massa da faixa de MeV e apresentam resultados

Figura 1.1 – Limites superiores nas seções de choque da matéria escura como função da sua massa (retirado de [1]).



consistentes entre si no que diz respeito à seção de choque, como na figura 1.1. Além disso, demandaram-se esforços para tentar encontrar assinaturas da presença de DM acretada nas estrelas de nêutrons através das curvas de resfriamento delas, mas sem sucesso [18, 19]. Tendo isso em vista, as motivações para o estudo proposto por este trabalho são: *(i)* estudar os limites impostos pela teoria para a região de massa presentes na literatura (GeV); e *(ii)* observar se o perfil de resfriamento de uma NS pode interferir na quantidade de DM acretada.

### 1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Esta dissertação está organizada em 5 capítulos. Neste primeiro capítulo, foi apresentada a contextualização dos problemas que serão abordados e trabalhados. No próximo capítulo, será construída a teoria de acreção de matéria escura por estrelas de nêutrons no formalismo da relatividade geral. No capítulo 3, serão estudadas as equações utilizadas para examinar a evolução térmica de uma estrela, ainda no formalismo da relatividade geral. No capítulo 4, estão os objetos principais da pesquisa e as contribuições acerca da união das teorias construídas nos dois capítulos anteriores. No capítulo 5, são exibidas as conclusões do trabalho e uma análise de tudo o que foi feito, de forma a deixar sugestões para trabalhos futuros.

## 2 MATÉRIA ESCURA EM ESTRELAS DE NÊUTRONS

### 2.1 INTRODUÇÃO

A matéria escura é uma classe completamente misteriosa de matéria. Uma pessoa presa dentro de uma sala feita de matéria escura seria capaz de enxergar tudo que acontece fora desta sala, pois os fótons não 'sentem' a presença dela.

Para estudar a matéria escura é necessário modelá-la e a sua modelagem está diretamente ligada à natureza da física além do modelo padrão (Beyond Standard Model — BSM)[1].

Este trabalho visa o estudo da matéria escura que acumula no interior das estrelas. Para que isso seja possível, é suposto que as partículas de DM interagem com a matéria comum, mesmo que de maneira extremamente fraca, além da já evidenciada interação gravitacional, para que estas possam perder energia através de espalhamentos e, com o passar do tempo, se acumulem no interior das estrelas.

Para a física de partículas do modelo padrão, assumir que a DM interage com a matéria comum, mesmo que indiretamente, implica em uma contribuição quadrática para a chamada Massa de Higgs (*Higgs Mass*). Esse é o chamado Problema de Hierarquia (*Hierarchy Problem*) e partículas de fora do modelo padrão que interagem fracamente com a matéria do universo observável devem ser escolhidas de forma cuidadosa para resolvê-lo [20].

A faixa de massas de DM abordadas por este trabalho está na faixa de GeV, 3 ordens de grandeza abaixo da região prevista teoricamente onde deve haver uma 'nova física' (BSM) [20]. Por isso levam-se em conta as chamadas **WIMP's** (*Weakly Interacting Massive Particles* — Partículas Massivas de Interações Fracas) como candidatas à DM. Essas também oferecem uma explicação para a abundância de DM e a falta de suas anti-partículas (a assimetria de DM).

Existem outras hipóteses de partículas interessantes que possuem mecanismos diversos para a descrição da matéria escura, como os **Dark Photons**, **Axions** e **Sterile Neutrinos**, cada um abordando diferentes aspectos da física além do modelo padrão, mas que não farão parte deste trabalho.

Neste capítulo, serão construídas as ferramentas necessárias para estudar o acúmulo de matéria escura no interior de Estrelas de Nêutrons, desde a geometria do espaço-tempo

ao redor da estrela de referência e a acreção de matéria escura por essa; até as condições para que a estrela mantenha sua estabilidade, considerando-se o Modelo Padrão de Halo (SHM) [21, 22], que restringe o estudo à estrelas estáticas no referencial do halo de DM.

Ao longo de todo esse trabalho, serão consideradas as ditas *unidades geometrizadas*:  $G = c = 1$ .

## 2.2 GEOMETRIA DO ESPAÇO-TEMPO

Primeiramente, é necessário modelar a geometria do espaço-tempo no interior e no exterior de uma estrela esfericamente simétrica. Para uma distribuição estática, o elemento de linha é definido como:

$$\begin{aligned} ds^2 &= g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = B(r) dt^2 - A(r) dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin(\theta)^2 d\varphi^2 \\ &= e^{2\Phi(r)} dt^2 - e^{2\Lambda(r)} dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin(\theta)^2 d\varphi^2. \end{aligned} \quad (1)$$

Supondo que a matéria estelar é um fluido perfeito, seu tensor de energia-momento é dado por

$$T^{\mu\nu} = -Pg^{\mu\nu} + (\epsilon + P)u^\mu u^\nu \quad (2)$$

onde  $g^{\mu\nu}$  é o tensor métrico;  $P$  a pressão;  $\epsilon$  a densidade de energia; e  $u^\mu = \frac{dx^\mu}{d\tau}$  é a quadrivelocidade do elemento de fluido. Para construir a estrutura do espaço-tempo na região de uma estrela com a métrica dada por (1) e o tensor de energia momento dado por (2), basta usar a equação de campo de Einstein

$$G^{\mu\nu} = 8\pi T^{\mu\nu}. \quad (3)$$

Para a equação acima são importantes as definições do Tensor de Einstein, o Tensor de Ricci e a curvatura escalar, respectivamente:  $G^{\mu\nu} = R^{\mu\nu} - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}R$ ;  $R^{\mu\nu}$ ; e  $R = g_{\mu\nu}R^{\mu\nu}$ .

A definição para o tensor de Ricci  $R_{\mu\nu} \equiv R^\alpha{}_{\mu\beta\nu}\delta^\beta{}_\alpha$  é dada por

$$R^\alpha{}_{\mu\beta\nu} = \frac{\partial\Gamma^\alpha{}_{\mu\beta}}{\partial x^\nu} - \frac{\partial\Gamma^\alpha{}_{\mu\nu}}{\partial x^\beta} + \Gamma^\alpha{}_{\beta\gamma}\Gamma^\gamma{}_{\mu\nu} - \Gamma^\alpha{}_{\beta\nu}\Gamma^\gamma{}_{\mu\beta} \quad (4)$$

sendo  $\Gamma^{\alpha}_{\beta\gamma} = \frac{g^{\alpha\sigma}}{2} \left[ \frac{\partial g_{\sigma\beta}}{\partial x^{\gamma}} + \frac{\partial g_{\sigma\gamma}}{\partial x^{\beta}} - \frac{\partial g_{\beta\gamma}}{\partial x^{\sigma}} \right]$  os símbolos de Christoffel de segunda espécie, então, para a métrica aqui considerada (1), as componentes não nulas do tensor de Ricci são

$$\begin{aligned} R_{00} &= \left( -\Phi'' + \Lambda'\Phi' - \Phi'^2 - \frac{2\Phi'}{r} \right) e^{2(\Phi-\Lambda)} \\ R_{11} &= -\Phi'' - \Lambda'\Phi' + \Phi'^2 - \frac{2\Phi'}{r} \\ R_{22} &= (1 + r\Phi - r\Lambda) e^{2\Lambda} - 1 \\ R_{33} &= R_{22} \text{sen}^2(\theta). \end{aligned} \quad (5)$$

Na região externa à estrela esférica, onde não existe matéria ( $\rho = P = 0$ ) vale que  $G^{\mu\nu} = 0$ , o que implica em  $R^{\mu\nu} = \frac{1}{2}g^{\mu\nu}R = 0$ . Aplicando esta condição, a solução para fora da estrela, conhecida como solução de Schwarzschild [23], pode ser calculada como

$$\begin{aligned} e^{2\Lambda(r)} = A(r) &= \left( 1 - \frac{2M_S}{r} \right)^{-1} \\ e^{2\Phi(r)} = B(r) &= A(r)^{-1}, \end{aligned} \quad (6)$$

com  $M_S$  representando a massa da estrela e  $r$  a distância radial, saindo do centro da estrela. Para o interior da estrela, deve-se considerar a conservação de energia-momento, dada pela equação  $D_{\mu}T^{\mu\nu} = \partial_{\mu}T^{\mu\nu} + \Gamma^{\nu}_{\beta\mu}T^{\beta\mu} + \Gamma^{\mu}_{\beta\mu}T^{\nu\beta} = 0$ ; e aplicá-la à equação de campo de Einstein (3), que conduzirá à equação de TOV (Tolman-Oppenheimer-Volkoff), dada por

$$\frac{dP}{dr} = -(P(r) + \epsilon(r)) \frac{d\Phi}{dr} \quad (7)$$

onde  $P(r)$  é a pressão e  $\epsilon(r)$  é a densidade de energia. Além da equação acima, deve-se, também, tomar a definição da massa contida numa região de raio  $r$   $M(r) = 4\pi \int_0^r \epsilon(r') dr'$ . Com algumas manipulações algébricas encontra-se uma expressão para  $\Phi$ :

$$\Phi(r) = \int_0^r \frac{1}{r'^2} \frac{(M(r') + 4\pi r'^3 P(r'))}{1 - \frac{2M(r')}{r'}} dr' \quad (8)$$

onde  $P(r)$  é a densidade de pressão e  $\epsilon(r)$  é a densidade de energia. Logo, as componentes da métrica no interior da estrela são dadas pelas seguintes equações:

$$\begin{aligned} A(r) &= \left(1 - \frac{2M(r)}{r}\right)^{-1} = e^{2\Lambda(r)} \\ B(r) &= e^{2\Phi(r)} \end{aligned} \quad (9)$$

### 2.3 EQUAÇÃO DE GEODÉSICA

Sendo  $\tau$  o tempo próprio da partícula, lembrando que  $c = 1$ , e seguindo as ideias presentes em [24, 25], fazendo com que  $ds^2 = d\tau^2$  na equação (1); e com que o movimento das partículas seja restrito ao plano  $\theta = \pi/2$ , tem-se

$$\begin{aligned} d\tau^2 &= B(r)dt^2 - A(r)dr^2 - r^2d\varphi^2 = \left[ B(r)\frac{dt^2}{d\tau^2} - A(r)\frac{dr^2}{d\tau^2} - r^2\frac{d\varphi^2}{d\tau^2} \right] d\tau^2 \\ \Rightarrow 1 &= \left[ B(r)\frac{dt^2}{d\tau^2} - A(r)\frac{dr^2}{d\tau^2} - r^2\frac{d\varphi^2}{d\tau^2} \right]. \end{aligned} \quad (10)$$

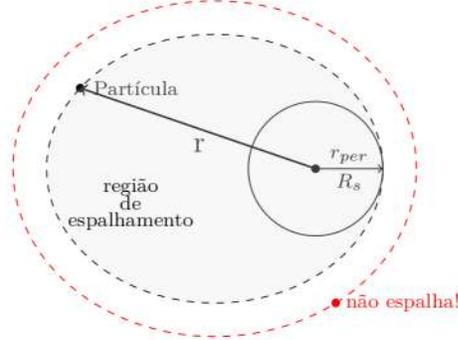
As equações de movimento podem ser encontradas a partir das simetrias impostas pelo problema: (i) independência temporal e (ii) simetria polar no plano  $\theta = \pi/2$ . Dado que o sistema estudado é de uma força central, (i) e (ii) são consequências diretas das conservações de energia e momento, respectivamente. Sabendo que as componentes temporal e angular do quadrimomento da partícula  $p_\mu$  estão relacionadas com a energia e com o momento angular, respectivamente, de maneira genérica, pode-se escrever  $p_0 = m \cdot e$  e  $p_\varphi = m \cdot J$ , onde  $e$  e  $J$  representam a energia por unidade de massa e o momento angular por unidade de massa, ou ainda, a densidade de energia e densidade de momento, respectivamente. Assim, pode-se escrever

$$\begin{aligned} (i) \Rightarrow p^0 &= g^{00}p_0 = B(r)^{-1}p_0 \Rightarrow \frac{dt}{d\tau} = \frac{e}{B(r)} \\ (ii) \Rightarrow p^\varphi &= p^{\varphi\varphi}p_\varphi = r^{-2}p_\varphi \Rightarrow \frac{d\varphi}{d\tau} = \frac{J}{r^2}. \end{aligned} \quad (11)$$

Substituindo as expressões acima na equação (10) e fazendo algumas manipulações algébricas, encontra-se a equação que define a trajetória das partículas no plano equatorial:

$$\frac{A(r)}{r^4} \left( \frac{dr}{d\varphi} \right)^2 + \frac{1}{r^2} - \frac{e^2}{J^2 B(r)} = -\frac{1}{J^2}. \quad (12)$$

**Figura 2.1** – Representação simplificada da região onde as partículas com órbitas que satisfazem a condição  $r_{per} \leq R_S$  (em cinza) e podem espalhar com a matéria da estrela. Em vermelho um exemplo de partícula que não satisfaz a condição. Sendo  $r$  o raio de uma partícula de teste,  $r_{per}$  o raio do periélio da órbita de uma dada partícula e  $R_S$  o raio da estrela que está acretando matéria escura.



As variáveis  $J$  e  $e$  são invariantes de movimento que podem ser definidas muito longe da estrela, onde valem as aproximações de campo fraco. Seja essa distância  $r = R_0$ , com  $R_0 \rightarrow \infty$ , onde se definem as variáveis pelas expressões

$$J \equiv R_0^2 \sin^2(\theta) \left( \frac{d\varphi}{d\tau} \right) = \nu R_0 \sin(\alpha) \quad (13)$$

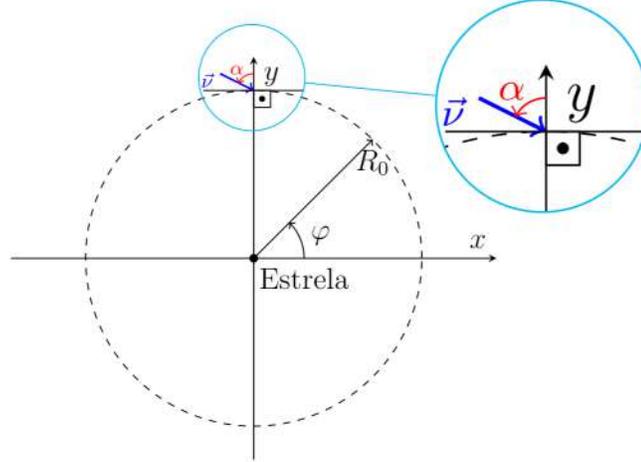
$$e \equiv \left( 1 - \frac{2M_S}{R_0} \right) \frac{dt}{d\tau} = (1 - 2E_0) = 1 \quad (14)$$

onde  $J$  é o momento angular por unidade de massa e  $E_0 \equiv \frac{1}{2}\nu^2$  é a energia por unidade de massa. O ângulo  $\alpha$  diz respeito ao ângulo incidente da partícula de teste sobre o plano tangente à esfera de raio  $R_0$  centrada na estrela, como mostrado na figura 2.2. As definições acima só valem para  $R_0 \rightarrow \infty$ , onde o tecido do espaço-tempo é plano. Por isso, é importante tomar cuidado ao definir  $R_0$  no momento da integração numérica.

A equação (12) define a órbita para a partícula de matéria escura e, por isso, fixa a menor distância dessa trajetória como  $r_{per}$ , o raio do periélio, quando a órbita é elíptica. Para que a partícula espalhe ao menos uma vez na estrela, é essencial que  $r_{per}$  seja no máximo igual ao raio  $R_S$  da estrela  $r_{per} \leq R_S$ , como na figura 2.1. Matematicamente o periélio de uma órbita pode ser definido como

$$\left. \frac{dr}{d\varphi} \right|_{r=r_{per}} = 0 \quad (15)$$

Figura 2.2 – Vista do plano  $\theta = \pi/2$ , com apenas uma partícula de velocidade  $\nu$  entrando na região delimitada por  $R_0$ .



que implica na seguinte condição sobre o momento angular de cada partícula

$$J^2 \leq J_{max}^2 = R_S^2 \left[ \frac{1}{\left(1 - \frac{2M_S}{R_S}\right)} - 1 \right] \quad (16)$$

## 2.4 FLUXO INCIDENTE

Agora que toda a estrutura do espaço-tempo está construída, impondo a restrição (16) às partículas de matéria escura, é de interesse buscar quantas partículas estão sendo acumuladas pela estrela.

No cenário em que uma única partícula cruza a região delimitada por  $R_0 \rightarrow \infty$ , em  $\varphi = \pi/2$  e com velocidade  $\nu$ , tem-se uma figura como a 2.2. A velocidade radial,  $\nu \sin(\alpha)$ , é a responsável pela 'queda' da partícula, de forma que uma pequena alteração na velocidade seja  $d\nu$ ; e no ângulo seja  $\cos(\alpha)d\alpha$ . Para uma distribuição de velocidades  $p(\nu)$ , o número de partículas com velocidades entre  $\nu$  e  $\nu + d\nu$  e com ângulos  $\alpha$  e  $\alpha + d\alpha$  é  $dN = p(\nu)\nu \sin(\alpha)d\nu \cos(\alpha)d\alpha$ . Da figura 2.2, facilmente pode-se dizer que  $\alpha$  está limitado à região  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right)$ , para garantir que as partículas não estão saindo da estrela.

O elemento de área na superfície de uma região esférica arbitrária de raio  $r$  é  $dA = r^2 \sin(\theta)d\theta d\varphi$ . Assim, para o raio  $R_0$  e  $\theta = \pi/2$ , o elemento de área é  $dA = R_0^2 \delta(\theta - \pi/2)d\theta d\varphi$ . A área total da estrela acretando partículas é  $A = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi dA = 2\pi R_0^2$  e o fluxo de partículas por unidade de tempo  $dF = A \cdot dN$  que atravessa a esfera de raio  $R_0$

é

$$dF = 2\pi R_0^2 p(\nu) \nu d\nu \cos(\alpha) \sin(\alpha) d\alpha. \quad (17)$$

É importante ressaltar que  $R_0 \rightarrow \infty$ , para garantir que a estrela está atraindo toda a matéria escura disponível. Fisicamente, o efeito gravitacional da estrela morre a uma distância suficientemente grande, entretanto, essa atração vai até o infinito, do ponto de vista matemático. Por argumentos de continuidade, o número de partículas que atravessam a esfera fixada em  $R_0$  deve ser igual ao número de partículas que atravessam a superfície da estrela.

O modelo SHM é definido por uma distribuição suave de massas e velocidades, que implica em uma distribuição de Maxwell-Boltzmann para a matéria escura

$$p(\nu) d\nu = n_\chi \left( \frac{1}{\pi \nu_0^2} \right)^{3/2} 4\pi \nu^2 e^{-\frac{\nu^2}{\nu_0^2}} d\nu \quad (18)$$

onde  $n_\chi$  representa a densidade de número de DM do halo; e  $\nu_0$  é a velocidade média da distribuição DM. Reescrevendo a equação (17)

$$dF = \nu \left( n_\chi \left( \frac{1}{\pi \nu_0^2} \right)^{3/2} 4\pi \nu^2 e^{-\frac{\nu^2}{\nu_0^2}} d\nu \right) 2\pi R_0^2 \cos(\alpha) \sin(\alpha) d\alpha \quad (19)$$

Antes de calcular o valor de F, é conveniente reescrever a equação (19) em termos das variáveis J e  $E_0$ . Para isso, é necessário fazer uma transformação Jacobiana. Partindo das equações (13) e (14), e sabendo que  $d(\cos^2(x)) = 2\cos(x)\sin(x)dx$ , então a expressão do Jacobiano  $j(\alpha, \nu, E_0, J^2)$  é dada por

$$j(\alpha, \nu, E_0, J^2) \equiv \left| \frac{\partial(\cos^2(\alpha), \nu)}{\partial(E_0, J^2)} \right| = \frac{1}{(2E_0)^{3/2} R_0^2} \quad (20)$$

e a equação (19) fica nos moldes desejados

$$dF = n_\chi \left( \frac{1}{\pi \nu_0^2} \right)^{3/2} 4\pi^2 e^{-\frac{2E_0}{\nu_0^2}} dE_0 dJ^2 \quad (21)$$

Finalmente, utilizando a condição de (16) e a equação (21), calcula-se o número de partículas que cruzam a superfície da esfera por unidade de tempo  $F$

$$\begin{aligned} F &= n_\chi \left( \frac{1}{\pi \nu_0^2} \right)^{3/2} 4\pi^2 \int_0^\infty e^{-\frac{2E_0}{\nu_0^2}} dE_0 \int_0^{J_{max}^2} dJ^2 \\ &= n_\chi \left( \frac{1}{\pi \nu_0^2} \right)^{3/2} 4\pi^2 R_S^2 \frac{\nu_0^2}{2} \left[ \left( 1 - \frac{2M_S}{R_S} \right)^{-1} - 1 \right] \end{aligned} \quad (22)$$

Rearranjando os termos da ultima equação, obtém-se:

$$F = n_\chi \frac{4\sqrt{\pi}}{\nu_0} \frac{R_S M_S}{\left( 1 - \frac{2M_S}{R_S} \right)} \quad (23)$$

## 2.5 ESPALHAMENTO

Apesar de obter o conjunto de partículas que podem ser capturadas pelo campo gravitacional da estrela, dado por  $F$  na equação (23), é necessário, ainda, assegurar que essas vão ficar presas ao interior da estrela.

Para isso, é preciso calcular o número efetivo de partículas,  $f$ , que espalham, ao menos uma vez, no interior da estrela. Assumindo que a matéria escura possa espalhar com a matéria da estrela, então a expressão usada para calcular  $f$  é dada por [18, 26, 27]

$$f = \left\langle 1 - e^{-\int \sigma_\chi n_b dl} \right\rangle \quad (24)$$

onde os colchetes angulares representam a média de todas as trajetórias possíveis das partículas de matéria escura;  $\sigma_\chi$  representa a seção de choque efetiva da matéria escura com a matéria no interior da estrela; e  $n_b$  é a densidade de número local de bárions.

Se a estrela estudada for formada apenas de matéria bariônica e elétrons,  $\sigma_\chi$  pode ser representado em função das seções de choque DM-nêutron e DM-próton como [28]

$$\sigma_\chi = \sigma_p \xi_p x_p(r) + \sigma_n \xi_n x_n(r). \quad (25)$$

Onde  $\xi_{p,n}$  é um fator de correção, devido à degenerescência;  $\sigma_{p,n}$  são as seções de choque; e  $x_{p,n}(r)$  é o percentual de prótons/nêutrons num dado raio  $r$  da estrela [28]. Nesse trabalho, desconsidera-se a possível contribuição dos elétrons, uma vez que sua seção

de choque seria muito menor que a dos núcleons. Ainda de acordo com [28], o fator de correção  $\xi$  pode ser encontrado através das equações

$$\begin{aligned} \xi_{p,n} &= 1 - \frac{2}{5} \left( \frac{p_F^{p,n}}{p_\chi} \right)^2, p_\chi > p_F^{p,n} \\ \xi_{p,n} &= 1 - \frac{2}{5} \left( \frac{p_F^{p,n}}{p_\chi} \right)^2 + \frac{2}{5} \left( \frac{p_F^{p,n}}{p_\chi} \right)^2 \left[ 1 - \frac{p_\chi}{p_F^{p,n}} \right], p_\chi < p_F^{p,n} \end{aligned} \quad (26)$$

A expressão para o momento das partículas de matéria escura tem a forma  $p_\chi = m_\chi \frac{v_{esc}}{\sqrt{1-v_{esc}^2}}$ , com  $v_{esc} = \sqrt{1-B^2(r)}$  [29]. Para uma estrela de nêutrons típica de  $1.4M_\odot$  de massa e de  $10km$  de raio, a velocidade de escape dessas partículas, na superfície da estrela, é de  $v_{esc} = \sqrt{1 - \left(1 - \frac{2Ms}{rs}\right)^2} \approx 0.69c$ . Considerando que a faixa de massas de partículas de DM, que serão abordadas posteriormente, são da faixa de GeV,  $p_F \ll p_\chi$  e  $\xi_{p,n} \approx 1$ , a equação (25) pode ser reescrita como

$$\sigma_\chi = \sigma_p x_p(r) + \sigma_n x_n(r) = \sigma_p [x_p(r) + g_{np}^2 (1 - x_p(r))], \quad (27)$$

onde o  $g_{np}$  é chamado de fator de violação de isospin. Essencialmente, tal fator mede o acoplamento da matéria escura com os núcleons (prótons e nêutrons), sendo definido como  $g_{np} = \frac{f_n}{f_p}$ . Se a matéria escura interagir da mesma forma com os núcleons, então  $f_n = f_p$  e  $g_{np} = 1$ . Aqui assume-se, portanto, que a matéria escura interage igualmente com os prótons e nêutrons, de forma que

$$\sigma_\chi = \sigma_p [x_p(r) + (1 - x_p(r))] = \sigma_p. \quad (28)$$

Para estrelas com baixo percentual de prótons, essa expressão ainda pode ser aproximada para  $\sigma_\chi \approx \sigma_p x_n(r)$ . A partir da equação (28), intuitivamente, poderia-se construir a seção de choque de matéria escura em função das seções de choque de quarks, assumindo que o mecanismo de acoplamento funciona da mesma maneira que o do próton e do nêutron para contabilizar estrelas híbridas ou quarkiônicas, como

$$\sigma_\chi \cdot n \approx \sigma_p n_n + \sigma_q \left( \sum_i n_{q_i} \right). \quad (29)$$

Para tratar da equação (24) é preciso calcular, também, a trajetória da partícula no seu tempo próprio  $\tau$ , cuja definição abaixo, aliada à equação (12) é

$$\begin{aligned} dl &\equiv \sqrt{A(r)dr^2 + r^2d\varphi^2} \\ &= d\varphi \frac{r^2}{\sqrt{J^2}} \sqrt{\frac{1}{B(r)} - 1}. \end{aligned} \quad (30)$$

Finalmente, a equação (24) pode ser avaliada em termos da distribuição de velocidades  $\nu$  e da distribuição angular  $\alpha$ , como

$$f = \frac{\int_0^\infty d\nu \int_0^{\alpha_m} d\alpha p(\nu)q(\alpha)Q}{\int_0^\infty d\nu \int_0^{\alpha_m} d\alpha p(\nu)q(\alpha)}, \quad (31)$$

onde  $Q = 1 - e^{-\int \sigma_x n_b dl}$ ;  $p(\nu)$  é a distribuição de velocidades; e  $q(\nu)$  é a distribuição angular das partículas de matéria escura.

Pelas considerações feitas anteriormente acerca da distribuição populacional das partículas que obedecerem o modelo SHM, resta apenas definir a distribuição angular  $q(\alpha)$ , que, ao considerar o caso isotrópico, tem-se  $q(\alpha) = 1$ . Todavia, como já foi discutido anteriormente, é mais conveniente escrever (31) em termos das quantidades  $J^2$  e  $E_0$ . Portanto, ao fazer uma nova transformação jacobiana

$$f = \frac{\int_0^\infty e^{-\frac{2E_0}{\nu_0^2}} dE_0 \int_0^{J_{max}^2} \left(1 - \frac{J^2}{2E_0 R_0^2}\right)^{-1/2} \frac{Q}{\sqrt{J^2}} dJ^2}{\int_0^\infty e^{-\frac{2E_0}{\nu_0^2}} dE_0 \int_0^{J_{max}^2} \left(1 - \frac{J^2}{2E_0 R_0^2}\right)^{-1/2} \frac{Q}{\sqrt{J^2}} dJ^2}. \quad (32)$$

Reescrevendo a equação anterior, fazendo  $\left(1 - \frac{J^2}{2E_0 R_0^2}\right)^{-1/2} \approx 1$ , em razão da definição dada ao  $R_0 \rightarrow \infty$ , com  $E_0$  e  $J$  finitos, tem-se

$$f \approx \frac{1}{2\sqrt{J_{max}^2}} \int_0^{J_{max}^2} \frac{Q}{\sqrt{J^2}} dJ^2 \quad (33)$$

Combinando as equações (23) e (33) com a massa de uma partícula de matéria escura, encontra-se a quantidade de massa de matéria escura acretada pela estrela por

unidade de tempo e, por conseguinte, o total de massa acretada num tempo  $t$   $M_t$  é

$$\begin{aligned} M_t &= m_\chi \times F \times f \times t \\ &= m_\chi n_\chi \frac{4\sqrt{\pi}}{\nu_0} \frac{R_S M_S}{\left(1 - \frac{2M_S}{R_S}\right)} ft, \end{aligned} \quad (34)$$

que, com as informações fornecidas pelo SHM de  $\nu_0 = 220 \text{ km/s}$  e  $\rho_\chi \equiv m_\chi n_\chi = 0.3 \text{ GeV/cm}^3$ ; e fazendo as substituições de unidades necessárias, fornece

$$M_t = 1.2877 \times 10^{24} \text{ GeV} \left[ \frac{R_S M_S}{\left(1 - \frac{2.964 M_S}{R_S}\right)} \frac{1}{\text{km} M_\odot} \right] f \left( \frac{t}{s} \right), \quad (35)$$

lembrando que  $f$  é adimensional;  $t$  o tempo em segundos;  $M_S$  é a massa da estrela em  $M_\odot$ ; e  $R_S$  é o raio da estrela, em km.

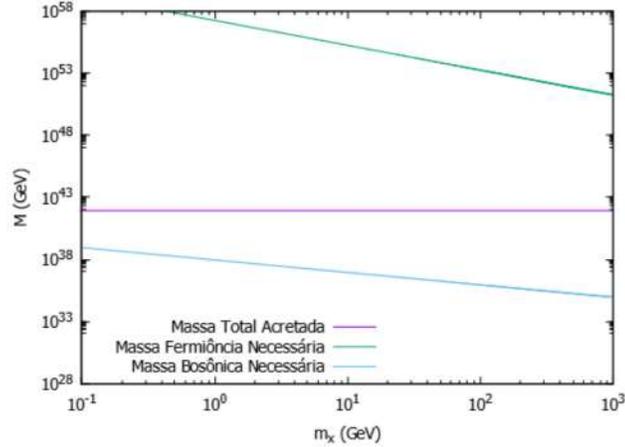
## 2.6 PROPRIEDADE QUÂNTICA DA MATÉRIA ESCURA

Toda teoria elaborada, até então, despreza efeitos quânticos das partículas de matéria escura. Antes de prosseguir com o estudo dela no interior da estrela, no entanto, é necessário arguir sobre qual será o seu comportamento ao longo desse trabalho.

O número de partículas de matéria escura máximo suportado por um sistema gravitacionalmente autossuficiente ( $N_{max}$ ) vai depender exclusivamente do seu spin. Os bósons (spins inteiros) podem ocupar os mesmo estados quânticos; os férmions (spins semi-inteiros) não podem ocupar os mesmo estados quânticos, pois, devido ao princípio de exclusão de Pauli, sofrem uma repulsão efetiva. Como consequência, é possível acumular mais matéria escura bosônica no mesmo volume, mantendo o mínimo de energia no interior da estrela. Quantitativamente, se a matéria escura for fermiônica [30, 31]

$$\begin{aligned} N_{max} &\simeq \left( \frac{M_{Pl}}{m_\chi} \right)^3 \\ \Rightarrow M_{cha,f} &= \frac{M_{Pl}^3}{m_\chi^2} \end{aligned} \quad (36)$$

**Figura 2.3** – Quantidades necessárias para o colapso da matéria escura em um buraco negro. Em verde e azul as quantidades necessárias para o colapso gravitacional de uma estrela fermiônica e bosônica, respectivamente. Em roxo a massa total máxima que pode ser acretada pela estrela durante  $10^9$  anos. Estrela com  $M_S = 1.4M_\odot$  e  $R_S = 10\text{km}$ .



e se for bosônica

$$\begin{aligned}
 N_{max} &\simeq \frac{2}{\pi} \left( \frac{M_{Pl}}{m_\chi} \right)^2 \\
 \Rightarrow M_{cha,b} &= \frac{2}{\pi} \frac{M_{Pl}^2}{m_\chi}.
 \end{aligned} \tag{37}$$

$M_{cha}$  caracteriza o limite teórico de massa para uma estrela formada pelas partículas de matéria escura. Este valor se refere ao limite anteriormente usado somente para o cálculo do valor teórico de massa de Anãs Brancas, chamado limite de Chandrasekhar, e está associado a pressão máxima que a matéria pode exercer antes do colapso gravitacional.  $M_{Pl} = 1.22 \times 10^{19}\text{GeV}$  é a unidade de massa no sistema de unidades naturais, conhecida como massa de Planck, cujo valor é associado à escala da força gravitacional.

Para a região de  $1 \text{ GeV} \leq m_\chi \leq 10^3 \text{ GeV}$ , mesmo uma estrela comum, com  $M_S = 1.4M_\odot$  e  $R_S = 10 \text{ km}$  de raio, acumulando massa ao longo de  $t = 10^9$  anos — com a garantia de que toda matéria escura que entra na estrela fica no seu interior ( $f = 1$ ), de forma a maximizar a quantidade de matéria armazenada no interior da estrela —, não teria como acumular partículas o suficiente para fazer matéria escura fermiônica colapsar num buraco negro, vide figura 2.3.

Como é de interesse desse estudo que as partículas colapsem num buraco negro, para análise dos limites teóricos que serão impostos pela existência de estrelas com mais

de  $10^9$  anos estudadas na seção 2.7, descarta-se a premissa de que a matéria escura é fermiônica.

## 2.7 DESTRUIÇÃO DA ESTRELA DE NÊUTRONS

Uma vez que assumimos que a estrela está capturando partículas de matéria escura ditas bosônicas, será explorado o que acontece com elas no seu interior.

Primeiramente, para que uma partícula 'caia' em direção ao núcleo da estrela, ela precisa perder energia suficiente, através de múltiplos espalhamentos, até que sua velocidade se iguale a dita velocidade térmica local da estrela. Esse processo é chamado de termalização e é dado por [19, 28]

$$t_{th} = 0.2 \text{Anos} \left( \frac{m_\chi}{\text{TeV}} \right)^2 \left( \frac{10^{-43} \text{cm}^2}{\sigma_\chi} \right) \left( \frac{10^5 \text{K}}{T_c} \right). \quad (38)$$

Uma vez que a idade das estrelas observadas chegam até  $10^9$  anos, observa-se que partículas com massas da ordem de  $10^3$  GeV possuem um tempo de termalização da ordem de 0.2 anos, que é 10 ordens de grandeza menor que o tempo de vida das estrelas de Nêutrons observadas. Assim sendo, pode-se considerar que, ao espalhar no interior da estrela, ela está automaticamente termalizada [32, 33].

Uma vez termalizadas, as partículas irão "cair" em direção ao núcleo da estrela. Como considera-se que a matéria escura é bosônica, então o estado fundamental delas é conhecido como Condensado de Bose-Einstein (*Bose-Einstein Condensate - BEC*). O número de partículas necessárias para formar o BEC é [27, 28]

$$N_{BEC} = 2.4 \times 10^{35} \left( \frac{T_c}{10^5 \text{K}} \right)^3 \left[ \frac{\text{GeV} \cdot \text{fm}^{-3}}{B(0)(\epsilon_c + 3P_c)} \right]^{\frac{3}{2}} \quad (39)$$

onde T,  $\epsilon$  e P são a temperatura, densidade de energia e pressão do centro estelar, respectivamente.

O ambiente ao redor do núcleo das estrelas de nêutrons favorece a formação desse estado da matéria antes do sistema se tornar gravitacionalmente autossuficiente, isto é, o aglomerado de DM vai formar um BEC antes de colapsar num buraco negro [28]. Seguindo essa linha de raciocínio, para que a mini estrela de matéria escura colapse e forme um

buraco negro, é necessário que

$$M_t > M_{cha} + m_\chi N_{BEC}. \quad (40)$$

Se consideradas estrelas compostas somente de quarks, a matéria escura não termaliza rápido o suficiente durante o tempo de vida dessa [32], impedindo a formação de um condensado de Bose-Einstein (BEC) e dificultando o colapso da matéria escura. Levadas em conta as equações 29 e 33, fica claro que considerar os quarks no interior da estrela vai aumentar o número de espalhamentos efetivos da DM com a estrela, como se a estrela se tornasse ligeiramente mais aparente para uma partícula de matéria escura. No entanto, ao passo que a matéria escura espalha mais vezes no interior da estrela, o tempo para a termalização delas se torna cada vez maior. Por esses motivos, as interações entre matéria escura e quarks são desconsideradas nesse trabalho, de forma a conseguir observar as restrições teóricas sobre o sistema no tempo de vida da estrela.

Uma vez formado, o buraco negro terá sua evolução governada pela equação [27]

$$\frac{dM_{BH}}{dt} = \frac{4\pi\rho_b(GM_{BH})^2}{c_s^3} + \left(\frac{dM_{BH}}{dt}\right)_{DM} - \frac{1}{15360\pi(GM_{BH})^2}. \quad (41)$$

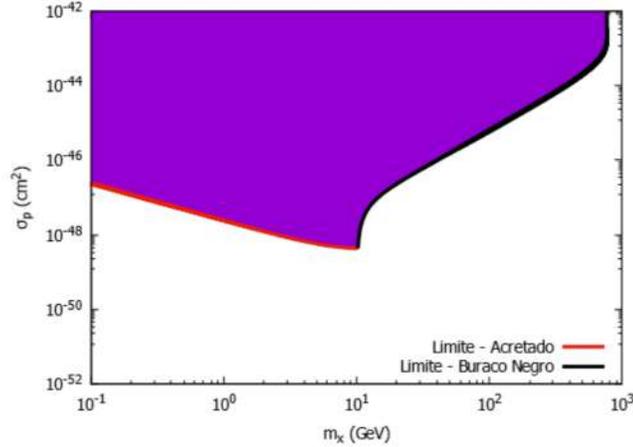
No lado esquerdo da equação,  $\frac{dM_{BH}}{dt}$  representa a variação de massa do buraco negro. O primeiro termo do lado direito da equação representa a taxa de acreção de Bondi para matéria bariônica; o segundo termo é a taxa de acreção de matéria escura pelo buraco negro; e o último termo, a taxa de evaporação através de radiação Hawking. A massa do buraco negro  $M_{BH}$ , logo após colapsar a partir da matéria escura, é a massa crítica  $M_{cha}$ . A velocidade do som  $c_s$  no interior da estrela é definida pela equação

$$c_s^2 \equiv \left.\frac{dP}{d\epsilon}\right|_{r=0}. \quad (42)$$

Para as teorias causais e termicamente estáveis  $0 < c_s^2 \leq 1$ . Teorias com Simetria Conforme implicam no traço do tensor de energia-momento nulo, o que nos leva à  $\epsilon - 3P = 0$  e, dessa forma,  $c_s^2 \leq \frac{1}{3}$  [34–36]. Todas as equações de estado que fizeram parte desse estudo respeitaram esse limite Conforme para a velocidade do som.

Foi visto que, ao entrar na estrela hospedeira, a matéria escura está automaticamente termalizada. Como o BEC já está formado, a taxa de acreção de matéria escura

Figura 2.4 – Exemplo para as imposições dadas pelo conjunto de equações 44. A curva rotulada com 'Limite - Acretada' representa a fronteira imposta sobre a matéria escura acretada e a rotulada com 'Limite - Buraco Negro' a fronteira imposta sobre o colapso da matéria acumulada. No interior dessas fronteiras está a região de exclusão, preenchida de roxo.



pelo buraco negro é a mesma que a da estrela, e pode ser escrita como

$$\left(\frac{dM_{BH}}{dt}\right)_{DM} = F \times f \times m_{\chi}. \quad (43)$$

Finalmente, para que estrelas de nêutrons possam existir e chegar a  $10^9$  anos, duas coisas devem acontecer: ou a massa acretada  $M_t$  não colapsa num buraco negro; ou, ao colapsar, o buraco negro formado evapora mais rápido do que ganha massa. Matematicamente, essas condições são dadas por

$$\begin{aligned} M_t &< M_{cha} + m_{\chi} N_{BEC} \\ \frac{dM_{BH}}{dt} &< 0. \end{aligned} \quad (44)$$

Utilizando essas condições, é possível reproduzir gráficos, como o 2.4, fixando a temperatura do núcleo  $T_c$  em  $10^5$  K. Na seção 4, será investigado como o resfriamento da estrela muda o comportamento dos limites.

O gráfico 2.4 sumariza toda a teoria até agora abordada. Em vermelho, observa-se como se comportam as curvas referentes à primeira inequação de 44 e, em preto, as curvas referentes à segunda inequação do mesmo conjunto. A faixa de massa (em roxo) entre as duas funções da seção de choque do próton (vermelha e preta) representa a faixa de exclusão de massa, cujos valores satisfazem simultaneamente ambas as inequações de 44.

Lembrando que a seção de choque da matéria escura  $\sigma_\chi$  é proporcional à seção de choque do próton  $\sigma_p$  (28), o gráfico 2.4 mostra as características da fraca interação da matéria escura com a matéria bariônica.

### 3 EVOLUÇÃO TÉRMICA

Com o intuito de prosseguir com o estudo da evolução das restrições dadas pelo conjunto de equações (44), é necessário conceber uma base teórica acerca da evolução térmica de estrelas.

Depois de construir as equações que definem a estrutura estelar, é necessário estudar as equações de equilíbrio e transporte de energia, para investigar como as estrelas de nêutrons perdem energia.

A partir de agora, além das unidades já consideradas, ao longo do resto deste trabalho considera-se  $\hbar = 1$ .

#### 3.1 EQUAÇÕES DE ESTRUTURA

Foi definido, previamente, que uma distribuição esfericamente simétrica de matéria e energia possui o elemento de linha dado pela equação

$$\begin{aligned} ds^2 &= g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = B(r) dt^2 - A(r) dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin(\theta)^2 d\varphi^2 \\ &= e^{2\Phi(r)} dt^2 - e^{2\Lambda(r)} dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin(\theta)^2 d\varphi^2. \end{aligned} \quad (45)$$

A distribuição de massa e energia, por sua vez, obedecem às equações de campo de Einstein

$$G^{\mu\nu} = 8\pi T^{\mu\nu}, \quad (46)$$

onde  $G^{\mu\nu}$  e  $T^{\mu\nu}$  são o tensor de Einstein e o tensor de energia e momento, respectivamente.

Quando se alia os fatos de que a distribuição de massa é esfericamente simétrica e estática; e que tal massa se comporta como um fluido perfeito, com a equação de conservação de energia e momento  $D_\mu T^{\mu\nu} = 0$ , na qual  $T^{\mu\nu}$  é o mesmo da equação (2), tem-se a equação de Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV), que determina o equilíbrio hidrostático da estrela, cuja forma diferencial é

$$\frac{dP}{dr} = -(P(r) + \epsilon(r)) \frac{d\phi}{dr}. \quad (47)$$

onde  $\frac{d\phi}{dr}$  pode ser encontrado da equação (8), com  $P(r)$  e  $\epsilon(r)$  sendo a pressão e a densidade de energia na coordenada radial  $r$ , respectivamente.

É conveniente para os propósitos do resfriamento que as equações fiquem escritas em função de quantidades conservadas. Na teoria de Einstein, escalares são conservados. Pensando nisso, as equações serão reescritas em função do número de bárions  $N$ . A equação de conservação associada a  $N$  é dada pela conservação da corrente de carga  $N^\nu \equiv Nu^\nu$  e é dada por  $\partial_\nu N^\nu = 0$ .

Considerando uma casca esférica de raio  $dr$ , na qual estão um número  $dN$  de bárions, a relação entre  $N$  e  $r$  é dada por

$$\begin{aligned} N(r) &= \int \int \int \frac{\rho_b(r')}{\sqrt{1 - \frac{2m(r')}{r'}}} dr' d\Omega = \int_0^r \frac{4\pi \rho_b(r') r'^2}{\sqrt{1 - \frac{2m(r')}{r'}}} dr' \\ &\Rightarrow \frac{dr}{dN} = \frac{1}{4\pi r^2 \rho_b(r)} \sqrt{1 - \frac{2m(r)}{r}}, \end{aligned} \quad (48)$$

onde  $\rho_b(r)$  representa a densidade de bárions no raio  $r$ . Da equação de continuidade de massa,  $dm = 4\pi r^2 \epsilon(r) dr$ , obtém-se

$$\frac{dm}{dN} = \frac{\epsilon}{\rho_b} \sqrt{1 - \frac{2m(r')}{r'}} \quad (49)$$

que será importante, futuramente, uma vez que as equações de transporte são dadas em função do número de bárions  $N$ .

Por último, reescrevendo a equação (7) e  $\frac{d\phi}{dr}$  em termos de  $N$ , através da relação dada pela equação (48), infere-se que

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dN} &= -(P + \epsilon) \frac{d\phi}{dN} \\ \frac{d\phi}{dN} &= \frac{(4\pi r^2 P + m)}{4\pi r^2 \rho_b} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2m}{r}}}. \end{aligned} \quad (50)$$

As equações (48-50) são as chamadas equações de estrutura da estrela. Por não dependerem da evolução temporal do sistema, é interessante que sejam resolvidas antes

de calcular a evolução térmica. As condições de contorno necessárias para resolver essas equações são dadas por

$$\begin{aligned}
 r(N=0) &= 0 \\
 m(N=0) &= 0 \\
 e^{2\phi(N=N_m)} &= \left(1 - \frac{2m(N_m)}{r(N_m)}\right) \\
 \epsilon(N=N_m) &= \epsilon_m,
 \end{aligned} \tag{51}$$

onde o subíndice  $m$  se refere ao manto da estrela.

### 3.2 EQUILÍBRIO TÉRMICO E TRANSPORTE DE ENERGIA

As equações de equilíbrio térmico e de transporte de energia são as que vão permitir o estudo da evolução térmica de estrelas que respeitem a simetria esférica e que tenham estrutura estática.

As equações já foram deduzidas e usadas, anteriormente, por [37, 38] e possuem as formas

$$\frac{\partial(le^{2\phi})}{\partial N} = -\frac{1}{\rho_b} \left[ \epsilon_\nu e^{2\phi} + c_v \frac{\partial(Te^\phi)}{\partial t} \right] \tag{52}$$

$$\frac{\partial(Te^\phi)}{\partial N} = -\frac{(le^\phi)}{16\pi^2 r^4 \kappa \rho_b}. \tag{53}$$

Ambas as equações dependem diretamente de propriedades tanto micro quanto macroscópicas. As propriedades microscópicas são o calor específico  $c_v(r, T)$ , a condutividade térmica  $\kappa(r, T)$  e a emissividade de neutrinos  $\epsilon_\nu(r, T)$ . As propriedades macroscópicas são a curvatura  $\phi(r)$ , a distância radial  $r$ , a luminosidade  $l(r, t)$ , a massa  $m(r)$  e a temperatura  $T(r, t)$ .

A equação (52) é a de equilíbrio térmico da estrela. Tal equação contabiliza a energia residual no seu interior, que tem como consequência a formação de neutrinos e fótons. O transporte de energia é dado pela equação (53), que estabelece a condução do calor no interior da estrela; e a perda de energia por radiação, através dos fótons e neutrinos que escapam da estrela.

Ambas as equações devem ser resolvidas simultaneamente, de forma a observar a evolução da temperatura da estrela com a passagem de tempo. No interior da estrela, as densidades permitem que mais reações ocorram e, por consequência, liberem mais neutrinos que nas regiões mais externas da estrutura estelar. Por este motivo, o interior da estrela resfria mais rápido que o exterior. Por isso, pode-se imaginar que uma onda de frio viaja de dentro pra fora da estrela.

Por simplicidade, vale a pena reescrever as equações (52) e (53), em termos da massa  $m(r)$ , na distância radial  $r$ . A partir da relação dada pela equação (49), pode-se escrever

$$\frac{\partial(l e^{2\phi})}{\partial m} = -\frac{1}{\epsilon\sqrt{1-2m/r}} \left[ \epsilon_\nu e^{2\phi} + c_\nu \frac{\partial(T e^\phi)}{\partial t} \right] \quad (54)$$

$$\frac{\partial(T e^\phi)}{\partial m} = -\frac{(l e^\phi)}{16\pi^2 r^4 \kappa \epsilon \sqrt{1-2m/r}}, \quad (55)$$

que está de acordo com [39, 40].

As condições de contorno impostas para resolver as equações de equilíbrio e de transporte são o fluxo nulo de calor no centro da estrela e a relação entre a temperatura do manto e da fotosfera [38–42]

$$\begin{aligned} l(N=0) &= 0 \\ T(N=N_m) &= T_f(r_f, l_f, m_f). \end{aligned} \quad (56)$$

### 3.3 RESFRIAMENTO

O objetivo do estudo do *cooling* de uma estrela é determinar o perfil da sua temperatura superficial observada de muito longe  $T_\infty$ , como, por exemplo, as curvas de resfriamento da imagem 3.1.

No gráfico em questão, observa-se que estrelas, mesmo com composições internas diferentes, possuem um perfil temperatura parecido: fixadas em cerca de  $10^7\text{K}$ , após alguns segundos do seu nascimento; com uma queda súbita entre 1 e 100 anos de vida; e variações de temperatura, em intervalos de tempo iguais, praticamente idênticas.

A queda súbita que acontece entre 1 e 100 anos de vida é associado à de relaxação térmica. Após o nascimento da estrela, as diferentes estruturas do núcleo e da crosta as

Figura 3.1 – Exemplo de resfriamento de duas estrelas de nêutrons distintas, rotulado na figura.

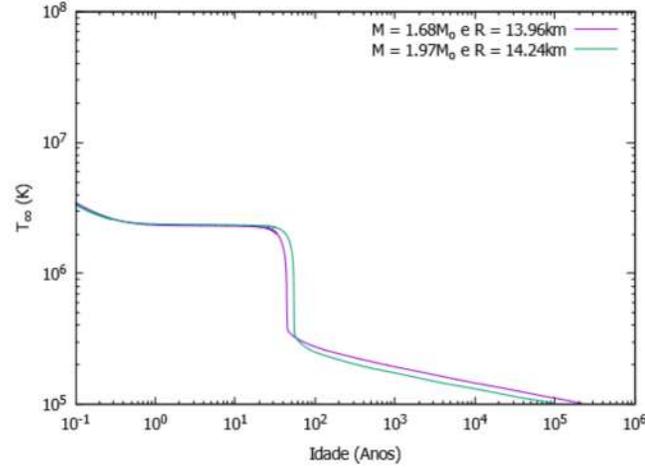


Tabela 3.1 – Lista com os processos de emissão de neutrinos relevantes para o interior de estrelas de nêutrons [12, 45].

Nome	Descrição		
Urca Direto	$n$	$\longrightarrow$	$p + e^- + \bar{\nu}_e$
	$p + e^-$	$\longrightarrow$	$n + \nu_e$
Urca Modificado	$n + n$	$\longrightarrow$	$n + p + e^- + \bar{\nu}_e$
	$n + p + e^-$	$\longrightarrow$	$n + n + \nu_e$
	$p + n$	$\longrightarrow$	$p + p + e^- + \bar{\nu}_e$
	$p + p + e^-$	$\longrightarrow$	$p + n + \nu_e$
Bremsstrahlung	$n + n$	$\longrightarrow$	$n + n + \nu_e + \bar{\nu}_e$
	$n + p$	$\longrightarrow$	$n + p + \nu_e + \bar{\nu}_e$
Pairing	$n + n$	$\longrightarrow$	$[nn] + \nu_e + \bar{\nu}_e$
	$p + p$	$\longrightarrow$	$[pp] + \nu_e + \bar{\nu}_e$
$\langle \pi^- \rangle$	$n + \langle \pi^- \rangle$	$\longrightarrow$	$n + e^- + \bar{\nu}_e$
$\langle K^- \rangle$	$n + \langle K^- \rangle$	$\longrightarrow$	$n + e^- + \bar{\nu}_e$

tornam termicamente desacopladas e, devido ao grande volume de emissão de neutrinos do núcleo, esse perde maior quantidade de energia. Pode-se imaginar que existe uma onda de frio que viaja do núcleo para a crosta, justificando a repentina queda de temperatura na superfície da estrela, observada no gráfico. Existem dois períodos principais na evolução térmica de uma estrela: a era de neutrinos e a era de fótons. A primeira acontece até aproximadamente  $10^5$  anos, que é quando a segunda domina os processos para perda de energia da estrela [13, 43, 44].

Além das reações 'comuns' no interior de estrelas de nêutrons, as altas densidades do núcleo dão abertura para várias possibilidades de emparelhamentos que, por sua vez, podem interferir nas velocidades de resfriamento, como será discutido a seguir.

Tabela 3.2 – Lista de processos possíveis com quarks [12].

Nome		Descrição	
Quark Urca Direto	$d$	$\longrightarrow$	$u + e^- + \bar{\nu}_e$
	$s$	$\longrightarrow$	$u + e^- + \bar{\nu}_e$
	$u + e^-$	$\longrightarrow$	$d + \nu_e$
	$u + e^-$	$\longrightarrow$	$s + \nu_e$
Quark Urca Modificado	$q + u + e^-$	$\longrightarrow$	$q + d + \nu_e$
	$q + d$	$\longrightarrow$	$q + u + \bar{\nu}_e$
	$q + u + e^-$	$\longrightarrow$	$q + s + \nu_e$
	$q + s$	$\longrightarrow$	$q + u + e^- + \nu_e$
Quark Bremsstrahlung	$q_1 + q_2$	$\longrightarrow$	$q_1 + q_2 + \nu_e + \bar{\nu}_e$
Quark <i>Pairing</i>	$d + d$	$\longrightarrow$	$[dd] + \nu_e + \bar{\nu}_e$
	$u + u$	$\longrightarrow$	$[uu] + \nu_e + \bar{\nu}_e$
	$s + s$	$\longrightarrow$	$[ss] + \nu_e + \bar{\nu}_e$

O perfil das temperaturas no interior da estrela continua sendo especulativo.

### 3.4 EMISSÃO DE NEUTRINOS

Existem uma série de reações que podem resultar na formação de neutrinos, que é o mecanismo responsável pelo transporte de energia para fora da estrela. Para os regimes de alta densidade do interior das estrelas de nêutrons estudadas, foram considerados os processos Urca direto, Urca modificado e processo de Bremsstrahlung no núcleo estelar. Estes processos são ilustrados na tabela 3.1. Além desses mecanismos citados, existe, ainda, a possibilidade de formação de pares, ou emparelhamento.

Na ausência de *pairing*, os processos dominantes por ordem de relevância são o Urca direto — caracterizado por um decaimento *beta* ou pela captura de elétrons por núcleons —; o Urca direto por condensados de Mésons, substituindo os núcleons no decaimento ou captura; e o processo Urca modificado, no qual um núcleon extra troca momento com as partículas envolvidas no processo Urca convencional, reduzindo a eficiência desse.

Para estrelas híbridas ou compostas, em sua maioria, por matéria de quarks, os processos são os mesmos, somados às possíveis reações entre quarks, como na tabela 3.2.

## 4 EVOLUÇÃO DA MATÉRIA ESCURA NO INTERIOR DE UMA ESTRELA DE NÊUTRONS

A partir dos últimos dois capítulos, pode-se pensar em duas abordagens possíveis para o problema de matéria escura no interior de uma estrela: ou investiga-se se a termalização das partículas interfere no resfriamento, apresentando uma fonte de ganho de energia térmica para a estrela e retardando a queda da temperatura; ou se o resfriamento da estrela pode interferir no comportamento da matéria escura no seu interior.

A termalização da matéria escura no interior de estrelas já foi estudada [14, 15, 18, 19] e se mostrou que, se oferece alguma interferência nos mecanismos de resfriamento, não é perceptível para os atuais instrumentos de observação. Tendo isso em mente, o foco deste capítulo se dará no estudo de como a evolução térmica de uma NS pode afetar a matéria escura acretada.

Em primeiro lugar, é essencial estimar o tempo necessário para haver a formação de um BEC no interior de uma estrela. Levando em consideração a equação (34) e a equação (39), pode-se estimar o tempo necessário para se formar um BEC no interior da estrela em função da temperatura no núcleo. Para isso, resolve-se  $M_t = m_\chi N_{BEC}$  para

**Figura 4.1** – Gráfico mostra o número de partículas necessárias para a formação de um BEC ( $N_{BEC}$ , em roxo) e os números máximos ( $f = 1$ ) de partículas acumuladas no interior de uma estrela de  $13.96 km$  de raio e de  $1.68 M_\odot$  de massa, ( $M_t/m_\chi$ ) para  $m_\chi = 0.1 \text{ GeV}$  (em verde) e  $m_\chi = 1 \text{ TeV}$  (em azul).

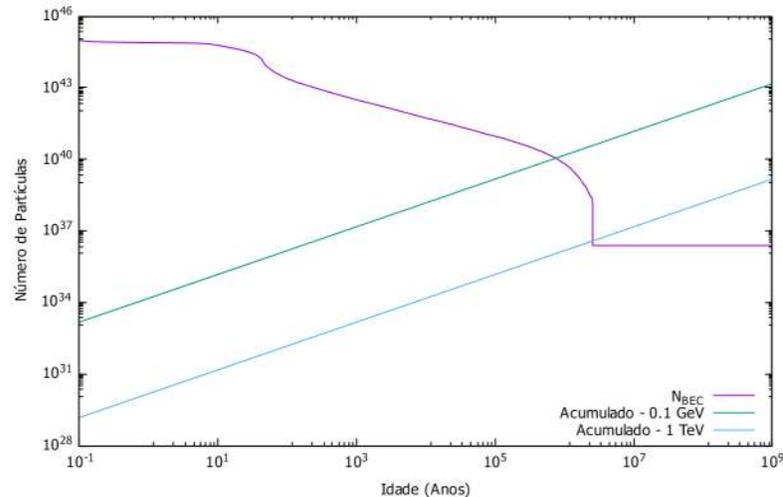
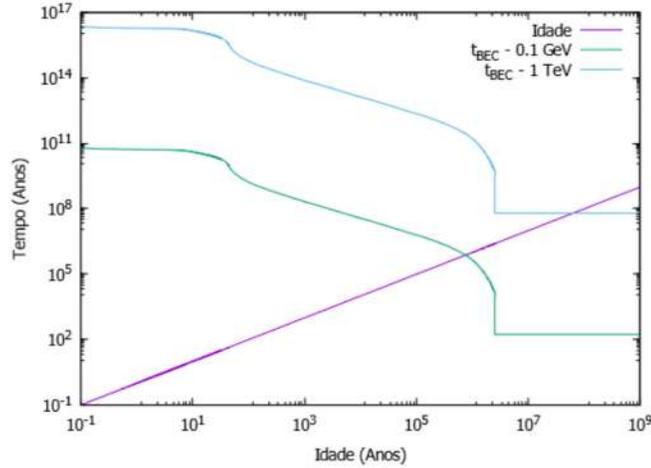


Figura 4.2 – Tempo necessário para a formação do BEC (em verde para  $m_\chi = 0.1 \text{ GeV}$  e em azul para  $m_\chi = 1 \text{ TeV}$ ) em comparação com a idade da estrela. A estrela possui  $13.96 \text{ km}$  de raio e  $1.68 M_\odot$  de massa.



uma dada estrela. Obtemos então:

$$t_{BEC} = 1.86 \times 10^{14} \frac{m_\chi}{\text{TeV}} \left( \frac{T_c}{10^5 \text{ K}} \right)^3 \left[ \frac{\text{GeV} \cdot \text{fm}^{-3}}{B(0)(\epsilon_c + 3P_c)} \right]^{\frac{3}{2}} \left[ \frac{R_S M_S}{\left(1 - \frac{2.964 M_S}{R_S}\right) \text{ km } M_\odot} \frac{1}{f} \right]^{-1} \frac{1}{f} \text{ s.} \quad (57)$$

Nas simulações numéricas, ambos  $m_\chi$  e  $f$  são variáveis dinâmicas. Os gráficos 4.1 e 4.2 estimam os números de partículas e os tempos para a formação de BEC, respectivamente, em condições extremas. Essas condições são caracterizadas por:  $0.1 \text{ GeV} \leq m_\chi < 1 \text{ TeV}$ ; e  $f = 1$ . Enquanto a condição sobre a massa  $m_\chi$  apenas limita a região onde há a formação de um BEC, a condição sobre o  $f$  vai maximizar a quantidade de partículas acumuladas ( $M_t$  proporcional a  $f$ ) e minimizar o tempo necessário ( $t_{BEC}$  proporcional a  $\frac{1}{f}$ ).

Ao mesmo tempo, da figura 4.3 pode-se extrair que conforme a massa assumida para a partícula de DM aumenta, maior fica o seu tempo de termalização. Em particular, observa-se que para  $m_\chi = 1 \text{ TeV}$  o tempo de termalização máximo é atingido em torno de  $10^5$  anos, que é 4 ordens de grandeza menor que o tempo de vida de mínimo alcançado por uma estrela de nêutrons. Assumindo ainda, pela figura 2.4, que  $\sigma_\chi \gtrsim 10^{-49}$ , fazendo a temperatura central  $T_c = 10^5 \text{ K}$ ; e a massa da partícula de matéria escura  $m_\chi = 1 \text{ GeV}$ , calcula-se uma estimativa para a termalização  $t_{th} \approx 10^5$  anos. Ao examinar a expressão para o tempo de termalização (38), aliado ao perfil de temperaturas do núcleo da estrela estudada (4.4), o tempo de termalização é ainda menor, vide a figura 4.3.

Das figuras 4.1 e 4.2 pode-se observar também que para as massas próximas a  $1 \text{ TeV}$ , o BEC só pode se formar para tempos pouco menores a  $10^8$  anos para o perfil de

Figura 4.3 – Tempo necessário para termalização das partículas que entram na estrela de  $13.96km$  de raio e  $1.68M_{\odot}$  de massa em comparação com a idade da mesma.

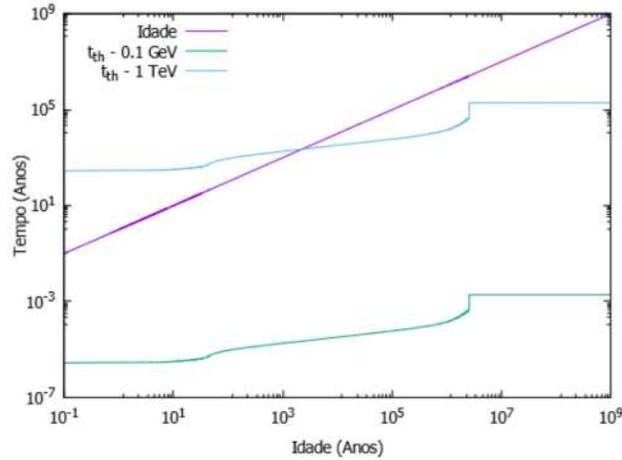
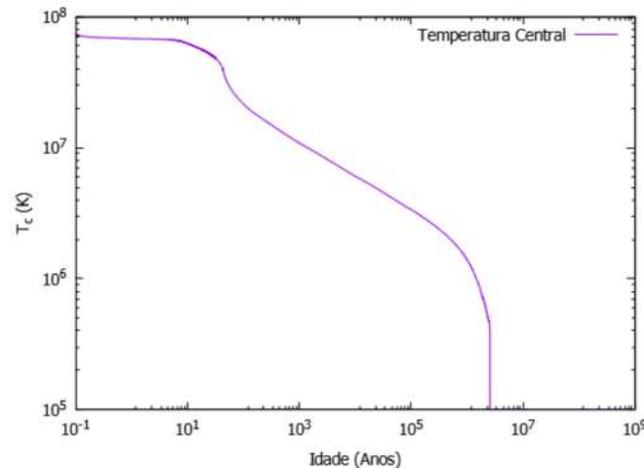


Figura 4.4 – Perfil de resfriamento ( $T_c$ ) para o interior da estrela estudada ( $M_s = 1.68M_{\odot}$  e  $R_s = 13.96km$ ).



temperaturas considerado. Outra comparação válida é a de que o tempo para formação de um BEC é de cerca de duas a cinco ordens de grandeza maiores que o tempo de termalização, quando a estrela atinge a temperatura mais ou menos estável de  $10^5K$ ; e pouco depois do nascimento da estrela, respectivamente, permitindo que este estudo possa ser realizado sem a perda de generalidade.

Na da figura 4.5, é possível analisar como as exclusões impostas pela teoria evoluem no tempo. A primeira equação do conjunto (44) é responsável pela 'movimentação' observada no gráfico. Já a segunda equação impõe uma espécie de 'barreira' constante no tempo, como pode-se observar em todas as retas, com exceção da roxa, que não acumulou matéria escura o suficiente para formar formar um sistema gravitacional auto-suficiente e colapsar num buraco negro. Esta barreira também está representada na figura 2.4,

Figura 4.5 – Evolução das restrições do sistema com o passar do tempo para uma estrela com  $1.68M_{\odot}$  de massa e  $13.96km$  de raio.

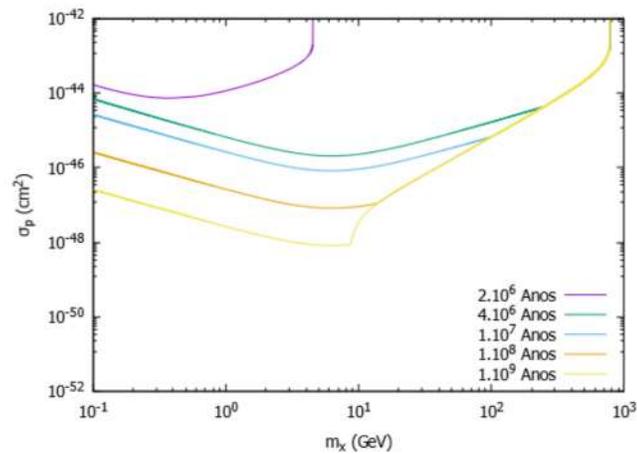
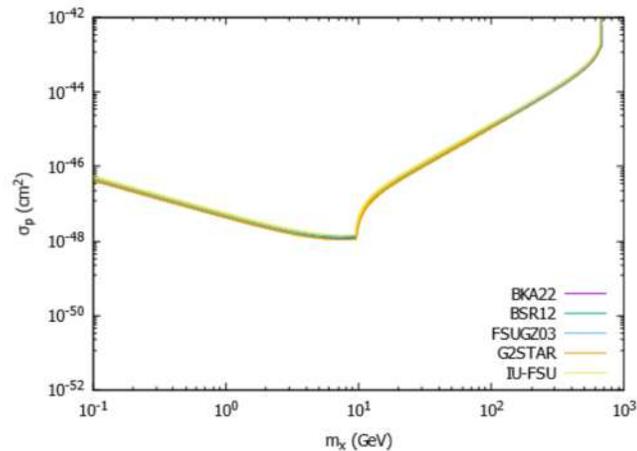


Figura 4.6 – Comparação entre os perfis de outras equações de estado em  $10^9$ anos, com massas de  $1.4M_{\odot}$  e raios de  $13.36km$  [46];  $13.33km$  [47];  $13.04km$  [48];  $12.72km$  [49]; e  $12.55km$  [50].



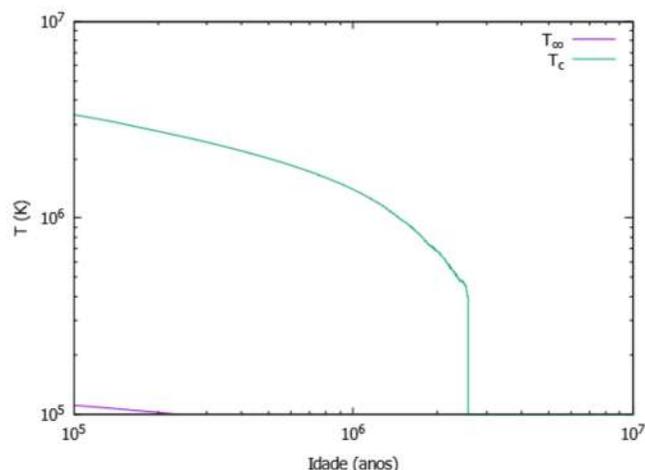
identificada pela reta preta.

Quando considera-se outras equações de estado além da presente em [40], o comportamento é o mesmo com diferenças praticamente imperceptíveis, como pode-se observar da figura 4.6.

Desse modo, pode-se inferir que, apesar da evolução apresentar um comportamento interessante, somente as imposições feitas nos tempos iguais às idades das estrelas têm importância sobre os limites teóricos impostos.

Vale, também, ressaltar que as aproximações numéricas perdem validade quando

Figura 4.7 – Solução utilizada para os problemas numéricos encontrados



a temperatura na superfície atinge uma temperatura de aproximadamente  $4 \times 10^4$  K e que, por isso, o presente trabalho está limitado inferiormente por essa temperatura.

Pelo motivo supracitado, a partir do momento em que a temperatura superficial atinge  $\approx 4 \times 10^4$  K, a temperatura do núcleo é assumida constante e igual a  $10^5$  K, como na figura 4.7. Isso tem impacto em todos os gráficos exibidos ao longo desse capítulo, podendo ser observado nas discontinuidades dos gráficos 4.1, 4.2, 4.3 e 4.4. Apesar de certificar numericamente que todas as condições sejam satisfeitas em cada iteração, um comportamento mais real da temperatura pode fazer com que nem toda a região das curvas das temperaturas satisfaçam todas as condições. Para ter um estudo mais robusto acerca da evolução da restrições é necessário aprimorar ainda mais os métodos numéricos do cooling.

Entretanto, assumir que a temperatura é de, no máximo,  $10^5$  K no momento que a estrela chega aos  $10^9$  anos é plausível e o resultado final — de que somente o perfil da seção de choque aos  $10^9$  anos é importante para estudar os limites teóricos — pode ser considerado sem nenhuma perda de generalidade.

## 5 CONCLUSÃO

Essa dissertação teve como objetivo o estudo de restrições impostas pela teoria conhecida sobre objetos sobre o qual pouco se conhece: Matéria Escura. Para tal, foi feito o uso da evolução térmica de estrelas de nêutrons em conjunto com um modelo simples de interação entre a matéria escura com a matéria bariônica.

No capítulo 2, discutiu-se a escolha das **WIMP**'s como modelo de matéria escura, cuja fraca interação com a matéria 'comum' leva o seu acúmulo no interior de estrelas e as implicações que a existência de estrelas com  $10^9$  anos têm sobre a teoria construída. Vale lembrar que toda a teoria foi construída tendo como base a relatividade geral aplicada a fluídos considerados perfeitos. Com as mesmas premissas do capítulo anterior, foi feito um estudo sobre a evolução do perfil de temperaturas desses fluídos.

No capítulo 4 foi apresentado os resultados referentes à junção das teorias abordadas nos dois capítulos anteriores, com enfoque nas variáveis que dependem diretamente da temperatura central da estrela: o número de partículas necessárias para que a matéria escura acumulada formasse um condensado de Bose-Einstein ( $N_{BEC}$ ); e o tempo para que as partículas que espalharam com a matéria estelar ao menos uma vez, perdendo energia o suficiente para 'caírem' em direção ao núcleo, chamado de tempo de termalização ( $t_{th}$ ). Dessa maneira, gráficos como 4.5 podem ser construídos e, como já foi discutido, somente as curvas referentes às idades finais da estrela são importantes para entender as restrições máximas impostas.

Diante ainda das motivações apresentadas para esta dissertação, concluí-se que:

- (i) a teoria construída consolida os dados (presentes na figura 1.1), impondo as máximas restrições teóricas possíveis, conseguindo englobar um amplo conjunto de dados experimentais encontrados na literatura;
- (ii) o perfil de resfriamento de uma estrela de nêutron não interfere na quantidade de matéria escura acretada por essa, apenas facilita a termalização das partículas. No entanto, há o aumento significativo da quantidade necessária dessa matéria para que qualquer efeito se observe em estrelas recém formadas.

Como parâmetro de análise de (i), basta comparar as figuras 1.1 e 2.4. Pode-se observar, a partir de ambas as imagens, que o gráfico construído engloba todos os dados

obtidos pelos diversos grupos de colaboração, esboçando um limite mínimo — teórico — para a seção de choque DM-próton como função da massa da matéria escura.

Aliado a essa análise entre os gráficos, os limites teóricos são sensíveis à diferentes equações de estado, mas alterando muito pouco o comportamento nos gráficos.

A evolução da temperatura da estrela hospedeira tem o papel fundamental de realçar as propriedades de termalização, além de fazer com que a quantidade de partículas capturadas necessárias para a observação de qualquer efeito relevante cresça. Portanto, por quanto mais tempo a temperatura no interior da estrela for elevado, menores as restrições teóricas nos gráficos de  $\sigma_p \times m_\chi$ .

Todo este trabalho desprezou a possível interação com quarks. A transição do sistema de matéria escura para a formação do BEC requer um estudo mais aprofundado, uma vez que a evolução da temperatura sofre com validade numérica da teoria de resfriamento e deve-se assumir que a temperatura no centro da estrela é instantaneamente  $10^5\text{K}$ , afetando principalmente as curvas para a termalização e para o tempo necessário para a formação do BEC, que dependem diretamente de  $T_c$ .

No que diz respeito à objetos com campos gravitacionais intensos, uma NS oferece um laboratório completo e uma excelente oportunidade para o estudo de todos os tipos de modelagens físicas, de modelos de equações de estado à restrições teóricas acerca de modelos de DM.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] P.A. Zyla et al. “Review of Particle Physics”. Em: *PTEP* 2020.8 (2020), p. 083C01. DOI: 10.1093/ptep/ptaa104.
- [2] Gianfranco Bertone e Dan Hooper. “History of dark matter”. Em: *Reviews of Modern Physics* 90.4 (out. de 2018). ISSN: 1539-0756. DOI: 10.1103/revmodphys.90.045002. URL: <http://dx.doi.org/10.1103/RevModPhys.90.045002>.
- [3] F. Zwicky. “Die Rotverschiebung von extragalaktischen Nebeln”. Em: *Helvetica Physica Acta* 6 (jan. de 1933), pp. 110–127.
- [4] Sidney van den Bergh. *A Short History of the Missing Mass and Dark Energy Paradigms*. 2000. arXiv: astro-ph/0005314 [astro-ph].
- [5] Nicolò Trevisani. “Collider Searches for Dark Matter (ATLAS + CMS)”. Em: *Universe* 4.11 (2018). ISSN: 2218-1997. DOI: 10.3390/universe4110131. URL: <https://www.mdpi.com/2218-1997/4/11/131>.
- [6] S. Colafrancesco, S. Profumo e P. Ullio. “Multi-frequency analysis of neutralino dark matter annihilations in the Coma cluster”. Em: *Astronomy & Astrophysics* 455.1 (jul. de 2006), pp. 21–43. ISSN: 1432-0746. DOI: 10.1051/0004-6361:20053887. URL: <http://dx.doi.org/10.1051/0004-6361:20053887>.
- [7] M. Milgrom. “A modification of the Newtonian dynamics as a possible alternative to the hidden mass hypothesis.” Em: *apj* 270 (jul. de 1983), pp. 365–370. DOI: 10.1086/161130.
- [8] Dmitrii G Yakovlev et al. “Lev Landau and the concept of neutron stars”. Em: *Physics-Uspekhi* 56.3 (mar. de 2013), pp. 289–295. ISSN: 1468-4780. DOI: 10.3367/ufne.0183.201303f.0307. URL: <http://dx.doi.org/10.3367/UFNe.0183.201303f.0307>.
- [9] W. Baade e F. Zwicky. “On Super-novae”. Em: *Proceedings of the National Academy of Science* 20.5 (mai. de 1934), pp. 254–259. DOI: 10.1073/pnas.20.5.254.
- [10] J. R. Oppenheimer e G. M. Volkoff. “On Massive Neutron Cores”. Em: *Physical Review* 55.4 (fev. de 1939), pp. 374–381. DOI: 10.1103/PhysRev.55.374.
- [11] G. Gamow e E. Teller. “Selection Rules for the  $\beta$ -Disintegration”. Em: *Physical Review* 49.12 (jun. de 1936), pp. 895–899. DOI: 10.1103/PhysRev.49.895.
- [12] Dany Page, Ulrich Geppert e Fridolin Weber. “The cooling of compact stars”. Em: *Nuclear Physics A* 777 (out. de 2006), pp. 497–530. ISSN: 0375-9474. DOI: 10.1016/j.nuclphysa.2005.09.019. URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2005.09.019>.

- [13] D.G. Yakovlev e C.J. Pethick. “Neutron Star Cooling”. Em: *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* 42.1 (set. de 2004), pp. 169–210. ISSN: 1545-4282. DOI: 10.1146/annurev.astro.42.053102.134013. URL: <http://dx.doi.org/10.1146/annurev.astro.42.053102.134013>.
- [14] W. H. Press e D. N. Spergel. “Capture by the sun of a galactic population of weakly interacting, massive particles”. Em: *APJ* 296 (set. de 1985), pp. 679–684. DOI: 10.1086/163485.
- [15] D. N. Spergel e W. H. Press. “Effect of hypothetical, weakly interacting, massive particles on energy transport in the solar interior”. Em: *APJ* 294 (jul. de 1985), pp. 663–673. DOI: 10.1086/163336.
- [16] John N. Bahcall e Richard A. Wolf. “Neutron Stars. II. Neutrino-Cooling and Observability”. Em: *Physical Review* 140.5B (dez. de 1965), pp. 1452–1466. DOI: 10.1103/PhysRev.140.B1452.
- [17] Katherine Freese. “Status of dark matter in the universe”. Em: *International Journal of Modern Physics D* 26.06 (mar. de 2017), p. 1730012. ISSN: 1793-6594. DOI: 10.1142/S0218271817300129. URL: <http://dx.doi.org/10.1142/S0218271817300129>.
- [18] Chris Kouvaris. “WIMP annihilation and cooling of neutron stars”. Em: *Physical Review D* 77.2 (jan. de 2008). ISSN: 1550-2368. DOI: 10.1103/physrevd.77.023006. URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.77.023006>.
- [19] Chris Kouvaris e Peter Tinyakov. “Can neutron stars constrain dark matter?” Em: *Physical Review D* 82.6 (set. de 2010). ISSN: 1550-2368. DOI: 10.1103/physrevd.82.063531. URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.82.063531>.
- [20] Csaba Csáki e Philip Tanedo. “Beyond the Standard Model”. Em: *arXiv e-prints*, arXiv:1602.04228 (fev. de 2016), arXiv:1602.04228. arXiv: 1602.04228 [hep-ph].
- [21] A COORAY e R SHETH. “Halo models of large scale structure”. Em: *Physics Reports* 372.1 (dez. de 2002), pp. 1–129. ISSN: 0370-1573. DOI: 10.1016/S0370-1573(02)00276-4. URL: [http://dx.doi.org/10.1016/S0370-1573\(02\)00276-4](http://dx.doi.org/10.1016/S0370-1573(02)00276-4).
- [22] U. Seljak. “Analytic model for galaxy and dark matter clustering”. Em: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 318.1 (out. de 2000), pp. 203–213. ISSN: 1365-2966. DOI: 10.1046/j.1365-8711.2000.03715.x. URL: <http://dx.doi.org/10.1046/j.1365-8711.2000.03715.x>.
- [23] K. Schwarzschild. “On the gravitational field of a mass point according to Einstein’s theory”. Em: *arXiv e-prints*, physics/9905030 (mai. de 1999), physics/9905030. arXiv: physics/9905030 [physics.hist-ph].
- [24] James B. Hartle. *Gravity : an introduction to Einstein’s general relativity*. 2003.
- [25] Bernard Schutz. *A First Course in General Relativity*. 2009.

- [26] William Henry Press e David Nathaniel Spergel. “Capture by the sun of a galactic population of weakly interacting, massive particles”. Em: *The Astrophysical Journal* 296 (set. de 1985), pp. 679–684. DOI: 10.1086/163485.
- [27] Joseph Bramante, Keita Fukushima e Jason Kumar. “Constraints on bosonic dark matter from observation of old neutron stars”. Em: *Physical Review D* 87.5 (mar. de 2013). ISSN: 1550-2368. DOI: 10.1103/physrevd.87.055012. URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.87.055012>.
- [28] Hao Zheng, Kai-Jia Sun e Lie-Wen Chen. “OLD NEUTRON STARS AS PROBES OF ISOSPIN-VIOLATING DARK MATTER”. Em: *The Astrophysical Journal* 800.2 (fev. de 2015), p. 141. ISSN: 1538-4357. DOI: 10.1088/0004-637x/800/2/141. URL: <http://dx.doi.org/10.1088/0004-637X/800/2/141>.
- [29] Arnaud de Lavallaz e Malcolm Fairbairn. “Neutron stars as dark matter probes”. Em: *Physical Review D* 81.12 (jun. de 2010). ISSN: 1550-2368. DOI: 10.1103/physrevd.81.123521. URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.81.123521>.
- [30] Eckehard W Mielke e Franz E Schunck. “Boson stars: alternatives to primordial black holes?” Em: *Nuclear Physics B* 564.1-2 (jan. de 2000), pp. 185–203. ISSN: 0550-3213. DOI: 10.1016/s0550-3213(99)00492-7. URL: [http://dx.doi.org/10.1016/S0550-3213\(99\)00492-7](http://dx.doi.org/10.1016/S0550-3213(99)00492-7).
- [31] Chris Kouvaris e Peter Tinyakov. “Excluding Light Asymmetric Bosonic Dark Matter”. Em: *Physical Review Letters* 107.9 (ago. de 2011). ISSN: 1079-7114. DOI: 10.1103/physrevlett.107.091301. URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.107.091301>.
- [32] Bridget Bertoni, Ann E. Nelson e Sanjay Reddy. “Dark matter thermalization in neutron stars”. Em: *Physical Review D* 88.12 (dez. de 2013). ISSN: 1550-2368. DOI: 10.1103/physrevd.88.123505. URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.88.123505>.
- [33] Samuel D. McDermott, Hai-Bo Yu e Kathryn M. Zurek. “Constraints on scalar asymmetric dark matter from black hole formation in neutron stars”. Em: *Physical Review D* 85.2 (jan. de 2012). ISSN: 1550-2368. DOI: 10.1103/physrevd.85.023519. URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.85.023519>.
- [34] Aleksey Cherman, Thomas D. Cohen e Abhinav Nellore. “Bound on the speed of sound from holography”. Em: *Physical Review D* 80.6 (set. de 2009). ISSN: 1550-2368. DOI: 10.1103/physrevd.80.066003. URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.80.066003>.

- [35] I. Tews et al. “Constraining the Speed of Sound inside Neutron Stars with Chiral Effective Field Theory Interactions and Observations”. Em: *The Astrophysical Journal* 860.2 (jun. de 2018), p. 149. ISSN: 1538-4357. DOI: 10.3847/1538-4357/aac267. URL: <http://dx.doi.org/10.3847/1538-4357/aac267>.
- [36] Aleksí Kurkela, Paul Romatschke e Aleksí Vuorinen. “Cold quark matter”. Em: *Physical Review D* 81.10 (mai. de 2010). ISSN: 1550-2368. DOI: 10.1103/physrevd.81.105021. URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.81.105021>.
- [37] Fridolin Weber. *Pulsars as astrophysical laboratories for nuclear and particle physics*. 1999.
- [38] Christoph Schaab et al. “Thermal evolution of compact stars”. Em: *Nuclear Physics A* 605.4 (ago. de 1996), pp. 531–565. ISSN: 0375-9474. DOI: 10.1016/0375-9474(96)00164-9. URL: [http://dx.doi.org/10.1016/0375-9474\(96\)00164-9](http://dx.doi.org/10.1016/0375-9474(96)00164-9).
- [39] Rodrigo Negreiros et al. “Cooling of Small and Massive Hyperonic Stars”. Em: *The Astrophysical Journal* 863.1 (ago. de 2018), p. 104. ISSN: 1538-4357. DOI: 10.3847/1538-4357/aad049. URL: <http://dx.doi.org/10.3847/1538-4357/aad049>.
- [40] V. Dexheimer, R. Negreiros e S. Schramm. “Role of Strangeness in Hybrid Stars and Possible Observables”. Em: *Physical Review C* 91.5 (mai. de 2015). ISSN: 1089-490X. DOI: 10.1103/physrevc.91.055808. URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevC.91.055808>.
- [41] F. Weber et al. “Pulsars as astrophysical laboratories for nuclear and particle physics”. Em: *Progress in Particle and Nuclear Physics* 59.1 (jul. de 2007), pp. 94–113. ISSN: 0146-6410. DOI: 10.1016/j.pnnp.2006.12.008. URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.pnnp.2006.12.008>.
- [42] Kenneth A. van Riper. “Magnetic Neutron Star Atmospheres”. Em: *The Astrophysical Journal* 329 (jun. de 1988), p. 339. DOI: 10.1086/166382.
- [43] Dany Page et al. “Minimal Cooling of Neutron Stars: A New Paradigm”. Em: *The Astrophysical Journal Supplement Series* 155.2 (dez. de 2004), pp. 623–650. ISSN: 1538-4365. DOI: 10.1086/424844. URL: <http://dx.doi.org/10.1086/424844>.
- [44] Thiago Sales et al. “Revisiting the thermal relaxation of neutron stars”. Em: *Astronomy & Astrophysics* 642 (out. de 2020), A42. ISSN: 1432-0746. DOI: 10.1051/0004-6361/202038193. URL: <http://dx.doi.org/10.1051/0004-6361/202038193>.
- [45] D Yakovlev. “Neutrino Emission from Neutron Stars”. Em: *Physics Reports* 354.1-2 (nov. de 2001), pp. 1–155. ISSN: 0370-1573. DOI: 10.1016/s0370-1573(00)00131-9. URL: [http://dx.doi.org/10.1016/S0370-1573\(00\)00131-9](http://dx.doi.org/10.1016/S0370-1573(00)00131-9).

- [46] B. K. Agrawal. “Asymmetric nuclear matter and neutron skin in an extended relativistic mean-field model”. Em: *Phys. Rev. C* 81 (3 mar. de 2010), p. 034323. DOI: 10.1103/PhysRevC.81.034323. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.81.034323>.
- [47] Shashi K. Dhiman, Raj Kumar e B. K. Agrawal. “Nonrotating and rotating neutron stars in the extended field theoretical model”. Em: *Phys. Rev. C* 76 (4 out. de 2007), p. 045801. DOI: 10.1103/PhysRevC.76.045801. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.76.045801>.
- [48] Raj Kumar, B. K. Agrawal e Shashi K. Dhiman. “Effects of  $\omega$  meson self-coupling on the properties of finite nuclei and neutron stars”. Em: *Phys. Rev. C* 74 (3 set. de 2006), p. 034323. DOI: 10.1103/PhysRevC.74.034323. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.74.034323>.
- [49] A. Sulaksono e T. Mart. “Low density instability in relativistic mean field models”. Em: *Phys. Rev. C* 74 (4 out. de 2006), p. 045806. DOI: 10.1103/PhysRevC.74.045806. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.74.045806>.
- [50] F. J. Fattoyev et al. “Relativistic effective interaction for nuclei, giant resonances, and neutron stars”. Em: *Phys. Rev. C* 82 (5 nov. de 2010), p. 055803. DOI: 10.1103/PhysRevC.82.055803. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.82.055803>.