Universidade Federal Fluminense Instituto de Física

Estudo de Espalhamento Elástico, Inelástico e Transferência de um Nêutron para a Reação de ¹³C em ²⁷Al

Bruna do Rêgo Gonçalves

Orientador:Prof. Dr. Djalma Rosa Mendes Junior

Dissertação de Mestrado Apresentada ao Instituto de Física da UFF para obtenção do título de Mestre em Ciências

Niterói, 2020

Ficha catalográfica automática - SDC/BIF Gerada com informações fornecidas pelo autor

G635e Gonçalves, Bruna do Rêgo Estudo de Espalhamento Elástico, Inelástico e Transferência de um Nêutron para a Reação de 13C em 27Al / Bruna do Rêgo Gonçalves ; Djalma Rosa Mendes Junior, orientador. Niterói, 2020. 119 f. Dissertação (mestrado)-Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2020. DOI: http://dx.doi.org/10.22409/PPGF.2020.m.85724696215 1. Física. 2. Física Nuclear. 3. Reações nucleares. 4. Produção intelectual. I. Junior, Djalma Rosa Mendes, orientador. II. Universidade Federal Fluminense. Instituto de Física. III. Título. CDD -

Bibliotecário responsável: Sandra Lopes Coelho - CRB7/3389

Esse trabalho contou com apoio financeiro da Capes

Dedicatória à memória dos meus avôs queridos, Chavante e Maziles.

Agradecimentos

Gostaria de dedicar este trabalho à minha avó, Maziles, pelo carinho e apoio do berço até o tempo que esteve comigo. Sem a sua inspiração eu não seria nada.

Agradecer os meus pais e irmãos, o amor e suporte de vocês tornou tudo possível e trouxe luz à minha vida nos momentos difíceis.

Agrade as minhas tias Nazaré e Marta, por acreditarem em mim.

Ao meu orientador Djalma, obrigada por me acolher como orientada, pelo carinho, dedicação e muita, muita paciência ao longo desses dois anos. Sou feliz por ter você como orientador.

Agradecer ao meu ex-orientador Roberto Bechara pelas palavras de sabedoria que carrego até hoje no coração.

Aos meus amigos Mari, Carol, Altanir, Carolita, Chads, Loly, Thiago, Lipe, Lucas, Lari, Leon, Jhen e Enzzo. Vocês não precisam de longas frases para saber que moram no meu coração.

Agradecimento especial ao Vinícius pelas contas e por dispor seu tempo para discutir física.

Resumo

Neste trabalho realizou-se o estudo da reação ${}^{13}C + {}^{27}Al$ na canalização 30B, instalada no Laboratório Pelletron. Para o experimento foram utilizados dois alvos, um de ${}^{27}Al$ e outro de ${}^{27}Al + {}^{197}Au$ com energias de $E_{Lab} = 20$ MeV e $E_{Lab} = 32$ MeV.

Obteve-se distribuições angulares, para 20 e 32 MeV, para o espalhamento elástico de ${}^{13}C + {}^{27}Al$ e transferência de um nêutron (1NT). Obteve-se também a distribuição angular para o espalhamento inelástico de ${}^{13}C + {}^{27}Al$ para 32 MeV. Para as distribuições angulares do espalhamento elástico e inelástico foram realizados cálculos de canais acoplados. Verificou-se que os cálculos se aproxima mais dos dados experimentais ao se levar em conta a reorientação e o acoplamento spin-órbita.

Abstract

In this work we study the reaction ${}^{13}C + {}^{27}Al$ in the 30*B* beam line, installed at the Pelletron Laboratory. Two targets were used for the experiment, one of ${}^{27}Al$ and another of ${}^{27}Al + {}^{197}Au$ with energies of $E_{Lab} = 20$ MeV and $E_{Lab} = 32$ MeV.

The angular distributions are obtained for 20 and 32 MeV, to elastic scattering and one neutron transfer (1NT) to ${}^{13}C + {}^{27}Al$. It also obtains an angular distribution for inelastic scattering from ${}^{13}C + {}^{27}Al$ to 32 MeV. For angular distributions of elastic and inelastic scattering, coupled channel calculations were performed. It was found that the calculations are closer to the experimental data to take into account the reorientation and the spin-orbit coupling.

Sumário

Li	Lista de Figuras Lista de Tabelas			
Li				
1	Intr	rodução		
2	Fun	damentos Teóricos	17	
	2.1	Secção de choque de colisão	17	
		2.1.1 Secção de choque diferencial de espalhamento	19	
		2.1.2 Secção de choque de Rutherford	21	
	2.2	Teoria de espalhamento quântico	24	
		2.2.1 Ondas Parciais	27	
	2.3	Modelo óptico	31	
		2.3.1 Potencial de São Paulo	32	
	2.4	Modelo de partícula única	34	
	2.5	Modelo de camadas e o acoplamento Spin-órbita	34	
	2.6	Método dos Canais Acoplados	37	
3	Dese	crição do Aparato Experimental	39	
	3.1	Fonte de íons	39	
	3.2	Acelerador Pelletron	41	
		3.2.1 Seleção de energia do feixe	44	
	3.3	Câmara de espalhamento 30B	44	
		3.3.1 Sistema de detecção	46	
		3.3.2 Eletrônica	48	
	3.4	Cálculo da Secção de Choque	49	

		3.4.1	Razão das espessuras para o alvo duplo	49
		3.4.2	Razão entre os ângulos sólidos	54
	3.5	Secção	de Choque de Espalhamento Elástico	56
	3.6	Secção	de Choque para Espalhamento Inelástico e Transferência de um Nêutron	58
4	Red	ução de	Dados e Resultados	61
	4.1	Proces	so de análise	61
		4.1.1	Reta de Calibração	61
		4.1.2	Espectros Bi-paramétricos Calibrados	67
		4.1.3	Espectros Monoparamétricos Calibrados	75
	4.2	Distrib	uições angulares obtidas	79
		4.2.1	Distribuições para o espalhamento elástico	79
		4.2.2	Distribuições para transferência de um nêutron	81
		4.2.3	Distribuições para espalhamento inelástico	82
	4.3	Compa	aração dos dados experimentais com modelos teóricos	84
5	Con	clusões	e Perspectiva futuras	88
A	Cara	acterísti	icas gerais dos espectros bi-paramétricos	90
B	Rela	ições Ci	nemáticas	93
	B .1	Cálcul	o do Jacobiano	101
C	Prop	pagação	de Erros	104
D	Dete	ectores		110
E	Esqu	uema de	e Níveis	112
F	Inpu	it FRES	SCO	115
Re	ferên	cias Bił	bliográficas	116

Lista de Figuras

2.1	Desenho esquemático de um alvo. Nesta situação assumi-se que o alvo é composto	
	por pequenas esferas duras. Para esse alvo, a área total do alvo (A) e a área de cada	
	centro espalhador (σ) (Adaptado de [1])	18
2.2	Movimento de uma partícula espalhada, em que a trajetória do projétil é alterada pela	
	interação com o alvo (Adaptado de [1]).	19
2.3	Ângulo sólido Ω dado por um cone delimitado pela área A na superfície da esfera e o	
	raio r da esfera.	20
2.4	A região delimitada entre b e $b + db$ e os ângulos θ e $\theta + d\theta$ é a trajetória de todas as	
	partículas incidentes (Adaptado [1])	21
2.5	Representação pictórica do espalhamento de Rutherford de uma partícula alfa por um	
	núcleo. A posição de maior aproximação da partícula pode ser identificada pelo vetor	
	\vec{u} (Adaptado de [1]).	22
2.6	A soma dos momentos $\vec{p} \in \vec{p'}$, resultando em $\Delta \vec{p}$ (Adaptado de [1])	23
2.7	Desenho esquemático para o espalhamento das ondas planas incidentes e^{ikz} por um	
	centro espalhador (Adaptado de [2])	25
2.8	Potencial nuclear assumindo uma forma de Woods-Saxon, potencial coulombiano e	
	a soma dos dois potenciais mostrando a formação de uma barreira de potencial. A	
	região mais alta da barreira é ressaltada pelo circulo magenta	30
2.9	Foma do Potencial de Woods-Saxon e do Potencial Coulombiano.	32
2.10	Visualização do sistema de coordenadas para dois núcleos P e Q, em colisão. A	
	troca de partículas estabelece um caráter não-local para o potencial de interação entre	
	os núcleos. Note que as coordenadas com linha são as novas coordenadas após o	
	intercâmbio de partículas dos núcleos.	33
2.11	Representação esquemática do modelo de partícula única	35

2.12	Níveis de energia do potencial Woods-Saxon com a correção de spin-órbita (Retirado	
	de [3])	36
2.13	Desenho esquemático para os nucleons ordenados nas camadas do $^{13}C.$ Onde Z é o	
	número de prótons e N é o número de nêutrons.	37
2.14	Desenho esquemático para os nucleons ordenados nas camadas do ^{27}Al . Onde Z é o	
	número de prótons e N é o número de nêutrons.	37
3.1	Edifício Oscar Sala, com o acelerador Pelletron e a área experimental [4]	40
3.2	Foto da fonte de íons MC-SNICS [5].	40
3.3	Esquema de funcionamento da fonte de íons MC-SNICS (Adaptado de [6])	41
3.4	Esquema de um acelerador tipo Van de Graaff. Onde U_c é a voltagem fornecida pela	
	fonte DC e U é a voltagem após a aceleração (Retirado de [7])	42
3.5	Foto da polia com a corrente de <i>pellets</i> do sistema de carga do Pelletron [5,8]	42
3.6	Esquema de funcionamento do Pelletron [5]	43
3.7	Área experimental no edifício Oscar Sala, onde várias linhas experimentais estão ins-	
	taladas [5].	44
3.8	Desenho esquemático do porta alvos instalado na câmara 30B. Os alvos 1 e 2 são	
	$^{27}Al + ^{197}Au$, já os alvos 3 e 4 são ^{27}Al . Devido a um controle externo era possível	
	alterar a posição do porta alvas, isto é, podia-se trocar de alvo sem a necessidade de	
	quebrar vácuo	45
3.9	Esquema de posicionamento dos sistemas de detecção utilizados no experimento de	
	acordo com a Tabela 3.1 e a Tabela 3.2. a) Telescópios posicionados dentro da câmara	
	30B. b) <i>Singles</i> posicionados dentro da câmara $30B$	46
3.10	Foto dos telescópios de detecção instalados no braço móvel	47
3.11	Visão lateral do telescópio de detecção para a montagem ΔE - E (Retirado de [9])	47
3.12	Esquema simplificado da eletrônica para aquisição de dados	49
3.13	Cálculo do Potencial de São Paulo da reação $^{13}C+^{27}Al$ para $E_{Lab}=20~{\rm MeV}.$	51
3.14	Cálculo do Potencial de São Paulo da reação $^{13}C+^{27}Al$ para $E_{Lab}=32~{\rm MeV}$. $\ .$ $\ .$	51
3.15	Razão de espessuras obtidas pelas relações de acordo com a Tabela 3.4, utilizando a	
	energia de 20 MeV. A linha verde representa o valor médio, ponderado pelos erros.	53
3.16	Secção de Choque experimental dividida pela secção de choque de Rutherford para o	
	$^{197}Au \text{ com } E_{lab} = 20 \text{ MeV.} \dots \dots$	53

3.17	Gráfico das razões dos ângulos sólidos. Onde $1 = Tel2/Tel1$, $2 = Tel3/Tel1$,	
	$3 = Tel4/Tel1, 4 = Tel5/Tel1$ e $5 = Tel6/Tel1 \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots$	56
3.18	Secção de Choque experimental dividida por secção de choque de Rutherford para o	
	$^{197}Au \text{ com } E_{lab} = 32 \text{ MeV.} \dots \dots$	58
3.19	Cálculo do Potencial de São Paulo da reação $^{13}C+^{27}Al$ para $E_{Lab}=20~{\rm MeV}.~$	60
3.20	Cálculo do Potencial de São Paulo da reação $^{13}C+^{27}Al$ para $E_{Lab}=32$ MeV. $\ .$.	60
4.1	Espectro não calibrado para o telescópio 1 em $\theta_{Lab} = 25^{\circ}$.	62
4.2	Espectro não calibrado para reação $^{13}C+^{27}Al$ no telescópio 3 em $\theta_{Lab}=45^\circ~$	64
4.3	Espectro não calibrado para reação $^{11}B+^{27}Al$ no telescópio 2 em $\theta_{Lab}=35^\circ~$	65
4.4	Reta de calibração para E no Telescópio 2	66
4.5	Espectro monoparamétrico não calibrado para o single 1 com $\theta = 25^{\circ}$ e $E_{Lab} = 32$	
	MeV	66
4.6	Espectro calibrado para $\theta_{Lab} = 25^{\circ}$, a região circulada é para Z=6	68
4.7	Projeção da Figura 4.6 no eixo x	69
4.8	Projeção da Figura 4.6 no eixo y	69
4.9	Espectro calibrado com as faixas indicando os Z em ordem crescente	70
4.10	Espectro bi-paramétrico para com $\theta_{Lab} = 25^{\circ}$. As reações a serem identificadas estão	
	numeradas de $1 - 12$.	73
4.11	Espectro bi-paramétrico para o telescópio 3 com $\theta = 45^{\circ}$. As reações a serem identi-	
	ficadas estão numeradas de $1 - 9$	74
4.12	a) Espectro monoparamétrico calibrado para $\theta_{Lab} = 25$ e $E_{Lab} = 32$ MeV, do alvo 3	
	(^{27}Al) . b) Espectro para Q	76
4.13	Espectro monoparamétrico para $\theta_{Lab} = 35^{\circ}$ e $E_{Lab} = 32$ MeV, do alvo 3 (²⁷ Al). Os	
	produtos da reações a serem identificados estão numerados de $1-6$	77
4.14	Espectro para $\theta_{Lab} = 25^{\circ} \operatorname{com} E_{Lab} = 32 \operatorname{MeV}$, do alvo 2 (²⁷ Al + ¹⁹⁷ Au)	78
4.15	Espectro monoparamétrico para $\theta_{Lab} = 35^{\circ}$ e $E_{Lab} = 20$ MeV para o alvo 3 (²⁷ Al) .	79
4.16	Distribuição angular para o espalhamento elástico do sistema ${}^{13}C + {}^{27}Al$ para $E_{Lab} =$	
	20 MeV	80
4.17	Distribuição angular para o espalhamento elástico do sistema ${}^{13}C + {}^{27}Al$ para $E_{Lab} =$	
	32 MeV. Com os pontos dos telescópios e dos <i>singles</i>	80
4.18	Distribuição angular para reação de transferência de um nêutron para $E_{Lab} = 20$ MeV.	81
4.19	Distribuição angular para reação de transferência de um nêutron para $E_{Lab} = 32$ MeV.	81

4.20	Distribuição angular para o estado inelástico 0.843 MeV do alumínio para $E_{Lab} = 32$	
	MeV	82
4.21	Distribuição angular para o estado inelástico 1.014 MeV do alumínio para $E_{Lab} = 32$	
	MeV	83
4.22	Distribuição angular para o estado inelástico 2.212 MeV do alumínio para $E_{Lab} = 32$	
	MeV	83
4.23	Secção de choque, normalizada por Rutherford, para o espalhamento elástico de	
	$^{13}C + ^{27}Al \text{ em } E_{Lab} = 20 \text{ MeV.}$	84
4.24	Secção de choque, normalizada por Rutherford, para o espalhamento elástico de	
	${}^{13}C + {}^{27}Al \text{ em } E_{Lab} = 32 \text{ MeV.}$	85
4.25	Secção de choque obtida a $E_{Lab} = 32$ MeV, para o espalhamento inelástico, para o	
	estado do ${}^{27}Al$ com energia de 0.843	86
4.26	Secção de choque obtida a $E_{Lab} = 32$ MeV, para o espalhamento inelástico, para o	
	estado do ${}^{27}Al$ com energia de 1.014	87
4.27	Secção de choque obtida a $E_{Lab} = 32$ MeV, para o espalhamento inelástico, para o	
	estado do ${}^{27}Al$ com energia de 2.212	87
A.1	Espectro bi-paramétrico típico para $\theta = 45^{\circ} \operatorname{com} E_{lab} = 32 \operatorname{MeV}.$	91
A.1 A.2	Espectro bi-paramétrico típico para $\theta = 45^{\circ} \text{ com } E_{lab} = 32 \text{ MeV.} \dots$ Espectro bi-paramétrico para $\theta = 25^{\circ} \text{ com } E_{lab} = 32 \text{ MeV.}$ Com as faixas identifica-	91
A.1 A.2	Espectro bi-paramétrico típico para $\theta = 45^{\circ} \text{ com } E_{lab} = 32 \text{ MeV.} \dots$ Espectro bi-paramétrico para $\theta = 25^{\circ} \text{ com } E_{lab} = 32 \text{ MeV.}$ Com as faixas identifica- das pelo Z em ordem crescente.	91 92
A.1 A.2 B.1	Espectro bi-paramétrico típico para $\theta = 45^{\circ} \text{ com } E_{lab} = 32 \text{ MeV.} \dots \dots \dots$ Espectro bi-paramétrico para $\theta = 25^{\circ} \text{ com } E_{lab} = 32 \text{ MeV.}$ Com as faixas identifica- das pelo Z em ordem crescente. $\dots \dots \dots$ Esquema da cinemática para a colisão entre duas partículas, no sistema de coordenadas	91 92
A.1 A.2 B.1	Espectro bi-paramétrico típico para $\theta = 45^{\circ} \text{ com } E_{lab} = 32 \text{ MeV.} \dots$ Espectro bi-paramétrico para $\theta = 25^{\circ} \text{ com } E_{lab} = 32 \text{ MeV.}$ Com as faixas identifica- das pelo Z em ordem crescente	91 92 93
A.1A.2B.1B.2	Espectro bi-paramétrico típico para $\theta = 45^{\circ} \text{ com } E_{lab} = 32 \text{ MeV.} \dots$ Espectro bi-paramétrico para $\theta = 25^{\circ} \text{ com } E_{lab} = 32 \text{ MeV.}$ Com as faixas identifica- das pelo Z em ordem crescente	91 92 93 95
A.1A.2B.1B.2B.3	Espectro bi-paramétrico típico para $\theta = 45^{\circ}$ com $E_{lab} = 32$ MeV Espectro bi-paramétrico para $\theta = 25^{\circ}$ com $E_{lab} = 32$ MeV. Com as faixas identifica- das pelo Z em ordem crescente	91 92 93 95
A.1A.2B.1B.2B.3	Espectro bi-paramétrico típico para $\theta = 45^{\circ}$ com $E_{lab} = 32$ MeV Espectro bi-paramétrico para $\theta = 25^{\circ}$ com $E_{lab} = 32$ MeV. Com as faixas identifica- das pelo Z em ordem crescente	9192939598
 A.1 A.2 B.1 B.2 B.3 B.4 	Espectro bi-paramétrico típico para $\theta = 45^{\circ} \operatorname{com} E_{lab} = 32 \operatorname{MeV}$ Espectro bi-paramétrico para $\theta = 25^{\circ} \operatorname{com} E_{lab} = 32 \operatorname{MeV}$. Com as faixas identifica- das pelo Z em ordem crescente	 91 92 93 95 98 99
 A.1 A.2 B.1 B.2 B.3 B.4 D.1 	Espectro bi-paramétrico típico para $\theta = 45^{\circ} \operatorname{com} E_{lab} = 32 \operatorname{MeV}. \dots \dots \dots$ Espectro bi-paramétrico para $\theta = 25^{\circ} \operatorname{com} E_{lab} = 32 \operatorname{MeV}$. Com as faixas identifica- das pelo Z em ordem crescente	 91 92 93 95 98 99
 A.1 A.2 B.1 B.2 B.3 B.4 D.1 	Espectro bi-paramétrico típico para $\theta = 45^{\circ}$ com $E_{lab} = 32$ MeV Espectro bi-paramétrico para $\theta = 25^{\circ}$ com $E_{lab} = 32$ MeV. Com as faixas identifica- das pelo Z em ordem crescente	 91 92 93 95 98 99 110
 A.1 A.2 B.1 B.2 B.3 B.4 D.1 D.2 	Espectro bi-paramétrico típico para $\theta = 45^{\circ} \text{ com } E_{lab} = 32 \text{ MeV.} \dots$ Espectro bi-paramétrico para $\theta = 25^{\circ} \text{ com } E_{lab} = 32 \text{ MeV.}$ Com as faixas identifica- das pelo Z em ordem crescente	 91 92 93 95 98 99 110
 A.1 A.2 B.1 B.2 B.3 B.4 D.1 D.2 	Espectro bi-paramétrico típico para $\theta = 45^{\circ}$ com $E_{lab} = 32$ MeV Espectro bi-paramétrico para $\theta = 25^{\circ}$ com $E_{lab} = 32$ MeV. Com as faixas identifica- das pelo Z em ordem crescente	 91 92 93 95 98 99 110 111

E.2	Esquema dos níveis de energia para o ${}^{14}N$ (Retirado de [11])	114
F.1	Input utilizado no programa FRESCO [12]	115

Lista de Tabelas

3.1	Ângulos nos quais foram posicionados os telescópios durante o experimento	46
3.2	Ângulos nos quais foram posicionados os singles durante o experimento	46
3.3	Características dos detetores ΔE e E	48
3.4	Valores obtidos para as espessuras e média para razão das espessuras e os erros asso-	
	ciado aos valores e as médias.	52
3.5	Ângulos sólidos(AS) calculados pelas Equações 3.12 e 3.14	56
4.1	Pontos utilizados para a calibração dos telescópios.	63
4.2	Coeficientes angulares e lineares utilizados na calibração dos espectros biparamétricos	65
4.3	Pontos utilizados para a calibração dos singles.	67
4.4	Coeficientes angulares e lineares utilizados na calibração dos espectros monoparamétrico	s 67
4.5	Valores de Z e os possíveis isotopos.	70
4.6	Reações, as partículas detectadas e o Q de reação.	71
4.7	Energias de saída das reações de transferência de um nêutron e um próton, e o espa-	
	lhamento elástico de ¹³ C nos contaminantes de ³⁹ K e ³² S. Para $E_{Lab} = 32$ MeV	72
4.8	Identificação dos picos da Figura 4.10 de acordo com a partícula detectada e a E_{Total} .	74
4.9	Identificação dos picos da Figura 4.11 de acordo com a partícula detectada e a E_{Total} ,	
	para $E_{Lab} = 32$ MeV	75
4.10	Perdas de saída das reações de transferência de um nêutron, espalhamento elástico de	
	^{13}C nos contaminantes de potássio , enxofre e tungstênio. Para $E_{Lab}=32 {\rm MeV}~$	77
4.11	Identificação dos picos da Figura 4.13 de acordo com a partícula detectada e a E_{Total} ,	
	para $E_{Lab} = 32 \text{ MeV}$.	78
E.1	Lista de alguns dos níveis de energia para o ${}^{27}Al$ (Retirado de [13])	112
E.2	Lista de alguns dos níveis de energia para o ^{184}W (Retirado de [13])	112

Capítulo 1

Introdução

Desde a era Clássica o ser humano tenta compreender a natureza e as leis que a governam. Dentre os objetos de interesse na natureza busca-se os componentes da matéria. A partir da alcunha do termo *átomo* pelos atomistas, estuda-se o que forma a matéria. Desde o experimento foi realizado por Mardsen e Geiger [14] e aprimorado por Rutherford [15], os físicos vem estudando os componentes do núcleo, prótons e nêutrons, e as interações entre os mesmos.

A medida que energia do projetil é aumentada a interação projetil-alvo, através de potencial nuclear, vai tornando-se mais importante. Quando isso acontece vários tipos de reações tornamse possíveis. Por exemplo, espalhamento elástico, espalhamento inelástico, *breakup*(quebra), transferência de nucleons entre outros processos possíveis [16].No caso do espalhamento inelástico, uma das partículas, projétil ou alvo, passa para um estado excitado. No *breakup*, uma das partículas do projétil ou do alvo, se quebra durante a interação. Por fim, no caso de uma transferência um, ou mais, nucleon(s) (é)são transferido(s) do projétil para o alvo ou do alvo para o projétil.

No contexto do Eletromagnetismo pode-se diferir nêutrons e prótons pelo fato de que um não tem carga elétrica e outro tem. Já no contexto da Física Nuclear nêutrons e prótons devem ser comportar como a mesma partícula, visto que ambas são suscetíveis à interação forte. Por isso, estudar como ocorre a transferência de prótons ou de um nêutrons, ou até mesmo a transferência dessas partículas ao mesmo tempo [17] torna-se importante para o entendimento de como se dá a interação forte [18, 19]. Então, o estudo das reações de transferência são um método para sondar e compreender a estrutura do nuclear [20].

Esta trabalho tem por objetivo estudar a reação ${}^{13}C + {}^{27}Al$ e os seus produtos. A escolha desta reação é baseada em trabalhos anteriores do grupo de física nuclear da UFF¹ para o estudo das reações

¹Universidade Federal Fluminense

de transferência [18, 19]. Em um experimento recente estudou-se o sistema ${}^{13}C + {}^{28}Si$ e concluiu-se que a descrição da secção de choque de transferência depende de uma boa descrição de estrutura dos núcleons que participam da reação [21]. Com isso, escolheu-se o elemento do alvo do presente trabalho, o alumínio (${}^{27}Al$)

O alumínio é m núcleo deformado [22] que pode ser descrito como o $({}^{28}Si)$ acoplado a um buraco, isto é, o estado fundamental do alumínio pode ser descrito pelo estado fundamental do silício acoplado com um buraco, o mesmo ocorre para os estados excitados do silício. Por exemplo, quando o primeiro estado excitado do silício acopla-se com um buraco, pelas regras de soma de momento angular é possível descrever os cinco primeiros estados excitados do alumínio. A partir disso, esperase comparar o comportamento da secção de choque de transferência do silício [21] com a secção de choque de transferência do alumínio.

O estudo do sistema ${}^{13}C + {}^{27}Al$ visa compreender o mecanismo das reações diretas que são interações de curta duração ($\approx 10^{-22}$ s) na superfície do núcleo. Ao realizar os cálculos teóricos, fez-se necessário incluir os efeitos de spin-órbita e reorientação para que os cálculos descrevessem bem os dados experimentais. O efeito de spin-órbita está associado à núcleos ímpares como alvo [23] e o efeito de reorientação está associado ao forte acoplamento entre os estados excitados e o estado fundamental, independente da deformação do núcleo [24]. Através dos dados experimentais e dos cálculos teóricos torna-se possível investigar quais são as características da reação entre o ${}^{13}C$ e o ${}^{27}Al$.

Nas condições de medição do experimento de medição, foi possível obter distribuições angulares de espalhamento elástico, inelástico e transferência de um nêutron. Estas mostram os efeitos de spinórbita e reorientação e a possível dependência dos mesmos com a energia do projétil.

A presente dissertação é dividida em cinco capítulos:

- Capítulo 1 : Neste capítulo há a Introdução com o sistema estudado e a motivação para tal.
- Capítulo 2: Expõem-se os aspectos teóricos relevantes para os cálculos teóricos.
- Capítulo 3: Apresenta-se a descrição do aparato experimental e das equações para o cálculo da secção de choque experimental.
- Capítulo 4: Obtém-se a redução dos dados e os resultados obtidos.
- Capítulo 5: Apresentada a conclusão e perspectivas futuras.

Capítulo 2

Fundamentos Teóricos

Nesse capítulo é fornecido um panorama dos aspectos teóricos utilizados para análise de dados. Um dos parâmetros que pode ser obtido a partir da interação entre duas partículas é a seção de choque. A proximidade ou não dos valores da secção de choque experimental e os obtidos a partir de um modelo (secção de choque teórica) permite inferir a qualidade do modelo utilizado para descrever a interação entre dois núcleos.

2.1 Secção de choque de colisão

Em um experimento típico de física nuclear existe a interação do projétil com o alvo via colisão. Uma das quantidades que pode ser obter a partir desta interação é a secção de choque.

Na Figura 2.1 tem-se um alvo que será bombardeado por um feixe com grande número de projéteis, tipicamente, da ordem, 10^{12} partículas. Define-se n_{alvo} como a densidade do alvo e A área total do conjunto de alvos.

$$n_{alvo} = \frac{\text{número de centros espalhadores}(n)}{\text{Área total do alvo(A)}}$$
(2.1)

Utilizando a Equação 2.1 pode-se obter o número de centro espalhadores (n).

$$n = n_{alvo} \cdot \mathbf{A} \tag{2.2}$$

Assumindo que σ , área de secção transversal de um centro espalhador, pode ser escrita da seguinte forma:



Figura 2.1: Desenho esquemático de um alvo. Nesta situação assumi-se que o alvo é composto por pequenas esferas duras. Para esse alvo, a área total do alvo (A) e a área de cada centro espalhador (σ) (Adaptado de [1]).

$$\sigma = \pi R^2 \tag{2.3}$$

Onde R^2 é o raio do centro espalhador. Para obter a área total dos centros espalhadores, multiplica-se a Equação 2.3 por Equação 2.2.

$$A_{\text{Espalhadores}} = n_{alvo} \cdot A \cdot \sigma \tag{2.4}$$

A probabilidade de que um centro espalhador seja atingido, por uma partícula do feixe, é entendida como a razão entre a área ocupada pelos centros espalhadores e a área total.

$$P = \frac{A_{\text{Espalhadores}}}{A} \tag{2.5}$$

Substituindo a Equação 2.4 na Equação 2.5 e realizando a simplificação necessária, obtém-se:

$$P = n_{alvo} \cdot \sigma \tag{2.6}$$

Considerando que o feixe que incide sobre o alvo tem um certo número de partículas ($N_{incidente}$) e uma certa quantidade dessas partículas são espalhadas ($N_{Espalhadas}$), é possível definir a probabilidade (P) de colisão como:

$$P = \frac{N_{\text{Espalhadas}}}{N_{\text{incidente}}} \tag{2.7}$$

A Equação 2.6 e a Equação 2.7 são iguais. Assim, podem ser igualadas e o termo σ pode ser isolado.

$$\sigma = \frac{N_{\text{Espalhadas}}}{N_{\text{incidente}} \cdot n_{alvo}}$$
(2.8)

Para obter a Equação 2.8 foram feitas várias considerações, entre elas que os centros espalhadores eram esferas compactas, assim para que um espalhamento acontecesse era necessário que o projétil tocasse o centro espalhador. Esta hipótese não é uma situação universal, pois não é válida em algumas situações. Por exemplo, no caso do espalhamento coulombiano, o projétil pode ser espalhado sem tocar o núcleo. Assim, pode-se considerar σ como uma área de interação e não somente como a área do centro espalhador.

Experimentalmente a Equação 2.8 não é conveniente, pois para obter σ é necessário conhecer todas as partículas que foram espalhadas para uma determinada reação. Isto é, o alvo deveria ser envolvido por um sistema de detecção. Na prática, isto é inviável. Assim, surge a necessidade de obter o conceito de secção de choque diferencial.

2.1.1 Secção de choque diferencial de espalhamento

Sabendo que a secção de choque é a área efetiva de interação entre o projétil e o alvo, define-se o conceito de secção de choque diferencial. Considere o experimento de um projétil contra um alvo, em que a única interação possível é o espalhamento elástico.

Em um modelo, onde o projétil incide sobre um alvo, o ângulo de espalhamento θ é dado a partir do parâmetro de impacto *b*, que define a menor distância de aproximação do projétil e do centro espalhador, como mostrado na Figura 2.2.



Figura 2.2: Movimento de uma partícula espalhada, em que a trajetória do projétil é alterada pela interação com o alvo (Adaptado de [1]).

Como já dito, não é possível envolver o alvo por sistema de detecção, por isso é necessário definir uma direção de detecção, em que as partículas espalhadas serão contabilizadas. Por isso, surgiu a necessidade do conceito de ângulo sólido, que mede o quão grande um objeto é visto por um observador em um determinado ponto e é:

$$\Omega = \frac{A}{r^2} \tag{2.9}$$

Onde A é a área projetada na superfície da esfera, r é o raio da esfera. Na Figura 2.3 tem-se um desenho esquemático do ângulo sólido.



Figura 2.3: Ângulo sólido Ω dado por um cone delimitado pela área A na superfície da esfera e o raio r da esfera.

Para obter a secção de choque diferencial $d\sigma$, se está interessado no fluxo de partículas espalhadas por um ângulo de espalhamento entre $\theta \in \theta + d\theta$, em que o número de partículas incidente está na região delimitado na região entre $b \in b + db$, como mostrado na Figura 2.4. Partindo da Equação 2.3, em que define-se secção de choque como uma área efetiva, considerando que o problema tem simetria azimutal têm-se que R = b.

$$\sigma = \pi b^2 \tag{2.10}$$

Assim, deriva-se a Equação 2.10 por db para obter a a área de interação efetiva do anel delimitado entre b e b + db mostrado na Figura 2.4:

$$\frac{d\sigma}{db} = b2\pi \tag{2.11}$$

Assim

$$d\sigma = bdb2\pi \tag{2.12}$$

Partindo da definição de ângulo sólido obtida na Equação 2.9, pode-se escrever a componente



Figura 2.4: A região delimitada entre b e b + db e os ângulos $\theta e \theta + d\theta$ é a trajetória de todas as partículas incidentes (Adaptado [1]).

infinitesimal do ângulo sólido $d\Omega$ para região $\theta \in \theta + d\theta$ como:

$$d\Omega = \sin\theta d\theta 2\pi \tag{2.13}$$

Assim, para obter $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ divide-se a Equação 2.12 pela Equação 2.13.

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{b}{\sin\theta} \left| \frac{db}{d\theta} \right|$$
(2.14)

A Equação 2.14 é a expressão Clássica para secção de choque diferencial.

2.1.2 Secção de choque de Rutherford

Em 1911, Rutherford e colaboradores [15] publicaram um modelo teórico que visava explicar o comportamento, observado, para o espalhamento de partículas alpha (${}^{4}He$) em uma folha de ouro (${}^{197}Au$). Através desse trabalho eles obtiveram a equação para a secção de choque para o espalhamento por um potencial coulombiano. Nesta seção será realizada a demonstração de como se pode chegar a essa equação.

Considere o projétil, com carga q ($q = eZ_p$), se aproximando de um centro espalhador (alvo), com carga Q ($q = eZ_a$), como mostrado na Figura 2.5. A força, devida a interação o coulombiana, entre o projétil e o alvo é dado pela Equação 2.15. No caso do experimento do Rutherford, o projétil era uma partícula alpha (⁴He) e o alvo era uma folha de ouro.

$$F = \frac{kqQ}{r^2} = \frac{ke^2 Z_a Z_p}{r^2} = \frac{\gamma}{r^2}$$
(2.15)

onde k é a constante de coulomb, que também pode ser escrita como $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ e e é a carga elementar.



Figura 2.5: Representação pictórica do espalhamento de Rutherford de uma partícula alfa por um núcleo. A posição de maior aproximação da partícula pode ser identificada pelo vetor \vec{u} (Adaptado de [1]).

Define-se um vetor unitário \vec{u} que a direção indica o ponto de menor aproximação da partícula α do núcleo do alvo, como mostrado na Figura 2.6. A posição da partícula α é dada em coordenadas polares por $r \in \psi$, em que define-se $\psi = 0$ para o ponto de menor aproximação.

Como considera-se só o potencial Coulombiano responsável pelo espalhamento, tem-se que a componente na direção \vec{u} da lei de coulomb (Equação 2.15) será responsável pela mudança do momento \vec{p} da partícula α durante o espalhamento. Assim, pode-se escrever que :

$$|\Delta \vec{p}| = \int_{-\infty}^{\infty} F_u dt = \int_{-\infty}^{\infty} (\frac{\gamma}{r^2}) \cos(\psi) dt$$
(2.16)

Na Equação 2.16 há uma integral sobre o tempo, que pode ser substituída por uma integral sobre ψ utilizando:

$$\dot{\psi} = \frac{d\psi}{dt} \tag{2.17}$$

$$dt = \frac{d\psi}{\dot{\psi}} \tag{2.18}$$

onde $\dot{\psi}$ pode ser obtido pela conservação de momento.

$$L_{inicial} = L_{final} \tag{2.19}$$

Em que $L_{inicial} = bp$, considerando a partícula α muito longe do alvo. Já L_{final} é o momento da partícula α , após a mudança que \vec{p} sofre ao ser espalhado via interação coulombiana com o núcleo atômico do alvo.

$$\vec{L_{final}} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m_{\alpha} \vec{v} = m_{\alpha} \vec{r} \times \left(\frac{d\vec{r}}{dt} + r\frac{d\psi}{dt}\right) = m_{\alpha} r \left(\vec{r} \times \frac{d\psi}{dt}\right)$$
(2.20)

Ao obter o módulo de $\vec{L_{final}}$, tem-se:

$$L_{final} = m_{\alpha} r^2 \dot{\psi} \tag{2.21}$$

Assim pode-se escrever $\dot{\psi}$ como:

$$\dot{\psi} = \frac{bp}{m_{\alpha}r^2} \tag{2.22}$$

Pode-se, também, substituir $|\Delta \vec{p}|$. Na Figura 2.6 tem-se a organização destes vetores. Assim, o módulo de $\Delta \vec{p}$.

$$|\Delta \vec{p}| = 2p \sin \frac{\theta}{2} \tag{2.23}$$

Substituindo os valores de dt e $\dot{\psi}$ na Equação 2.16.

$$|\Delta \vec{p}| = \int_{\psi_{-}}^{\psi_{+}} \frac{\gamma \cos\left(\psi\right) d\psi}{r^{2} b p/mr^{2}} = \frac{2\gamma m}{bp} \cos\left(\theta/2\right)$$
(2.24)

Da Figura 2.5 O limite de integração é dado por:

$$\psi_{+} = \frac{1}{2}(\pi - \theta)$$

$$\psi_{-} = -\frac{1}{2}(\pi - \theta)$$
(2.25)



Figura 2.6: A soma dos momentos \vec{p} e $\vec{p'}$, resultando em $\Delta \vec{p}$ (Adaptado de [1]).

Assim, igualando a Equação 2.23 com a Equação 2.24 e isolando o termo de interesse b.

$$b = \frac{\gamma}{mv^2} \cot\left(\theta/2\right) \tag{2.26}$$

Através da Equação 2.14, sabe-se que a secção de choque experimental pode ser escrita como:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{b}{\sin(\theta)} \left| \frac{db}{d\theta} \right|$$
(2.27)

Assim, utilizando a Equação 2.26 pode-se escrever Equação 2.27 como:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{b}{\sin(\theta)} \left| \frac{db}{d\theta} \right| = \frac{1}{\sin(\theta/2)\cos(\theta/2)} \frac{\gamma}{mv^2} \cot(\theta/2) \frac{\gamma}{mv^2} \frac{1}{2\sin^2(\theta/2)}$$
(2.28)

Substituindo $E = \frac{1}{2}mv^2$ e $\gamma = ke^2 Z_a Z_p$ na Equação 2.28 . Então, pode-se obter a secção de choque diferencial de Rutherford:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{Z_a Z_p k e^2}{4E_{CM}}\right)^2 \frac{1}{\sin^4\left(\theta_{CM}/2\right)}$$
(2.29)

Onde $ke^2 = 1.44 \ MeV.fm$ e E_{CM} é a energia no referencial do centro de massa dada por :

$$E_{CM} = \frac{E_{Lab}m_a}{m_a + m_p} \tag{2.30}$$

Em que m_a e m_p são as massas do alvo e do projétil, respectivamente. Já E_{Lab} é a energia no referencial do laboratório.

2.2 Teoria de espalhamento quântico

Nas seções anteriores definiu-se a secção de choque teórica, com a qual calculou-se a secção de choque de espalhamento para Rutherford. Até aqui, utilizou-se uma abordagem clássica para o estudo da colisão entre duas partículas, que é uma maneira mais simples de compreender alguns mecanismos que regem as interações atômicas e nucleares.

No entanto, a abordagem Clássica não é precisa para descrever sistemas com a dimensão do núcleo atômico $(1 \text{fm}^1 = 10^{-15} \text{m})$, por isso faz-se necessária uma abordagem no viés da Mecânica Quântica. Nesta seção, será obtida a secção de choque diferencial para o espalhamento quântico.

Considera-se que a partícula incidente pode ser representada por uma função de onda que é obtida ao resolver-se a Equação de Schröndinger em uma dimensão.

¹Femtômetro

$$\frac{d^2\psi_{inc}(k,z)}{dz^2} + k^2\psi_{inc}(k,z) = 0$$
(2.31)

Note que Equação 2.31 é a equação para uma partícula movendo-se paralelamente à direção \hat{z} com energia E, onde $k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$. A solução da Equação 2.31 é dada por:

$$\psi_{inc}(k,z) = e^{ikz} \tag{2.32}$$

A Equação 2.32 é uma onda plana que irá incidir sobre o potencial gerado por um centro espalhador. Após a interação, a onda plana será espalhada e essa onda deve ter a forma de uma onda esférica:

$$\psi_{esp}(k,r) = f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r}$$
(2.33)

Note que a Equação 2.33 é a solução da equação de Schröndiger na presença de um potencial espalhador de simetria esférica U(r) e $f(\theta)$ é a amplitude de espalhamento, onde θ é o ângulo de espalhamento e \vec{r} a direção de propagação da onda espalhada. Na Figura 2.7 tem-se uma representação do espalhamento. Nas Equações 2.32 e 2.33 tem-se as ondas incidentes e espalhadas pelo potencial



Figura 2.7: Desenho esquemático para o espalhamento das ondas planas incidentes e^{ikz} por um centro espalhador (Adaptado de [2]).

espalhador U(r). Para descrever a função de onda total para o limite assintótico $(r \to \infty)$ deve-se representar as ondas incidentes e ondas espalhadas. Assim, obtém-se:

$$\psi \sim e^{ikz} + f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r}$$
(2.34)

Onde pode-se escrever z em termos de r e θ pela relação $z = r \cos(\theta)$. Então, a Equação 2.34 pode ser reescrita.

$$\psi \backsim e^{ikr\cos(\theta)} + f(\theta)\frac{e^{ikr}}{r}$$
(2.35)

Para calcular a secção de choque diferencial espalhamento, primeiramente define-se uma corrente de densidade de probabilidade [25]:

$$\vec{j} = \frac{\hbar}{2mi} \left(\psi^* \nabla \psi - \nabla \psi^* \psi \right) \tag{2.36}$$

A corrente de densidade de probabilidade, para o fluxo de partículas incidentes, é dada substituindo Equação 2.32 na Equação 2.36.

$$\vec{j}_{inc} = \frac{\hbar}{2mi} \left(\psi_{inc}^* \frac{d\psi_{inc}}{dz} - \frac{d\psi_{inc}^*}{dz} \psi_{inc} \right)$$
(2.37)

Logo

$$\vec{j}_{inc} = \frac{\hbar}{2mi}(ik+ik) = \frac{\hbar}{m}k = v_{inicial}$$
(2.38)

Analogamente, para a densidade de probabilidade para o fluxo de partículas espalhadas é dada por:

$$\vec{j}_{esp} = \frac{\hbar}{2mi} \left(\psi_{esp}^* \frac{\partial \psi_{esp}}{\partial r} - \frac{\partial \psi_{esp}^*}{\partial r} \psi_{esp} \right)$$
(2.39)

Assim

$$\vec{j}_{esp} = \frac{\hbar k}{m} \frac{|f(\theta)|^2}{r^2} = v_{final} \frac{|f(\theta)|^2}{r^2}$$
(2.40)

Como as partículas espalhadas estão sendo observadas por um detector, define-se o ângulo sólido desse detector como:

$$d\Omega = \frac{da}{r^2} \tag{2.41}$$

Onde da é a área efetiva do detector situado a uma distância r do centro espalhador. Assim, o fluxo de partículas espalhadas na direção Ω dada pelo ângulo sólido é [25]:

$$N_{esp} = \vec{j}_{esp} da = \vec{j}_{esp} d\Omega r^2 \tag{2.42}$$

Pode-se, então, definir a secção de choque diferencial para o espalhamento por um ângulo sólido $d\Omega$ é dada por [2, 25]:

$$d\sigma = \frac{N_{esp}}{\vec{j}_{inc}} = \frac{\vec{j}_{esp} d\Omega r^2}{\vec{j}_{inc}}$$
(2.43)

Substituindo a Equação 2.38 e a Equação 2.40 na Equação 2.43, obtém-se.

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r^2 v_{final}}{v_{inicial}} \frac{|f(\theta)|^2}{r^2}$$
(2.44)

Para o caso do espalhamento elástico $v_{inicial} = v_{final}$ esses termos então podem ser simplificados da Equação 2.44 assim como o termo r^2 . Então, a secção de choque diferencial é:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 \tag{2.45}$$

Note que obter a secção de choque diferencial resume-se a um problema de encontrar a amplitude de espalhamento $f(\theta)$.

2.2.1 Ondas Parciais

A Equação 2.45 fornece uma relação entre a amplitude de espalhamento de um potencial de curto alcance e a secção de choque diferencial. Assim, a determinação teórica da secção de choque diferencial passa pelo conhecimento de $f(\theta)$. Existem métodos aproximativos que permitem a determinação de $f(\theta)$, dentre esses métodos pode ser citado o método de ondas parciais que consiste em uma forma conveniente de decompor a função de onda total χ^+ como produto de uma função radial e uma função angular.

Em primeira aproximação, pode-se assumir o potencial nuclear (U) como um potencial que depende apenas da coordenada radial. Assim, o momento angular relativo será uma quantidade conservada. Esse fato torna interessante escrever a solução da Equação de Schrödinger em termos de funções com um momento angular bem definido. Isso é o que a Equação 2.46 descreve [25]:

$$\chi^{+}(\vec{k},r) = \sum_{l=0}^{\infty} a_l R_l(r) Y_{l0}(\theta)$$
(2.46)

Onde a_l são as amplitudes e $R_l(r)$ função de onda radial que obedece à equação

$$\frac{d^2 R_l(r)}{dr^2} + \frac{2dR_l(r)}{rdr} + \left[k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2}\right] R_l(r) = \frac{2\mu}{\hbar^2} U(r) R_l(r)$$
(2.47)

Em que μ é a massa reduzida do movimento relativo entre a partícula incidente(p) e partícula espa-

lhadora(a):

$$\mu = \frac{m_p m_a}{m_p + m_a}.\tag{2.48}$$

A solução homogênea (U(r) = 0) da Equação 2.47 pode ser escrita em termos das funções esféricas de Bessel ($R_l(r) = j_l(kr)$), que nos limites assintóticos tem a seguinte forma:

$$j_l(kr) \xrightarrow{r \to \infty} \frac{\sin\left(kr - \frac{1}{2}l\pi\right)}{kr}$$
 (2.49)

Para o caso não-homogêneo ($U(r) \neq 0$) o potencial espalhador desloca em uma fase (*phase shift*) as ondas parciais emergentes. Assim, a solução não-homogênea da Equação 2.47 é:

$$j_l(kr) \xrightarrow{r \to \infty} \frac{\sin\left(kr - \frac{1}{2}l\pi + \delta_l\right)}{kr}$$
 (2.50)

De maneira semelhante a $\chi^+(\vec{k}, r)$, pode-se reescrever as funções de onda incidentes $\chi^-(\vec{k}, r)$ (onda plana) em termos das funções esféricas de Bessel e dos harmônicos esféricos, utilizando a expansão de Rayligh-Bauer para o eixo de simetria z [25].

$$e^{ikz} = \sum_{l=0}^{\infty} \sqrt{4\pi(2l+1)} i^l j_l(kr) Y_{l0}(\theta)$$
(2.51)

Considerando o potencial espalhador U(r) como o potencial nuclear e substituindo as Equação 2.46 e Equação 2.51 na Equação 2.45 e isolando a amplitude de espalhamento, obtém-se a amplitude de espalhamento, $f_n(\theta)$, da contribuição nuclear.

$$f_n(\theta) = \frac{\sqrt{4\pi}}{2ik} \sum_{l=1}^{\infty} \sqrt{(2l+1)} (e^{2i\delta_l} - 1) Y_{l0}(\theta)$$
(2.52)

Pode-se utilizar o método ondas parciais para o potencial Coulombiano. No entanto, o procedimento será diferente do descrito anteriormente, pois o potencial Coulombiano, dado pela Equação 2.53, é de longo alcance e isso afeta as ondas emergentes provocando distorções nas mesmas.

$$V_{C}(r) = \left\{ \begin{array}{cc} \frac{Z_{a}Z_{p}e^{2}}{2R_{C}} \left(3 - \frac{r^{2}}{R_{C}^{2}}\right) & r \leq R_{C} \\ \frac{Z_{a}Z_{p}e^{2}}{r} & r \geq R_{C} \end{array} \right\}$$
(2.53)

Onde R_C é o raio de distribuição de carga, que obedece a relação $R_C = r_0 (A_p + A_{a})^{1/3}$ e $r_0 = 1.2$ fm [25]. Agora, resolve-se a seguinte equação [26]:

$$\frac{d^2 R_l(r)}{dr^2} + \frac{2dR_l(r)}{rdr} + \left[k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2}\right] R_l(r) = \frac{2\eta k}{r} R_l(r)$$
(2.54)

Onde $\eta = \frac{Z_a Z_p e^2 \mu}{\hbar^2 k}$ é o parâmetro de Sommerfeld, que quantifica a distorção das funções de onda pela presença do potencial Coulombiano. A solução da Equação 2.54 é obtida através da combinação linear das funções de onda regulares e irregulares de Coulomb, F_l e G_l [27].

$$R_{l}^{c}(kr) = G_{l}(\eta, kr) + iF_{l}(\eta, kr)$$
(2.55)

Para o limite assintótico, pode-se escrever as ondas parciais [26]:

$$\chi^{+}(\vec{k},r) \xrightarrow{r \to \infty} \left[1 + \frac{\eta^{2}}{ik(r-z)} + \cdots \right] e^{i\{kz+\eta \ln k(r-k)\}} + f^{c}(\theta) \frac{e^{i\{kr-\eta \ln 2kr\}}}{r} + O(r^{-2})$$
(2.56)

Assim, a amplitude de espalhamento coulombiano $f^c(\theta)$ é dada por:

$$f^{c}(\theta) = -\frac{\eta}{2k\sin^{2}(\theta/2)} \exp\left\{i\eta \ln\left(\sin^{2}(\theta/2)\right) + 2i\sigma_{0}\right\}$$
(2.57)

Em que, σ_0 é a diferença de fase de coulomb para l = 0, que é calculada como:

$$\sigma_l = \arg \Gamma(l+1+i\eta) \tag{2.58}$$

Lembrando que :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 \tag{2.59}$$

Note que ao substituir a Equação 2.57 na Equação 2.59, obtém-se da seção de choque de espalhamento de Rutherford:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\eta^2}{4k^2 \sin^4(\theta/2)} = \left(\frac{Z_a Z_p}{4E_{CM}}\right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta_{CM}/2)}$$
(2.60)

Onde E_{CM} é a energia no referencial do centro de massa dada por :

$$E_{CM} = \frac{E_{Lab}m_a}{m_a + m_p} \tag{2.61}$$

Onde E_{Lab} é a energia no referencial do laboratório. No Apêndice B trata-se com mais detalhes sobre mudança de referencial.

Com as contribuições das Equação 2.52 e Equação 2.57 podemos escrever a amplitude de espalhamento total com as contribuições nuclear e coulombiana.

$$f(\theta) = -\frac{\eta}{2k\sin^2(\theta/2)} \exp\left\{i\eta \ln\left(\sin^2(\theta/2)\right) + 2i\sigma_0\right\} + \frac{\sqrt{4\pi}}{2ik} \sum_{l=1}^{\infty} \sqrt{(2l+1)}e^{2i\sigma_l}(e^{2i\delta_l} - 1)Y_{l0}(\theta)$$
(2.62)

De maneira simplificada tem-se:

$$f(\theta) = f^c(\theta) + f_n(\theta) \tag{2.63}$$

A soma das contribuições nuclear e coulombiano na Equação 2.63, significa a soma dos potenciais nuclear e coulombiano. Isto cria uma barreira de energia, que os núcleos devem superar durante durante uma reação para que a fusão ocorra. Esta barreira é chamada de barreira coulombiana. Essa barreira pode ser visualizada na Figura 2.8.



Figura 2.8: Potencial nuclear assumindo uma forma de Woods-Saxon, potencial coulombiano e a soma dos dois potenciais mostrando a formação de uma barreira de potencial. A região mais alta da barreira é ressaltada pelo circulo magenta.

2.3 Modelo óptico

Ao se estudar uma reação nuclear, analisa-se a interação entre nucleons do projétil e do alvo. Intrinsecamente, esse é um problema de muitos corpos e requer o uso de modelos aproximativos para descrever a interação dos mesmos. Nesta seção será descrito um desses modelos, o Modelo Óptico, que consiste na utilização de um potencial real e um imaginário. Esse potencial imaginário será utilizado para levar em conta a perda de fluxo do canal elástico. Essa perda de fluxo acontece através de outros canais como: Inelástico, transferência, *break up*, etc. Assim o potencial nuclear, efetivo, será descrito pela Equação 2.64.

$$U(r) = V(r) + iW(r)$$
(2.64)

Em uma reação $a + A \rightarrow b + B$, tem-se que o canal de entrada é $\alpha = \{a, A\}$ e o canal de saída $\beta = \{b, B\}$. No tratamento das colisões entre os núcleos associa-se reações a esses canais (ou partições). No modelo óptico o principal processo considerado é o espalhamento elástico, sendo as demais ligadas à parte imaginária introduzida no potencial.

Devido a ordem de grandeza dos sistemas nucleares ($\approx 1 fermi = 10^{-15} metros$) será utilizado um tratamento quântico. Sendo o potencial tratado como uma interação efetiva em que as soluções da Equação de Schrödinger, no limite assintótico, descrevem o espalhamento elástico.

$$\left[\frac{-\hbar^2}{2\mu}\nabla^2 + U(r)\right]\Psi(r) = E\Psi(r)$$
(2.65)

Onde μ é a massa reduzida, r é a separação entre os centros de massas , E é a energia e Ψ a solução da equação.

O Modelo Óptico faz uma analogia de uma reação nuclear com a luz interagindo com um meio. O termo V, na Equação 2.64, representaria a refração, isto é, o desvio sofrido pelo feixe ao atravessar o alvo e o termo iW representa a atenuação da luz (do estado inicial do sistema) ao atravessar o meio (ao integrar com o alvo).

Normalmente, assume-se que os termos V(r) e W(r) seguem a forma de um potencial de Woods-Saxon [28]. Esse forma pode ser visualizada na Equação 2.66. Observe-se que nessa Equação tem-se 6 parâmetros (V_0 , R_V , a_V , W_0 , R_W e a_W). Assim, um dos problemas que se enfrenta na descrição de dados utilizando potenciais da forma de Woods-Saxon é a grande quantidade de parâmetros.

$$U_{WS}(r) = \frac{-V_0}{1 + exp\left(\frac{r - R_V}{a_V}\right)} + \frac{-W_0}{1 + exp\left(\frac{r - R_W}{a_W}\right)}$$
(2.66)

Em que, $V_0 e W_0$ são as profundidades das partes real e imaginária do potencial, $R_V e R_W$ são os raios, que respeitam a relação $R_{V,W} = r_{0_{(V,W)}} (A_P^{1/3} + A_A^{1/3})$, onde os subíndices P e A representam o projétil e o alvo no canal α , respectivamente. Por fim, $a_V e a_W$ definem as difusividades das partes real e imaginária. Ao se resolver um problema de espalhamento deve-se somar o potencial Coulombiano (Equação 2.53) os potenciais mostrados na Equação 2.66. Isso é feito para que as interações de longo



Figura 2.9: Foma do Potencial de Woods-Saxon e do Potencial Coulombiano.

alcance também sejam consideradas. A forma final do potencial é mostrada na Equação 2.67 e na Figura 2.9 é mostrado um gráfico com a definição do parâmetros.

$$U(r) = \frac{-V_0}{1 + exp\left(\frac{r - R_V}{a_V}\right)} + \frac{-W_0}{1 + exp\left(\frac{r - R_W}{a_W}\right)} + V_C$$
(2.67)

Para corrigir o problema de ambiguidade do Potencial de Woods-Saxon outros modelos de potenciais ópticos foram propostos, como os potenciais de dupla convolução (*double-folding*). Neste trabalho, o potencial de dupla convolução utilizado é o Potencial de São Paulo.

2.3.1 Potencial de São Paulo

O Potencial de São Paulo [29] é baseado em uma convolução entre as densidades dos núcleos envolvidos em uma colisão. Considere dois núcleos P e $A(V_F(\mathbf{r}))$ como mostrado na Figura 2.10, pode-se escrever o Potencial de São Paulo :

$$V_{SP}(r,E) = V_F(\mathbf{r})e^{\frac{-4v^2}{c^2}},$$
(2.68)

sendo c a velocidades da luz, v a velocidade relativa entre P e A e $V_F(\mathbf{r})$ como a densidade de matéria



Figura 2.10: Visualização do sistema de coordenadas para dois núcleos P e Q, em colisão. A troca de partículas estabelece um caráter não-local para o potencial de interação entre os núcleos. Note que as coordenadas com linha são as novas coordenadas após o intercâmbio de partículas dos núcleos.

nuclear.

$$V_F(\mathbf{r}) = \int \rho_P(\mathbf{r}_p) \rho_A(\mathbf{r}_a) v_{nn}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_p + \mathbf{r}_a) d\mathbf{r}_p d\mathbf{r}_a, \qquad (2.69)$$

Em que **r** é a distância entre os centros dos núcleos, $\rho_P(\mathbf{r}_p) \in \rho_A(\mathbf{r}_a)$ são as densidades de matéria nuclear e v_{nn} é a interação efetiva entre os nucleons. Note que a integral de convolução possui seis dimensões, para reduzir-se a dimensão da integral pode-se introduzir uma função delta de Dirac, pela aproximação de alcance zero. Isso reduzirá as dimensões, de integração, de seis para três. Assim, pode-se escrever v_{nn} em termos da função delta e uma constante V_0 .

$$v_{nn}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_p + \mathbf{r}_a) = V_0 \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_p + \mathbf{r}_a)$$
(2.70)

As densidades de matéria $\rho_P(\mathbf{r}_p)$ e $\rho_A(\mathbf{r}_a)$ podem ser definidas pela convolução da distribuição intrínseca de matéria do nucleon $\rho_{p,a}$ com a densidade de nucleons $\rho_{N_{p,a}}$ no núcleo.

$$\rho_{P,A}(r) = \int \rho_{N_{P,A}}(\mathbf{r}')\rho_{p,a}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')d\mathbf{r}'$$
(2.71)

Então, o potencial de São Paulo pode ser determinado da seguinte forma:

$$V_{SP}(r_{PA}) = \int \rho_P(\mathbf{r}_p) \rho_A(\mathbf{r}_a) V_0 \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_p + \mathbf{r}_a) e^{\frac{-4\mathbf{v}^2}{c^2}} d\mathbf{r}_p d\mathbf{r}_a$$
(2.72)

A Equação 2.72 é a forma do Potencial de São Paulo baseado na interação efetiva entre nucleons. Este modelo [30] leva em conta efeitos de não-localidade, isto é, a anti-simetrização de Pauli na troca de nucleons entre dois núcleos em colisão. O nucleon ejetado do núcleo P é trocado por um nucleon do núcleo Q ou vice-versa, os centros de massa desses núcleos são alterados e consequentemente a distância de separação entre eles (Figura 2.10).

Para esta trabalho escolheu-se o Potencial de São Paulo como parte real do potencial óptico. Pois, sua sistemática que leva em conta densidades nucleares e a interação nucleon-nucleon é uma forma mais realista de tratar o núcleo. Lembrando que os nucleons são férmions, por isso pode-se utilizar a função biparamétrica de fermi para reproduzir as distribuições de carga e matéria.

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + exp(\frac{r - R_0}{a})}$$
(2.73)

Onde R_0 é o raio nuclear onde a densidade de matéria cai à metade, a é a difusividade nuclear e ρ_0 é a densidade nuclear relacionada a camadas fechadas de acordo com o modelo de camadas, isto é, densidade nuclear do *core*.

2.4 Modelo de partícula única

O núcleo atômico é um sistema com muitos corpos (com vários graus de liberdade), praticamente impossível de determinar o comportamento.Por isso, faz-se necessário o uso de um modelo simplificado que descreva bem a dinâmica dos nucleons no núcleo. Nesta sessão apresenta-se um desses modelos simplificados, o modelo de partícula única, em que o núcleo pode ser descrito como uma partícula de valência fracamente ligada a um caroço, como ilustrado na Figura 2.11.

Assim, a interação entre os núcleos é descrita pela interação das partículas de valência de um núcleo com o outro. Nesse modelo, as funções de onda dos estados internos devem conter os números quânticos do estado de partícula única, spin da partícula de valência, potencial que liga a partícula de valência ao caroço, energia de ligação e amplitude espectroscópica.

2.5 Modelo de camadas e o acoplamento Spin-órbita

Assim como o modelo de partícula única visa simplificar o problema de muitos corpos que envolve uma reação nuclear, existem outros modelos para descrever a interação entre os nucleons dentro do núcleo. Dentre eles existe o modelo de camadas, descoberto em 1949 [31, 32]. Neste modelo os nucleons são ordenados em níveis de energia semelhante ao modelo atômico de Bohr [33].

Para obter os níveis de energia, resolve-se a equação de Schrödinger em três dimensões independente do tempo. A escolha do potencial da equação é a parte principal para que reproduza-se os



Figura 2.11: Representação esquemática do modelo de partícula única.

números mágicos² [34], certos números de prótons e nêutrons que atribuem aos núcleos uma característica particular de estabilidade: Alta energia de separação por nucleon.

O fato dos núcleos que apresentam números de prótons ou nêutrons terem uma maior estabilidade é uma constatação experimental [35] e única maneira de se conseguir reproduzir teoricamente esse efeito é através da inclusão de um termo de Spin-Órbita (interação entre o momento angular orbital e o spin) no potencial.

Assim como o modelo de camadas, o acoplamento de spin-órbita é uma ideia já existente na Física Atômica. Nesta área é um efeito pequeno tratado como uma perturbação, observado no espectro da estrutura fina e é causado por interações eletromagnéticas.

No caso nuclear, o spin \vec{S} e o momento angular \vec{L} são de um mesmo nucleon e associa-se a correção de spin-órbita ao potencial da seguinte forma:

$$V_{SO}(r)\vec{l}\cdot\vec{s} = \frac{1}{r}\frac{dV(r)}{dr}\vec{l}\cdot\vec{s}$$
(2.74)

Conforme pode ser visualizado, na Equação 2.74,0 potencial V_{SO} tem a forma de uma derivada do potencial de Woods-saxon Equação 2.66, pois considera-se a interação de spin-órbita de curto alcance, atuando na superfície nuclear, isto é, atua onde a densidade de nucleons não é constante. Para indicar as camadas com esta correção utiliza-se como subscrito do momento angular $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$. Considerando o spin de um nucleon $S = \frac{1}{2}$. Os valores possíveis para j são:

²Os números mágicos são: 2,8,20,28,50,82 e 126


Figura 2.12: Níveis de energia do potencial Woods-Saxon com a correção de spin-órbita (Retirado de [3]).

$$l - \frac{1}{2} < j < l + \frac{1}{2} \tag{2.75}$$

A degenerescência dos níveis de energia é (2j + 1), com isso podemos obtemos os níveis dados pela Figura 2.12. Com isso, o modelo de camadas está completo e pode-se prever como os nucleons estarão ordenados nas camadas, respeitando o princípio de exclusão de Pauli.

Para os núcleos no estado fundamental (projétil e alvo) utilizados na presente dissertação, teriase as seguintes distribuições de núcleons no estado fundamental utilizando os esquemas de níveis mostrado nas Figuras 2.13 e 2.14.



Figura 2.13: Desenho esquemático para os nucleons ordenados nas camadas do ${}^{13}C$. Onde Z é o número de prótons e N é o número de nêutrons.



Figura 2.14: Desenho esquemático para os nucleons ordenados nas camadas do ${}^{27}Al$. Onde Z é o número de prótons e N é o número de nêutrons.

2.6 Método dos Canais Acoplados

Para o estudo das reações diretas, que ocorrem na superfície do núcleo, é possível utilizar o método dos canais acoplados [36]. Nesse método, os canais de reação são incluídos explicitamente as contribuições de canais de reação (além do elástico), por exemplo, canal inelástico e/ou canal de transferência. Com isso, é possível analisar quais são mais importantes para reação estudada e como estes canais influenciam a seção de choque elástica (inelástica e de transferência).

Considerando o espalhamento entre o alvo A e o projétil a. Para descrever a interação entre os dois núcleos nesse sistema, devemos resolver a equação de Schröndiger:

$$(E-H)\Psi = 0 \tag{2.76}$$

As funções de onda Ψ , soluções da Equação 2.76 representam o conjunto das reações diretas do sistema. Assim, pode-se expandir essas funções de onda, $\Psi = \sum_{\alpha} \phi_A \phi_a \psi_\alpha(\vec{R}_\alpha)$. Em que, A são os números quânticos que descrevem o estado do alvo e a do projétil, e o canal de entrada α é dado por

 $\alpha = A + a \ e \ \vec{R}_{\alpha}$ é a posição relativa entre os centros de massa do projétil e do alvo no canal α .

O fato de se truncar os auto-estados da Equação 2.76, isto é, apenas considerando algumas as reações diretas, tem-se agora um hamiltoniano efetivo que descreve a interação entre os núcleos.

$$H_{ef} = H_{\alpha} + K_{\alpha} + V_{\alpha} \tag{2.77}$$

Onde K_{α} é a energia cinética entre os núcleos , H_{α} o hamiltoniano intrínsico aos núcleos e V_{α} é o potencial de interação entre o projétil e o alvo. Note que, $H_{\alpha} |\phi_{\alpha}\psi_{\alpha}\rangle = \epsilon_{\alpha} |\phi_{\alpha}\psi_{\alpha}\rangle$, onde $\epsilon_{\alpha} = \epsilon_A + \epsilon_a$. Assim equação de Scröndiger pode ser reescrita em termos de H_{ef} é dada por:

$$(E - H_{\alpha} - K_{\alpha} - V_{\alpha}) \sum_{\alpha} \phi_A \phi_a \psi_{\alpha}(\vec{R}_{\alpha}) = 0$$
(2.78)

Podemos simplificar a Equação 2.78 multiplicando pela esquerda por ϕ_{α}^* e integrar em termo das coordenadas internas $d\xi_{\alpha}$. Com isso, a equação fica na forma:

$$[E - \epsilon_{\alpha} - K_{\alpha} - V_{\alpha\alpha}]\psi(\vec{R}_{\alpha}) = \sum_{\alpha \neq \alpha'} V_{\alpha\alpha'}\psi_{\alpha'}(\vec{R}_{\alpha'})$$
(2.79)

Em que, $V_{\alpha\alpha'} = \langle \alpha | V_{\alpha} | \alpha' \rangle = \int \phi_{\alpha}^* V_{\alpha} \phi_{\alpha'} d\xi_{\alpha}$ é o potencial que relaciona o acoplamento do canal elástico com os demais canais. Já $V_{\alpha\alpha}$ é o potencial (diagonal) que descreve o espalhamento elástico no canal α . Assim sendo, para determinar as funções de onda é preciso resolver um sistema de equações diferencias acopladas. Lembrando que utiliza-se um truncamento das funções onda para considerar apenas as reações diretas mais relevantes. Ainda assim, é necessário selecionar apenas os canais relevantes para o sistema. Consideramos, também, um potencial do tipo óptico para a perda de fluxo nos canais que não estão sendo levados em conta.

Capítulo 3

Descrição do Aparato Experimental

Os dados experimentais que constituem o estudo englobado nesta dissertação foram adquiridos na linha 30B do Laboratório Pelletron localizado no Instituto de Física da USP(Universidade de São Paulo). No presente capítulo, será descrito todo o aparato experimental utilizado: Fonte de íons, acelerador, câmara de espalhamento, alvos, detectores e eletrônica.

Além do aparato experimental serão descritos, também, os procedimentos necessários para obtenção de seção de choque experimental.

3.1 Fonte de íons

Para realização de um experimento, o feixe é fornecido por uma fonte de íons. No caso do acelerador Pelletron, essa fonte é uma MC- SNICS (The Multicathode Source of Negative Ions by Cesium Sputtering¹) que produz feixes de íons negativos de vários elementos ou moléculas. A localização da fonte de íons, no edifício Oscar Sala (Prédio do instituto de física), é mostrada na Figura 3.1 e na Figura 3.2 é mostrada uma foto da mesma. Para um melhor entendimento do funcionamento da MC-SNICS utilizaremos o desenho esquemático mostrado na Figura 3.3.

Nessa figura pode-se visualizar os diferentes componentes da fonte. O primeiro componente é o cátodo. Este é composto por um cadinho que recebe um composto (usualmente um óxido) com o material de interesse para o feixe primário.

Observando a Figura 3.3, verifica-se a existência de um forno de césio. O césio está contido em uma ampola, que é aquecida propiciando a evaporação do mesmo. Com a evaporação é criado um vapor neutro de césio, parte deste condensa-se na superfície do cadinho que contém o material que

¹Fonte multi catódica de íons negativos por Sputtering de Césio



Figura 3.1: Edifício Oscar Sala, com o acelerador Pelletron e a área experimental [4].



Figura 3.2: Foto da fonte de íons MC-SNICS [5].

produzirá o feixe primário.

A outra parte de entra em contato com a superfície do ionizador, aquecida a $1200^{0}C$. A esta temperatura, o césio é ionizado para Cs^{+1} . Estes íons são focalizado para o cátodo, pela lente focalizadora de césio.

Os íons Cs^{+1} ao serem focalizados para o cadinho arrancam partículas do material lá contido e

estas partículas ao passarem pela camada de césio neutro tornam-se negativas.

Os íons negativos extraídos da amostra, são selecionados por um campo elétrico que os direcionará para o tubo pré-acelerador, formando um feixe de íons negativos. Este feixe ao sair da fonte de íons é defletido em 90° pelo ME20², para então entrar no tubo de aceleração.



Figura 3.3: Esquema de funcionamento da fonte de íons MC-SNICS (Adaptado de [6]).

3.2 Acelerador Pelletron

Em um experimento típico de física nuclear a colisão entre um projétil e um alvo e a análise dos produtos dessa colisão permite compreender os mecanismos das reações envolvidas e o aprimoramento dos modelos em física nuclear. Para que seja possível sondar as dimensões (tamanhos) nas quais o potencial nuclear é relevante, é necessário fornecer energia suficiente para o projétil. Para tal é necessário a utilização de um acelerador de partículas. Para obtenção dos dados analisados na presente dissertação foi utilizado um acelerador do tipo Tandem, que permite uma tensão máxima de 8 milhões de volts.

Os aceleradores do tipo Tandem são uma melhoria em relação aos aceleradores do tipo Van de Graaff [37](Figura 3.4). Estes, foram desenvolvido por R.J Van de Graaff em 1931 e em sua constituição possuem uma tira de borracha que passa entre duas polias, sendo uma delas aterrada. Na extremidade superior há um terminal esférico que é carregado através dessa tira de borracha. Na extremidade inferior existe um pente metálico ligado à fonte de tensão. Essa fonte de tensão deposita cargas na

²Eletroímã

tira e essa carga é levada até o terminal esférico. Ao chegar no terminal esférico existe outro pente metálico que permite transferir a carga para o terminal.



Figura 3.4: Esquema de um acelerador tipo Van de Graaff. Onde U_c é a voltagem fornecida pela fonte DC e U é a voltagem após a aceleração (Retirado de [7]).

Já no acelerador Pelletron, as extremidades do acelerador são aterradas e o terminal é localizado no centro do acelerador. Além disso, a tira de borracha é substituída por cilindros metálicos (*pellets*) ligados entre si por elos de nylon (material isolante). Na Figura 3.5 observa-se uma polia e a corrente de *pellets* encaixada nela.



Figura 3.5: Foto da polia com a corrente de *pellets* do sistema de carga do Pelletron [5,8].

Os íons negativos, provenientes da fonte de íons, são acelerados para o terminal de alta tensão. No centro deste terminal o feixe atravessa uma fina folha de carbono (*stripper*) com densidade de $5\frac{\mu g}{cm^2}$, que arranca parte dos elétrons dos íons negativos transformando-os em íons positivos. Estes íons são

acelerados novamente pela repulsão eletrostática com o terminal positivo para extremidade inferior do acelerador. O ganho de energia no feixe justifica o uso de um acelerador tipo Tandem, pois para



Figura 3.6: Esquema de funcionamento do Pelletron [5].

uma máquina de Van der Graaf a energia máxima que o íon ou elétron pode adquirir é E = qV. Onde, q é a carga do íon (ou elétron) e V é a tensão do terminal. Para um acelerador tipo Tandem, a energia fornecida pelo feixe pode ser descrita pela seguinte equação:

$$E = eV_i + eV_T + N_eV_T \tag{3.1}$$

O termo eV_i , na Equação 3.1, representa a energia que o feixe possui na saída da fonte de íons. Sendo que V_i retrata o potencial necessário para extrair o feixe da mesma. O termo eV_T representa a energia adquirida entre a saída da fonte de íons e a entrada do terminal (localizado no centro do acelerador).

Como já foi dito, no terminal existe uma folha de carbono que é responsável por retirar elétrons do feixe. A quantidade de elétrons que é retirada é descrita por N. Assim o termo N_eV_T , representa a energia que o feixe ganha entre a folha de ${}^{12}C$ e a saída do acelerador.

3.2.1 Seleção de energia do feixe

Os íons que saem do acelerador com energia dada pela Equação 3.1 são positivos. Quando houve a troca de carga ao passar pela folha de carbono, o feixe de ${}^{13}C$ adquire diferentes estados de carga. Deve-se então fazer uma nova seleção do feixe, para que apenas um estado de carga chegue a canalização. Para isso utiliza-se o eletroímã ME200, que defletirá o feixe em 90° e fará seleção do feixe. O campo magnético apropriado do ME200 é medido com a técnica de ressonância magnética nuclear [38]. Após a seleção do ME200, o feixe segue para a canalização até o alvo Figura 3.7.



Figura 3.7: Área experimental no edifício Oscar Sala, onde várias linhas experimentais estão instaladas [5].

3.3 Câmara de espalhamento 30B

O experimento foi montando no interior da câmara localizada na canalização 30B. A canalização de condução do feixe e o interior da câmara são mantidos em condições de alto vácuo, com pressão da ordem de 10^{-5} Torr.

Na parte superior da câmara havia um porta alvos, localizado no centro da câmara posicionado perpendicularmente ao feixe incidente, com espaço livre para quatro alvos (Figura 3.8), haviam 4

alvos de ${}^{197}Au + {}^{27}Al$ e de ${}^{27}Al$, dos quais dois para o experimento (alvos 1 e 3), com espessuras estimadas de $20\mu g/cm^2$ e $30\mu g/cm^2$, respectivamente.



Figura 3.8: Desenho esquemático do porta alvos instalado na câmara 30B. Os alvos 1 e 2 são ${}^{27}Al + {}^{197}Au$, já os alvos 3 e 4 são ${}^{27}Al$. Devido a um controle externo era possível alterar a posição do porta alvas, isto é, podia-se trocar de alvo sem a necessidade de quebrar vácuo.

Esses alvos foram confeccionados no Laboratório de Alvos da USP, instalado no edifício Oscar Sala, junto ao Pelletron. Ambos foram obtidos pelo método de evaporação em vácuo, com a técnica PVD (*Physical Vapor Deposition*³) [39]. São alvos auto-portantes, depositados sobre uma lâmina de vidro que são lavadas com o detergente industrial RBS.

Na parte inferior da câmara 30*B* havia um braço giratório que permitia a variação dos ângulos (θ_{Lab}) medidos entre a posição do detector e a linha de feixe em torno do porta alvos, inicialmente instalou-se três telescópios de detecção com configuração ΔE -*E*, posteriormente foram substituídos por seis *singles*.

Nas Tabelas 3.1 e 3.2 são indicadas as posições angulares medidas, utilizando a configuração ΔE -E e a configuração *singles*, respectivamente. Na Figura 3.9 é mostrado um desenho esquemático da disposição do detectores tanto para a configuração single quanto para os telescópios.

³Deposição física de vapor

Detector	$\theta_{Lab}(\text{graus})$
Δ E1-E1	25, 28, 32 e 42
Δ E2-E2	35, 38, 42 e 52
Δ E3-E3	45, 48, 52 e 62

Tabela 3.1: Ângulos nos quais foram posicionados os telescópios durante o experimento.

Tabela 3.2: Ângulos nos quais foram posicionados os singles durante o experimento.

Detector	$\theta_{Lab}(\text{graus})$
S 1	25
S2	30
S 3	35
S4	45
S5	55
S6	65



Figura 3.9: Esquema de posicionamento dos sistemas de detecção utilizados no experimento de acordo com a Tabela 3.1 e a Tabela 3.2. **a**) Telescópios posicionados dentro da câmara 30B. **b**) *Singles* posicionados dentro da câmara 30B.

3.3.1 Sistema de detecção

O sistema de detecção (Figura 3.10), na primeira parte do experimento, eram três telescópios montados com detectores de barreira de superfície de silício(Apêndice D) na configuração ΔE -E(Figura 3.11). Esse sistema consiste em um detetor fino (ΔE) em que as partículas incidentes depositam uma certa quantidade de energia e outro detetor mais grosso (E) em que as partículas são completamente paradas. Na segunda parte do experimento, haviam seis detectores tipo *singles*, detectores espessos tipo os detectores E.

As espessuras dos detectores ΔE e E estão descritas naTabela 3.3. Esta informação é importante



Figura 3.10: Foto dos telescópios de detecção instalados no braço móvel.



Figura 3.11: Visão lateral do telescópio de detecção para a montagem ΔE -E (Retirado de [9]).

para os cálculos de perda de energia, que auxiliarão na calibração dos espectros e identificação das reações.

A utilização de detectores em uma configuração ΔE -E permite a construção de espectros chamados biparamétricos. Nesse tipo de espectro as diferentes partículas detectadas são separadas em faixas de Z e de A.

Na segunda parte do experimento foram desmontados os ΔE -E e mantidos os colimadores fron-

	Espessura $DeltaE$ (μ m)	Espessura $E(\mu m)$
Telescópio 1	15	1000
Telescópio 2	20	1000
Telescópio 3	15	1000

Tabela 3.3: Características dos detetores ΔE e E

tais. Utilizou-se para segunda parte os detectores *single*, isto é, detectores espessos tipo E sem o ΔE na frente. As partículas incidentes após passarem pelo alvo são completamente paradas no detector *singles*. Os espectros típicos de sistema são espectros monoparamétricos.

3.3.2 Eletrônica

Os detectores estão ligados ao pré-amplificador, que ao receber o sinal gerado pela chegada da partícula no detector realiza uma amplificação inicial do mesmo. Das duas saídas do pré-amplificador uma é utilizada para o sinal de energia e a outra para um sinal de tempo.

O sinal de energia já pré-amplificado é enviado para um amplificador que está ligado ao sistema de aquisição ADC⁴/CAEN⁵, que digitaliza a informação da energia. O sinal de tempo é enviado para um amplificador rápido e depois para um CFD⁶ que gera um sinal lógico a partir do sinal de tempo, chamado de *gate*.

O sinal de *gate* informa ao sistema de aquisição quando há um evento de interesse, este sinal vai para o módulo *Fan in/ Fan out*, que gera um único sinal para todos os detectores (ΔE e E) que dispara a eletrônica de aquisição. O sinal único é enviado para o módulo GDG⁷ que corrige pequenas diferenças de tempo entre o sinal de *gate* e de energia gerados pela propagação nos cabos.

⁴Analogical to Digital Converter

⁵Costruzioni Apparecchiature Elettroniche Nucleari

⁶Constant Fraction Discriminator

⁷Gate ans Delay Generator



Figura 3.12: Esquema simplificado da eletrônica para aquisição de dados.

3.4 Cálculo da Secção de Choque

Para a obtenção da secção de choque experimental , Equação 3.2, é necessário conhecer o número de partículas espalhadas (N_{cont}), o número de partículas no alvo (N_{alvo}), o número de partículas incidentes (N_{inc}) e o ângulo sólido ($\Delta\Omega$). No presente experimento não foram medidos o número de partículas incidentes, o ângulo sólido e para a espessura do alvo tinha-se apenas estimativa, $20\mu g/cm^2$ para o alvo $^{197}Au + ^{27}Al$ e $30\mu g/cm^2$ para o alvo de ^{27}Al . Porém, foram realizadas medidas em duas energias, 20 e 32 MeV. Além disso, utilizou-se um alvo que continha apenas ^{27}Al e outro que continha $^{27}Al + ^{197}Au$. Utilizando a energia de 20 MeV é possível obter a razão entre as espessuras de ^{27}Al e de ^{197}Au . Já para eliminar a dependência do número de partículas incidentes é necessário obter a razão entre dois detectores. Como isso, é importante obter a razão entre os ângulos sólidos para ser possível obter a secção de choque para os diferentes processos medidos nesta dissertação. Na presente seção serão apresentados os passos necessários para a obtenções dos valores e das equações utilizadas na redução dos dados obtidos.

3.4.1 Razão das espessuras para o alvo duplo

Como descrito no capítulo anterior, foram utilizados dois alvos para o experimento, o alvo $2(^{27}Al+^{197}Au)$ e alvo $3(^{27}Al)$. Nesta seção são apresentadas as relações para obtenção da razão entre as espessuras de ouro e alumínio no alvo duplo (alvo 2), pois não foi possível conhecer a espessura real de ouro

e alumínio do alvo. Partindo da expressão para calcular a secção de choque diferencial experimental.

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CM}^{2^{7}Al} = \frac{\left(N_{cont}\right)_{Elast}^{2^{7}Al}\left(J_{CM}^{Lab}\right)^{2^{7}Al}}{\Delta\Omega N_{inc}\left(N_{alvo}\right)^{2^{7}Al}}$$
(3.2)

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CM}^{^{197}Au} = \frac{\left(N_{cont}\right)_{Elast}^{^{197}Au} \left(J_{CM}^{Lab}\right)^{^{197}Au}}{\Delta\Omega N_{inc} \left(N_{alvo}\right)^{^{197}Au}}$$
(3.3)

Sendo que:

- (N_{cont}) Número de contagens do pico elástico
- J_{CM}^{Lab} Jacobiano da transformação do referencial de laboratório para o referencial de centro de massa [Ver Apêndice B]
- $\Delta\Omega$ Ângulo sólido do sistema de detecção
- N_{inc} Número de partículas incidentes no alvo
- N_{alvo} Número de centros espalhadores por unidade de área no alvo
- A expressão para o N_{alvo} é dada por :

$$N_{alvo} = \frac{EspN_{avog}}{A_{alvo}},\tag{3.4}$$

Onde Esp é a espessura do alvo em $\frac{g}{cm^2}$, N_{avog} é o número de Avogadro ($6,02\times 10^{23}$) e A_{alvo} é a massa do alvo em gramas. Para obtermos a razão entre a espessura de ouro $((Esp)^{197Au})$ e alumínio $((Esp)^{^{27Al}})$ divide-se a Equação 3.2 pela Equação 3.3.

$$\frac{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CM}^{27Al}}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{27Al}} = \frac{\left(N_{cont}\right)_{Elast}^{27Al} \left(J_{CM}^{Lab}\right)^{27Al} \left(N_{alvo}\right)^{197Au}}{\left(N_{cont}\right)_{Elast}^{197Au} \left(J_{CM}^{Lab}\right)^{197Au} \left(N_{alvo}\right)^{27Al}} \frac{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CM}^{197Au}}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{27Al}}$$
(3.5)

Utilizamos os cálculos do potencial de São Paulo para determinar o fator $\frac{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CM}^{2^{7}Al}}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{2^{7}Al}}$ (Figura 3.13).

Segundo os cálculos do potencial de São Paulo, a secção de choque diferencial do ouro $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CM}^{197Au}$ e o

fator $\frac{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CM}^{27Al}}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{27Al}}$, para os ângulos mais dianteiros e na energia de 20 MeV, comportam-se como Ruther-ford. A barreira Coulombiano para o sistema ¹³C +¹⁹⁷ Au é $E_{Lab}^{Barreira} = 55,25$ MeV. Resolvendo a

Equação 3.5 obtém-se o termo $\frac{(N_{alvo})^{197}Au}{(N_{alvo})^{27}Al}$. Assim:



Figura 3.13: Cálculo do Potencial de São Paulo da reação ${}^{13}C + {}^{27}Al$ para $E_{Lab} = 20$ MeV.



Figura 3.14: Cálculo do Potencial de São Paulo da reação $^{13}C+^{27}Al$ para $E_{Lab}=32~{\rm MeV}$.

$$\frac{\left(N_{alvo}\right)^{197}Au}{\left(N_{alvo}\right)^{27}Al} = \frac{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^{27}Al}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^{27}Al} \frac{\left(N_{cont}\right)^{27}Al}{\left(N_{cont}\right)^{197}Au} \left(J_{CM}^{Lab}\right)^{27}Al} \frac{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^{197}Au}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^{27}Al} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^{27}Al}$$
(3.6)

Note que o termos N_{inc} e $\Delta\Omega$ foram removidos da Equação 3.5, por consequência não aparecem na expressão final para a razão das espessuras (Equação 3.6). A eliminação de N_{inc} implicaria que as contagens que aparecem nessa Equação devem ser obtidas para o mesmo *run*⁸ experimental. Já a

⁸Run constitui os dados que foram obtidos na mesma condição experimental

eliminação de $\Delta\Omega$ implicaria que é o mesmo detector. Assim, a Equação 3.6 vale para dados obtidos em um mesmo *run* e para um mesmo detector.

A razão das espessuras será utilizada para determinar a razão entre os ângulos sólidos na próxima seção. Na Figura 3.15 utilizou-se apenas três pontos, referentes ao três ângulos dianteiros dos *singles* (ver Tabela 4.3), pois para os ângulos mais traseiros o fator $\frac{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CM}^{27Al}}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{27Al}}$ não é mais descrito por Rutherford. Para as contas que utilizam o valor da razão das espessuras, usaremos a média (Ver Tabela 3.4). O espalhamento para o sistema ¹³C +¹⁹⁷ Au, para a energia de 20 MeV, é esperado ser Rutherford.

Tabela 3.4: Valores obtidos para as espessuras e média para razão das espessuras e os erros associado aos valores e as médias.

Valor das espessuras	Erro na espessura
0.220	0.04
0.226	0.04
0.231	0.04
Média das espessuras	Erro da média
0.225	0.004

Assim, é possível resolver a Equação 3.6 para se obter a secção de choque para o espalhamento de ${}^{13}C + {}^{197}Au$. Fazendo isso obtém-se a Equação 3.7.

$$\frac{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CM}^{^{197}Au}}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{^{197}Au}} = \frac{\left(N_{cont}\right)_{Elast}^{^{197}Au} \left(J_{CM}^{Lab}\right)^{^{197}Au} \left(N_{alvo}\right)^{^{27}Al}}{\left(N_{cont}\right)_{Elast}^{^{27}Al} \left(J_{CM}^{Lab}\right)^{^{27}Al} \left(N_{alvo}\right)^{^{197}Au}} \frac{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CM}^{^{27}Al}}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{^{197}Au}}$$
(3.7)

Observe que nessa equação existe a dependência com a razão da espessura, Tabela 3.4, e dos valores de secção de choque para o espalhamento ${}^{13}C + {}^{27}Al$ e ${}^{13}C + {}^{197}Au$. Os valores de secção de choque podem ser obtidos utilizando o potencial de São paulo na sua configuração normal, difusividades padrões e normalização da parte real igual a 1 e da parte imaginária igual a 0,78. Assim, a Equação 3.7 forneceria uma maneira de testar se a razão de espessura obtida é compatível com a realidade. Bastaria que a secção de choque obtida, a partir da Equação 3.7, fosse Rutherford. Na Figura 3.16 são mostrados ao valores da razão da secção de choque experimental pela secção de choque de Rutherford



Figura 3.15: Razão de espessuras obtidas pelas relações de acordo com a Tabela 3.4, utilizando a energia de 20 MeV. A linha verde representa o valor médio, ponderado pelos erros.



Figura 3.16: Secção de Choque experimental dividida pela secção de choque de Rutherford para o ${}^{197}Au \text{ com } E_{lab} = 20 \text{ MeV.}$

Observando essa figura, verifica-se que a secção de choque experimental é compatível com Rutherford. Assim, a razão das espessuras estão dentro de um valor experimentalmente aceitável.

3.4.2 Razão entre os ângulos sólidos

Como já foi dito, no experimento não se tinha acesso ao valor do ângulo sólido dos detectores. Conhecendo a razão das espessuras, mostrada na Tabela 3.4, pode-se trabalhar com a expressão para a secção de choque experimental, levando em conta dois detectores diferentes, obtendo uma expressão para a razão dois ângulos sólidos para dois detectores diferentes. Nessa seção irá obter essa a expressão e os valores para os diferentes detectores.

Nessa seção irá se obter a razão dos ângulos sólidos. Para tanto define-se a secção de choque experimental para um detector 1 (Equação 3.8) e para um detector 2 (Equação 3.9).

$${}^{Tel1}\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^{27Al}_{CM} = \frac{{}^{Tel1}\left(N_{cont}\right)^{27AlTel1}\left(J^{Lab}_{CM}\right)^{27Al}}{{}^{Tel1}\left(\Delta\Omega\right)N_{inc}\left(N_{alvo}\right)^{27Al}}$$
(3.8)

$${}^{Tel2} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CM}^{^{197}Au} = \frac{{}^{Tel2} (N_{cont})^{^{197}AuTel2} (J_{CM}^{Lab})^{^{197}Au}}{{}^{Tel2} (\Delta\Omega) N_{inc} (N_{alvo})^{^{197}Au}}$$
(3.9)

Fazendo a razão da Equação 3.8 pela Equação 3.9, obtém-se:

$$\frac{Tel1\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^{27}Al}{Tel2\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^{197}Au} = \frac{Tel1\left(N_{cont}\right)^{27}Al}{Tel2\left(N_{cont}\right)^{197}Au} \frac{Tel1\left(J_{CM}^{Lab}\right)^{27}Al}{Tel2\left(J_{CM}^{Lab}\right)^{197}Au} \frac{Tel2\left(\Delta\Omega\right)}{Tel1\left(\Delta\Omega\right)} \frac{\left(N_{alvo}\right)^{197}Au}{\left(N_{alvo}\right)^{27}Al} \tag{3.10}$$

Dividindo a Equação 3.10 pela secção de choque de Rutherford.

$$\frac{Tel1\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CM}^{27Al}}{Tel1\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{27Al}} = \frac{Tel1\left(N_{cont}\right)^{27}Al}{Tel2\left(N_{cont}\right)^{197}Au} \frac{Tel1\left(J_{CM}^{Lab}\right)^{27}Al}{Tel2\left(J_{CM}^{Lab}\right)^{197}Au} \frac{Tel2\left(\Delta\Omega\right)}{Tel1\left(\Delta\Omega\right)} \frac{\left(N_{alvo}\right)^{197}Au}{\left(N_{alvo}\right)^{27}Al} \frac{Tel2\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CM}^{197}Au}{Tel1\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{27}Al}$$
(3.11)

O fator de interesse é a razão entre os ângulos sólidos $\frac{Tel2(\Delta\Omega)}{Tel1(\Delta\Omega)}$, por isso resolveu-se a Equação 3.11 isolando esse termo.

$$\frac{Tel^2\left(\Delta\Omega\right)}{Tel^1\left(\Delta\Omega\right)} = \frac{Tel^1\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CM}^{2^7Al}}{Tel^1\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{2^7Al}} \frac{Tel^2\left(N_{cont}\right)^{197}Au}{Tel^1\left(N_{cont}\right)^{2^7Al}} \frac{Tel^2\left(J_{CM}^{Lab}\right)^{197}Au}{Tel^1\left(J_{CM}^{Lab}\right)^{2^7Al}} \frac{\left(N_{alvo}\right)^{2^7Al}}{\left(N_{alvo}\right)^{197}Au} \frac{Tel^1\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{2^7Al}}{Tel^2\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{297}Au}$$
(3.12)

As contagens $(N_{cont})^{^{197}Au}$ são obtidas através do pico de espalhamento elástico da reação $^{13}C + ^{197}Au$ e $(N_{cont})^{^{27}Al}$, são contagens do pico de espalhamento elástico da reação $^{13}C + ^{27}Al$. A razão entre as

espessuras $\left(\frac{(N_{alvo})^{197}Au}{(N_{alvo})^{27}Al}\right)$ é obtida através da Equação 3.6. Por fim, o termo $\frac{Tel1\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CM}^{27}Al}{Tel1\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{27}Al}$ é calculado utilizando o Potencial de São Paulo para energia de feixe (¹³C) em 20 MeV e 32 MeV.

Note que na Equação 3.12 utilizou-se picos de espalhamento elástico para sistemas diferentes (${}^{13}C + {}^{197}Au \,\mathrm{e}\, {}^{13}C + {}^{27}Al$) em detectores diferentes, detector 1 e detector 2. Poderia-se, também, obter uma equação que utilizasse a mesma reação (${}^{13}C + {}^{197A}u$) nos dois detectores. Com isso, obtém-se:

$$\frac{Tel^2\left(\Delta\Omega\right)}{Tel^1\left(\Delta\Omega\right)} = \frac{Tel^1\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{197Au}}{Tel^1\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CM}^{197Au}} \frac{Tel^2\left(N_{cont}\right)^{197Au}}{Tel^1\left(N_{cont}\right)^{197Au}} \frac{Tel^2\left(J_{CM}^{Lab}\right)^{197Au}}{Tel^1\left(J_{CM}^{Lab}\right)^{197Au}} \frac{(N_{alvo})^{197Au}}{(N_{alvo})^{197Au}} \frac{Tel^1\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{197Au}}{Tel^2\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{197Au}} \tag{3.13}$$

Eliminando os termos repetidos na Equação 3.13. Temos, por fim, outra expressão que calcula a razão entre os ângulos sólidos.

$$\frac{Tel^2\left(\Delta\Omega\right)}{Tel^1\left(\Delta\Omega\right)} = \frac{Tel^2\left(N_{cont}\right)^{197}Au}{Tel^1\left(N_{cont}\right)^{197}Au} \frac{Tel^2\left(J_{CM}^{Lab}\right)^{197}Au}{Tel^1\left(J_{CM}^{Lab}\right)^{197}Au} \frac{Tel^1\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^{197}Au}{Tel^2\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^{197}Au}$$
(3.14)

Genericamente as Equações 3.12 e 3.14 podem ser escritas como:

$$\frac{j(\Delta\Omega)}{i(\Delta\Omega)} = \frac{i\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CM}^{27Al}}{i\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{27Al}} \frac{j(N_{cont})^{197Au}}{i(N_{cont})^{27Al}} \frac{j(J_{CM}^{Lab})^{197Au}}{i(J_{CM}^{Lab})^{27Al}} \frac{(N_{alvo})^{27Al}}{(N_{alvo})^{197Au}} \frac{i\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{27Al}}{j\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{197Au}}$$
(3.15)

$$\frac{j(\Delta\Omega)}{i(\Delta\Omega)} = \frac{j(N_{cont})^{197Au}}{i(N_{cont})^{197Au}} \frac{j(J_{CM}^{Lab})^{197Au}}{i(J_{CM}^{Lab})^{197Au}} \frac{i(\frac{d\sigma}{d\Omega})_{Ruth}^{197Au}}{j(\frac{d\sigma}{d\Omega})_{Ruth}^{197Au}}$$
(3.16)

Onde *i* e *j* representam os diferentes detectores, telescópios ou singles.

Na Tabela 3.5 são mostrados os valores das razões dos telescópios e os erros associados a cada á uma. Já na Figura 3.16 é mostrado uma gráfico das razões obtidas para as Equações 3.12 e 3.14 e o valor médio da razão.

Como já foi mencionado, no experimento mediu-se energias 32 MeV e 20 MeV. Para a energia de 32 MeV utilizou-se detectores em montagem na forma de telescópio e na forma de *single* e para 20 MeV mediu-se só na configuração de *singles*. Ao se realizar a montagem dos *singles*, manteve os mesmos colimadores. Isso foi feito para que o ângulo sólido não fosse modificado.

Razão	AS (Eq.3.13)	Erro	AS (Eq.3.15)	Erro	Média do AS	Erro
Tel2/Tel1	1.234	0.190	0.937	0.166	1.085	0.038
Tel3/Tel1	1.139	0.191	0.953	0.191	1.046	0.023
Tel4/Tel1	1.003	0.166	0.892	0.120	0.948	0.014
Tel5/Tel1	1.184	0.189	1.054	0.192	0.999	0.081
Tel6/Tel1	0.989	0.154	0.998	0.189	1.022	0.045

Tabela 3.5: Ângulos sólidos(AS) calculados pelas Equações 3.12 e 3.14



Figura 3.17: Gráfico das razões dos ângulos sólidos. Onde 1 = Tel2/Tel1, 2 = Tel3/Tel1, 3 = Tel4/Tel1, 4 = Tel5/Tel1 e 5 = Tel6/Tel1

3.5 Secção de Choque de Espalhamento Elástico

A determinação da secção de choque passa pelo conhecimento do ângulo sólido. No presente experimento, os ângulos sólidos não foram obtidos a partir das dimensões dos colimadores e das distâncias envolvidas e sim através das Equações 3.12 e 3.14. Uma vez obtida a razão entre os ângulos sólidos de dois detectores (valores indicados na Tabela 3.5) é possível obter uma expressão que permitirá obter a secção de Choque de Espalhamento Elástico. Para isso, considere a secção de choque experimental para o espalhamento elástico em dois detectores diferentes.

$$\left({}^{Tel1} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)^{27}_{CM} \right)_{Elas} = \frac{{}^{Tel1} (N_{cont})^{27}_{Elas} {}^{Al} Tel1} (J^{Lab}_{CM})^{27}_{Elas} {}^{Al}}{{}^{Tel1} (\Delta\Omega) N_{inc} (N_{alvo})^{27} {}^{Al}}$$
(3.17)

$$\left(\frac{Tel2}{d\Omega}\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CM}^{2^{7}Al}\right)_{Elas} = \frac{\frac{Tel2}{N_{cont}}\left(N_{cont}\right)_{Elas}^{2^{7}Al Tel2}\left(J_{CM}^{Lab}\right)_{Elas}^{2^{7}Al}}{\frac{Tel2}{\Delta\Omega}\left(\Delta\Omega\right)N_{inc}\left(N_{alvo}\right)^{2^{7}Al}}$$
(3.18)

Fazendo a razão entre aEquação 3.18 e Equação 3.17, obtém-se a expressão:

$$\frac{\left({}^{Tel2}\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CM}^{27}Al\right)_{Elas}}{\left({}^{Tel1}\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CM}^{27}Al\right)_{Elas}} = \frac{\frac{{}^{Tel2}\left(N_{cont}\right)_{Elas}^{27}Al^{Tel2}\left(J_{CM}^{Lab}\right)_{Elas}^{27}Al}}{{}^{Tel2}\left(\Delta\Omega\right)N_{inc}\left(N_{alvo}\right)^{27}Al}} \frac{{}^{Tel2}\left(\Delta\Omega\right)N_{inc}\left(N_{alvo}\right)_{Elas}^{27}Al}}{{}^{Tel1}\left(\Delta\Omega\right)N_{inc}\left(N_{alvo}\right)_{Elas}^{27}Al}}$$
(3.19)

Simplificando a Equação 3.19 elimina-se os termos N_{inc} e $(N_{alvo})^{27Al}$, que só é possível se a análise for realizada para o mesmo *run*. Isolando o termo de interesse, obtém-se:

$$\begin{pmatrix}
Tel2 \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CM}^{27Al} \\
Elas
\end{pmatrix}_{Elas} = \frac{Tel2 \left(N_{cont}\right)_{Elas}^{27Al} Tel2 \left(J_{CM}^{Lab}\right)_{Elas}^{27Al} Tel2 \left(\Delta\Omega\right)}{Tel1 \left(J_{CM}^{Lab}\right)_{Elas}^{27Al} Tel1 \left(J_{CM}^{Lab}\right)_{Elas}^{27Al} Tel1 \left(\Delta\Omega\right)} \begin{pmatrix}
Tel1 \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CM}^{27Al} \\
Tel1 \left(N_{cont}\right)_{Elas}^{27Al} Tel1 \left(J_{CM}^{Lab}\right)_{Elas}^{27Al} Tel1 \left(\Delta\Omega\right) \\
\end{bmatrix}$$
(3.20)

Para os ângulos dianteiros, referentes ao telescópio 1(ou *single* 1), obtém-se o fator $\binom{Tel1}{\binom{d\sigma}{d\Omega}}_{CM}^{27}_{Al}_{Elas}$ pelo Potencial de São Paulo e a razão $\frac{Tel2}{Tel1}(\Delta\Omega)$ são os valores mostrados na sexta coluna da Tabela 3.4. Podemos realizar o mesmo procedimento para obter as secções de choque para o espalhamento elástico para todos os detetores utilizados: Telescópio 2, Telescópio 3, *single* 2, *single* 3, *single* 4, *single* 5, *single* 6. Para estas secções de choque realizou-se um procedimento semelhante ao feito para obter a Equação 3.20, dividindo a secção de choque do detector de interesse pela secção de choque do detector dianteiro, isto é, telescópio 1(ou *single* 1).

Pode-se escrever a Equação 3.20 de maneira genérica:

$$\begin{pmatrix} j \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CM}^{2^{7}Al} \end{pmatrix}_{Elas} = \frac{j (N_{cont})_{Elas}^{2^{7}Al}}{i (N_{cont})_{Elas}^{2^{7}Al}} \frac{j (J_{CM}^{Lab})_{Elas}^{2^{7}Al}}{i (J_{CM}^{Lab})_{Elas}^{2^{7}Al}} \frac{j (\Delta\Omega)}{i (\Delta\Omega)} \left(i \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CM}^{2^{7}Al}\right)_{Elas} \tag{3.21}$$

Onde *i* e *j* representam os diferentes detectores, telescópios ou *singles*. A Equação 3.21 normalizada por Rutherford é :

$$\frac{\left(j\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CM}^{27Al}\right)_{Elas}}{j\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{27Al}} = \frac{j\left(N_{cont}\right)_{Elas}^{27Al}}{i\left(N_{cont}\right)_{Elas}^{27Al}} \frac{j\left(J_{CM}^{Lab}\right)_{Elas}^{27Al}}{j\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Elas}^{27Al}} \frac{j\left(\Delta\Omega\right)}{i\left(\Delta\Omega\right)} \frac{\left(i\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CM}^{27Al}\right)_{Elas}}{j\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{27Al}} (\Delta\Omega)$$
(3.22)

Da mesma forma que ao valores obtidos para a razão de espessura foram testados calculando a secção de choque para o espalhamento elástico de ${}^{13}C + {}^{197}Au$. A razão de ângulos sólidos pode ser testada utilizando o pico de espalhamento elástico de ${}^{13}C + {}^{197}Au$, e a Equação 3.20, em dois

detectores diferentes. Essa checagem é mostrada na Figura 3.18.



Figura 3.18: Secção de Choque experimental dividida por secção de choque de Rutherford para o ${}^{197}Au \text{ com } E_{lab} = 32 \text{ MeV.}$

Observando a Figura 3.18, verifica-se que o valor da secção de choque experimental é compatível com Rutherford para o sistema ${}^{13}C + {}^{197}Au$. Assim, os valores das razões dos ângulos sólidos estão dentro de parâmetros aceitáveis.

3.6 Secção de Choque para Espalhamento Inelástico e Transferência de um Nêutron

Nesta seção será utilizado o método descrito na Seção 3.5 para obter as secções de choque para reação de transferência de um nêutron. Partindo das secções de choques experimentais para o detector 1 e o detector 2, tem-se:

$$\left({}^{Tel1} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)^{2^{7}Al}_{CM} \right)_{Elas} = \frac{{}^{Tel1} (N_{cont})^{2^{7}Al Tel1} (J^{Lab}_{CM})^{2^{7}Al}_{Elas}}{{}^{Tel1} (\Delta\Omega) N_{inc} (N_{alvo})^{2^{7}Al}}$$
(3.23)

$$\left({}^{Tel2}\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^{2^{7}Al}_{CM}\right)_{1NT,Ine} = \frac{{}^{Tel2}\left(N_{cont}\right)^{2^{7}Al}_{1NT,Ine}{}^{Tel2}\left(J^{Lab}_{CM}\right)^{2^{7}Al}_{1NT,Ine}}{{}^{Tel2}\left(\Delta\Omega\right)N_{inc}\left(N_{alvo}\right)^{2^{7}Al}}$$
(3.24)

Observe que Equação 3.23 é referente espalhamento elástico e a Equação 3.24 as reações de interesse, isto é, espalhamento inelástico ou transferência de um nêutron. Fazendo a razão da Equação 3.24 pela Equação 3.23, de acordo com o método da Seção 3.5 obtém-se as secções de choque de espalhamento inelástico e transferência.

$$\left({^{Tel2}} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)^{^{27}Al}_{CM} \right)_{1NT,Ine} = \frac{{^{Tel2}} (N_{cont})^{^{27}Al}_{1NT,Ine}}{{^{Tel1}} (N_{cont})^{^{27}Al}_{Elas}} \frac{{^{Tel2}} (J^{Lab}_{CM})^{^{27}Al}_{1NT,Ine}}{{^{Tel1}} (J^{Lab}_{CM})^{^{27}Al}_{Elas}} \frac{{^{Tel2}} (\Delta\Omega)}{{^{Tel1}} (\Delta\Omega)} \left({^{Tel1}} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)^{^{27}Al}_{CM} \right)_{Elas} (3.25)$$

Que pode ser escrita de forma generalizada como :

$$\left({}^{j}\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^{27Al}_{CM}\right)_{1NT,Ine} = \frac{{}^{j}\left(N_{cont}\right)^{27Al}_{1NT,Ine}}{{}^{i}\left(N_{cont}\right)^{27Al}_{Elas}} \frac{{}^{j}\left(J^{Lab}_{CM}\right)^{27Al}_{1NT,Ine}}{{}^{i}\left(J^{Lab}_{CM}\right)^{27Al}_{Elas}} \frac{{}^{j}\left(\Delta\Omega\right)}{{}^{i}\left(\Delta\Omega\right)} \left({}^{i}\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^{27Al}_{CM}\right)_{Elas}$$
(3.26)

Onde *i* e *j* representam os diferentes detectores, telescópios ou singles.

O fator $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CM}^{27Al}$ é obtido a partir de cálculos com o Potencial de São paulo para o espalhamento elástico de $13C + ^{27}Al$ em 20 e 32 MeV. Esses cálculos podem ser visualizados nas Figuras 3.19 e 3.20



Figura 3.19: Cálculo do Potencial de São Paulo da reação ${}^{13}C + {}^{27}Al$ para $E_{Lab} = 20$ MeV.



Figura 3.20: Cálculo do Potencial de São Paulo da reação $^{13}C+^{27}Al$ para $E_{Lab}=32~{\rm MeV}.$

Capítulo 4

Redução de Dados e Resultados

Nesse capítulo será apresentado a redução dos dados. Após a redução de dados obtiveram-se as distribuições angulares para espalhamento elástico, inelástico e para a transferência de um nêutron. Após isso, realizou-se a comparação dos dados de espalhamento elástico e de inelástico com resultados de cálculos teóricos. Na aquisição dos dados foi utilizado o programa MIDAS [40] e para a redução dos dados foi utilizado o software ROOT [41]. Foram obtidos dados em duas energias de ${}^{13}C$, 32 MeV e 20 MeV. Sendo que para 32 MeV, utilizaram-se detectores em uma montagem de telescópios. A utilização de detectores em uma configuração de telescópio, permite a obtenção de espectros chamados biparamétricos (para maiores informações veja o Apêndice A). Além da configuração de telescópio, utilizaram-se os detectores na configuração de *singles*. Sendo que na configuração de *singles*, realizaram-se medidas em 32 MeV e 20 MeV.

4.1 Processo de análise

Na Figura 4.1 é mostrado um exemplo de espectro biparametrico obtido em 32 MeV para $\theta_{Lab} = 25^{\circ}$. O eixo y da Figura 4.1 representa a perda de energia no detector ΔE e o eixo x representa o sinal elétrico deixado no detector E. Esse sinal elétrico, tanto do detector ΔE quanto do E, é transformado em um sinal digital (canal) através de um ADC. Assim, um dos primeiros passos para a redução dos dados é obter a transformação de canais em energia. Isso é obtido através de uma reta de calibração.

4.1.1 Reta de Calibração

As retas de calibrações foram construídas utilizando o espalhamento elástico de ¹³C em ²⁷Al. Além disso, antes da abertura da câmara de experimento para a retirada do detectores ΔE , mudou-



Figura 4.1: Espectro não calibrado para o telescópio 1 em $\theta_{Lab} = 25^{\circ}$.

se o feixe, transmitido através da máquina, para ¹¹B. Assim, utilizou-se também o espalhamento elástico de ¹¹B em ²⁷Al. Na Tabela 4.1 são mostrados os valores de energia correspondente ao sinais deixados nos detectores ΔE e E. Esses valores de energia são obtidos através de cálculos de perda de energia, utilizando o *software* STOPX [42], e de cinemática, utilizando o *software* KINEQ [43]. Utilizando os valores de canais obtidos em um espectro como o mostrado nas Figuras 4.1, 4.2 e 4.3 e das energias mostradas na Tabela 4.1 constrói-se um gráfico semelhante a Figura 4.4 e faz-se um ajuste linear utilizando, por exemplo, o método dos mínimos quadrados. Após a realização do procedimento descrito anteriormente, para os três telescópios utilizados em 32 MeV, obteve os coeficientes lineares e angulares mostrados na Tabela 4.2. Observe que na Tabela 4.2 tem-se a calibração para os detectores ΔE e E. Assim, para a construção da energia total bastaria somar os valores de energia obtidos, a partir, da calibração do ΔE e do E.

Reação	Θ_{Lab} (graus)	E reação	ΔE (MeV)	$E_{residual}$ (MeV)
	25	29,21	12,80	16,40
	28	28,54	13,10	15,40
	32	27,57	13,40	14,10
	35	26,78	19,20	7,50
	38	22,95	19,60	6,32
$13C(27 \Lambda 1 27 \Lambda 1) 13C$	42	24,80	14,30	2,28
	42	24,80	20,10	0,84
	45	23,90	14,60	9,28
	48	22,98	15,00	7,92
	52	21,74	21,10	0,63
	52	21,74	15,40	6,30
	62	18,64	16,30	2,15
	25	29,62	8,13	21,50
	28	29,05	8,23	20,80
	33	28,00	8,31	19,60
	35	27,54	11,90	15,60
$^{11}B(^{27}Al,^{27}Al)^{11}B$	38	26,83	12,10	14,80
	43	25,57	12,30	12,90
	45	25,05	9,16	15,80
	48	24,25	9,37	7,92
	53	22,88	9,52	13,00

Tabela 4.1: Pontos utilizados para a calibração dos telescópios.



Figura 4.2: Espectro não calibrado para reação $^{13}C+^{27}Al$ no telescópio 3 em $\theta_{Lab}=45^\circ$



Figura 4.3: Espectro não calibrado para reação ${}^{11}B + {}^{27}Al$ no telescópio 2 em $\theta_{Lab} = 35^{\circ}$

Detector	Coeficiente Angular (a)	Coeficiente Linear(b)	Erro em a	Erro em b
$\Delta E1$	0,00508	-0,834510	0,000409	0,225900
$\Delta E2$	0,00628	-1,858170	0,000150	0,440100
$\Delta E3$	0,00562	-2,013460	0,000123	0,316100
E1	0,00559	-0,874250	0,000066	0,209200
E2	0,00610	-4,494240	0,000193	0,478200
E2	0,00540	0,251860	0,000241	0,523500

Tabela 4.2: Coeficientes angulares e lineares utilizados na calibração dos espectros biparamétricos

Para o detectores, na configuração *single*, o procedimento para a construção da reta de calibração é o mesmo. Porém, nesse caso tinha-se o espalhamento de ${}^{13}C$ em ${}^{197}Au$ e não se tinha o espalhamento de ${}^{11}B$ em ${}^{27}Al$. Na Tabela 4.3 são colocados os valores de energias depositados pelas partículas no detector.



Figura 4.4: Reta de calibração para E no Telescópio 2.



Figura 4.5: Espectro monoparamétrico não calibrado para o single $1 \text{ com } \theta = 25^{\circ} \text{ e } E_{Lab} = 32 \text{ MeV}$

Um exemplo de espectro (espectro monoparamétrico) obtido na configuração *single*, é mostrado na Figura 4.5. Após a realização do procedimento descrito anteriormente, para os seis detectores *sin*-

gles utilizados em 32 e 20 MeV's, obteve os coeficientes lineares e angulares mostrados na Tabela 4.4.

Reação	θ_{Lab} (graus)	$E_{Lab}(MeV)$	Energia (MeV)
	25	32	29,20
	25	20	18,10
	30	32	28,00
	30	20	17,40
	35	32	26,70
$27 \Lambda 1(13 C 13 C) 27 \Lambda 1$	35	20	16,60
Ai(C, C) Ai	45	32	23,80
	45	20	14,80
	55	32	20,70
	55	20	12,80
	65	32	17,60
	65	20	10,90
	25	32	31,60
	25	20	19,70
	30	32	31,40
	30	20	19,60
	35	32	31,20
$197 A_{au}(13 C 13 C) 197 A_{au}$	35	20	19,50
Au(C, C) Au	45	32	30,80
	45	20	19,20
	55	32	30,20
	55	20	18,90
	65	32	29,60
	65	20	18,50

Tabela 4.3: Pontos utilizados para a calibração dos singles.

Tabela 4.4: Coeficientes angulares e lineares utilizados na calibração dos espectros monoparamétricos

Detector	Coeficiente Angular (a)	Coeficiente Linear(b)	Erro em a	Erro em b
Single 1	0,00821	-0,536990	0,000063	0,216500
Single 2	0,00780	-0,981290	0,000220	0,782900
Single 3	0,00881	-0,783380	0,000085	0,256800
Single 4	0,00997	-0,964200	0,000155	0,374300
Single 5	0,01036	-1,538450	0,000195	0,431300
Single 6	0,01013	-1,536150	0,000201	0,421700

4.1.2 Espectros Bi-paramétricos Calibrados

Uma vez conhecida as retas de calibrações para os diferentes telescópios, ou para os diferentes singles, é possível obter espectros biparamétricos ou monoparamétricos calibrados. Nesses espectros os valores de canais são substituídos pelos respectivos valores de energia, obtidos a partir da

substituição do valor do canal na reta de calibração. Um exemplo de espectro biparamétrico calibrado é mostrado na Figura 4.6. A Figura 4.6 é uma figura em 3d, o eixo x representa a energia total, o eixo y representada a energia depositada do detector ΔE e no eixo z (que estaria saindo da página) estariam representadas as contagens para cada energia. Nesse tipo de espectro é possível fazer um corte e projetar no eixo x ou no eixo y. Ao se projetar obtém-se um espectro monoparamétrico, onde o eixo y seriam as contagens e o eixo x dependeria de em qual eixo, do espectro biparamétrico, o corte está sendo projetado. Se o corte for projetado no eixo x, do espectro biparamétrico, o eixo x do espectro monoparamétrico representará a energia total. Já se o corte for projetado no eixo y, do espectro biparamétrico, o eixo x do espectro monoparamétrico representará a energia depositada no detector ΔE . No espectro, da Figura 4.6 é possível visualizar uma região que possui um polígono desenhado. Esse polígono é o que delimita o que será projetado. Tudo que está fora desse polígono não aparecerá na projeção. Essa é a principal vantagem da configuração de telescópio, quem está analisando os dados pode-se concentrar somente nas reações de interesse. Se o polígono da Figura 4.6 for projetado no eixo x, obtém-se a Figura 4.7. Já se o polígono da Figura 4.6 for projetado no eixo y, obtém-se a Figura 4.8.



Figura 4.6: Espectro calibrado para $\theta_{Lab} = 25^{\circ}$, a região circulada é para Z=6..



Figura 4.7: Projeção da Figura 4.6 no eixo x.



Figura 4.8: Projeção da Figura 4.6 no eixo y.

Utilizando os espectros biparamétricos calibrados é possível, através da utilização dos *software* STOPX [42] e KINEQ [43] prever onde estariam as partículas provenientes de uma determinada

reação. Na Figura 4.9 pode ser visualizado essas previsões, desde Z=2 até Z=7. Observe que para cada Z, tem-se duas, ou mais, faixas e isso acontece pela existências de alguns isotopos. Na Tabela 4.5 são mostrados os possíveis isotopos para cada Z.



Figura 4.9: Espectro calibrado com as faixas indicando os Z em ordem crescente.

Ζ	Isotopo
2	^{3}He , ^{4}He , ^{6}He
3	⁶ Li, ⁷ Li
4	^{7}Be , ^{9}Be
5	$^{10}B, ^{11}B$
6	$^{12}C, ^{13}C$
7	$^{14}N, ^{15}N$

Tabela 4.5: Valores de Z e os possíveis isotopos.

Observando a Figura 4.9, verifica-se a existência de muitas contagens na faixa de Z= 2, contagens espúrias na faixa de Z= 3, a formação de um pico na faixa de Z= 4, poucas contagens na faixa de Z= 5, muitas contagens na faixa de Z= 6 (região que estamos interessados no presente trabalho) e contagens na faixa de Z= 5. Na Tabela 4.6 são mostradas as possíveis reações que gerariam as

Reação	Partícula observada	Q (MeV)
$2^{7}Al(^{13}C,^{3}He)^{37}Cl$	^{3}He	2.758
$^{27}Al(^{13}C, ^{4}He)^{36}Cl$	^{4}He	13.025
$^{27}Al(^{13}C, ^{6}He)^{34}Cl$	^{6}He	-7.223
$^{27}Al(^{13}C, ^{6}Li)^{34}S$	^{6}Li	1.772
$^{27}Al(^{13}C,^{7}Li)^{33}S$	^{7}Li	-2.393
$^{27}Al(^{13}C,^{7}Be)^{33}P$	^{7}Be	-3.503
$^{27}Al(^{13}C, ^{9}Be)^{31}P$	^{9}Be	-0.979
$^{27}Al(^{13}C,^{10}B)^{20}Si$	^{10}B	-1.689
$^{27}Al(^{13}C,^{11}B)^{29}Si$	^{11}B	-0.844
$^{27}Al(^{13}C,^{13}C)^{27}Al$	^{13}C	0.000
$^{27}Al(^{13}C,^{12}C)^{28}Al$	^{12}C	2.778
$27Al(^{13}C,^{14}N)^{26}Mg$	^{14}N	-0.720
$27Al(^{13}C,^{15}N)^{25}Mg$	^{15}N	-0.980

Tabela 4.6: Reações, as partículas detectadas e o Q de reação.

partículas observadas na Figura 4.9.

Através da utilização dos software STOPX [42] e KINEQ [43] e as reações mostradas na Tabela 4.6 foi possível identificar quase todos os picos da Figura 4.6 com o auxilio da Tabela 4.7. Sendo que na Figura 4.10 esses picos são numerados e a identificação de cada um é mostrada na Tabela 4.8.
Reação	$\theta_{Lab}(\text{graus})$	ΔE	$E_{Residual}$
	25	11,50	20,50
	35	17,10	12,60
	45	13,00	13,80
	28	11,70	19,70
	38	17,50	11,30
$27 \Lambda 1(13 C 12 C)^{28} \Lambda 1$	48	13,40	12,50
Ai(C, C) Ai	32	11,90	18,50
	42	18,00	9,70
	52	13,80	10,90
	42	12,80	14,90
	52	19,50	5,20
	62	15,00	6,60
	25	12,60	17,40
	35	18,50	9,85
	45	13,80	12,40
	28	12,70	16,80
	38	18,70	8,97
39 K(13 C 13 C) 39 K	48	13,60	13,20
$\Lambda(C, C) \Lambda$	32	13,00	15,80
	42	19,20	7,64
	52	14,40	10,20
	42	13,60	13,20
	52	20,20	4,31
	62	15,20	6,97
	25	12,70	16,90
	35	18,80	8,67
	45	14,20	10,80
	28	12,90	16,10
	38	19,20	7,64
32 c(13 c 13 c) 32 c	48	14,50	9,69
°-S(°C, °C)°-S	32	13,10	15,10
	42	19,60	6,18
	52	14,90	8,19
	42	14,00	11,80
	52	20,80	2,34
	62	15,80	4,45
$27\overline{Al(^{13}C,^{14}N)^{26}Mg}$	25	18,10	10,20
$^{27}\overline{Al(^{13}C,^{15}N)^{25}Mg}$	25	18,00	9,02

Tabela 4.7: Energias de saída das reações de transferência de um nêutron e um próton, e o espalhamento elástico de ¹³C nos contaminantes de ³⁹K e³²S. Para $E_{Lab} = 32$ MeV.



Figura 4.10: Espectro bi-paramétrico para com $\theta_{Lab} = 25^{\circ}$. As reações a serem identificadas estão numeradas de 1 - 12.

	Reação que			
Número do Pico	Geraria Esse	Partícula Observada	Θ_{Lab} (graus)	E_{Total} (MeV)
	Pico			
1	$^{27}Al(^{13}C,^{13}C)^{27}Al$	^{13}C	25	29.21
2	${}^{39}K({}^{13}C,{}^{13}C){}^{39}K$	^{13}C	25	30.00
3	$^{27}Al(^{13}C,^{12}C)^{28}Al$	^{12}C	25	32.00
4	$^{27}Al(^{13}C,^{13}C)^{27}Al(0.84)$	^{13}C	25	28.30
5	$^{27}Al(^{13}C,^{13}C)^{27}Al(1.04)$	^{13}C	25	28.20
6	$^{27}Al(^{13}C,^{13}C)^{27}Al(2.21)$	^{13}C	25	27.00
7	$^{184}W(^{13}C,^{13}C)^{184}W$	^{13}C	25	31.60
8	Pico não identificado	X	25	30.73
9	$^{27}Al(^{13}C,^{14}N)^{26}Mg$	^{14}N	25	28.30
9	$^{27}Al(^{13}C,^{15}N)^{25}Mg$	^{15}N	25	27.02
10	$^{27}Al(^{13}C,^{14}N)^{26}Mg$	^{14}N	25	26.09
11	$^{27}Al(^{13}C,^{14}N)^{26}Mg$	^{14}N	25	24.47
12	$^{27}Al(^{13}C,^{14}N)^{26}Mg$	^{14}N	25	23.50

Tabela 4.8: Identificação dos picos da Figura 4.10 de acordo com a partícula detectada e a E_{Total} .

Na Figura 4.11, é mostrado um espectro biparamétrico para $\theta_{Lab} = 45^{\circ}$ e a identificação dos picos é mostrada na Tabela 4.9.



Figura 4.11: Espectro bi-paramétrico para o telescópio 3 com $\theta = 45^{\circ}$. As reações a serem identificadas estão numeradas de 1 - 9.

	Reação que			
Número do Pico	Geraria esse	Partícula Observada	$\Theta_{Lab}(\text{graus})$	E_{Total} (MeV)
	Pico			
1	$^{27}Al(^{13}C,^{13}C)^{27}Al$	^{13}C	45	29.21
2	$^{39}K(^{13}C,^{13}C)^{39}K$	^{13}C	45	26.20
3	$^{32}S(^{13}C,^{13}C)^{32}S$	^{13}C	45	25.00
4	$^{27}Al(^{13}C,^{12}C)^{28}Al$	^{12}C	45	26.80
5	$^{27}Al(^{13}C,^{13}C)^{27}Al(0.84)$	^{13}C	45	23.10
6	$^{27}Al(^{13}C,^{13}C)^{27}Al(1.04)$	^{13}C	45	22.90
7	$^{27}Al(^{13}C,^{13}C)^{27}Al(2.21)$	^{13}C	45	21.80
8	$^{184}W(^{13}C,^{13}C)^{184}W$	^{13}C	45	30.70
9	Pico não identificado	X	45	29.95

Tabela 4.9: Identificação dos picos da Figura 4.11 de acordo com a partícula detectada e a E_{Total} , para $E_{Lab} = 32$ MeV.

Nota-se que o contaminante dito 'não identificado' tem uma cinemática próxima ao contaminante de ^{184}W , pois os picos 8 e 9 na Figura 4.11 estão próximos e permanecem assim para outros ângulos.

Além da identificação dos produtos que a reação gerou, os espectros são um bom avaliativo da calibração utilizada. Para este experimento, havia a possibilidade dos $\Delta E's$ terem a espessura de $20\mu m$ ou de $15\mu m$, para definirmos qual a espessura correta utilizamos os espectros bi-paramétricos. Se os centroides estiverem inclinados e as perdas de energia não coincidissem, a calibração não estaria adequada. Assim, foi possível construir a Tabela 3.3.

4.1.3 Espectros Monoparamétricos Calibrados

Nesta seção será realizado o processo de identificação dos produtos das reações ${}^{13}C + {}^{27}Al$ e ${}^{13}C + {}^{197}Au$ utilizarmos os espectros monoparamétricos gerados pelos *singles* para as energias de 20 e 32 MeV's.

Uma outra maneira de se realizar a identificação de reações e após a calibração dos espectros, é realizar a construção de um gráfico de Contagens versus Q (Equação B.11). Esse gráfico pode ser construído tanto para espectros biparamétricos quanto para espectros monoparamétricos. Na Figura 4.12a) é um espectro calibrado para $\theta_{Lab} = 25^{\circ}$, o pico mais intenso é o espalhamento elástico, conjectura corroborada pela Figura 4.12b), em que o pico mais alto está em Q = 0. A identificação dos produtos de reação será utilizada a Tabela 4.10 e a Figura 4.13, pois nesta figura temos um ângulo maior ($\theta_{Lab} = 35^{\circ}$) onde os picos de interesse para este trabalho estão mais visíveis que na Figura 4.12a). A identificação está na Tabela 4.11.



Figura 4.12: a)Espectro monoparamétrico calibrado para $\theta_{Lab} = 25$ e $E_{Lab} = 32$ MeV, do alvo 3 (${}^{27}Al$). b) Espectro para Q.

O pico 1 refere-se ao espalhamento elástico do ${}^{13}C$ no ${}^{27}Al$, já o pico 2 é o contaminante de potássio (${}^{39}K$). O ponto 3 é o contaminante de enxofre(${}^{32}S$), já o 4 é relativo a transferência de um nêutron. O pico 6 é o contaminante de tungstênio (${}^{184}W$) e o ponto 5 é um contaminante não identificado com a cinemática próxima ao ${}^{184}W$, na seção anterior identificamos estes mesmo processos. Logo, os espectros monoparamétricos estão em acordo com os bi-paramétricos.

Tabela 4.10: Perdas de saída das reações de transferência de um nêutron, espalhamento elástico de ${}^{13}C$ nos contaminantes de potássio ,enxofre e tungstênio.Para $E_{Lab} = 32$ MeV

Reação	θ_{Lab}	E_{Total} (MeV)	$E_{Lab}(MeV)$	Reação	θ_{Lab}	E_{Total} (MeV)	$E_{Lab}(MeV)$
$^{27}Al(^{13}C,^{12}C)^{28}Al$	25	32,00	32,00		25	29,60	32,00
	30	30,90	32,00	${}^{32}S({}^{13}C,{}^{13}C){}^{32}S$	30	28,60	32,00
	35	29,70	32,00		35	27,50	32,00
	45	26,80	32,00		45	25,00	32,00
	55	23,70	32,00		55	22,30	32,00
	65	20,60	32,00		65	19,50	32,00
$^{39}K(^{13}C,^{13}C)^{39}K$	25	30,00	32,00	$^{184}W(^{13}C,^{13}C)^{184}W$	25	31,60	32,00
	30	29,20	32,00		30	31,40	32,00
	35	28,35	32,00		35	31,20	32,00
	45	26,20	32,00		45	30,70	32,00
	55	23,90	32,00		55	30,10	32,00
	65	21,40	32,00		65	29,40	32,00



Figura 4.13: Espectro monoparamétrico para $\theta_{Lab} = 35^{\circ}$ e $E_{Lab} = 32$ MeV, do alvo 3 (²⁷Al). Os produtos da reações a serem identificados estão numerados de 1 - 6

Para o alvo duplo ${}^{27}Al + {}^{197}Au$ (alvo 2) o espectro (Ver Figura 4.14) fornece apenas dois picos claramente identificáveis. O mais intenso é do espalhamento elástico no ouro e o pico a esquerda é o espalhamento elástico no alumínio (${}^{27}Al$). Comparando a Figura 4.14 com a Figura 4.12 percebe-se que a região onde aparecem os produtos da reação ${}^{13}C + {}^{27}Al$ na Figura 4.12 estão encobertos pelo pico do espalhamento elástico do ouro na Figura 4.14. Por isso, utilizamos as medidas com o alvo 2 para calibração e no capítulo 3 os espectros com ouro auxiliaram no cálculo da seção de choque experimental.

	Reação que			
Número do Pico	Geraria esse	Partícula Observada	θLab (graus)	E_{Total} (MeV)
	Pico			
1	$^{27}Al(^{13}C,^{13}C)^{27}Al$	^{13}C	35	26.70
2	$^{39}K(^{13}C,^{13}C)^{39}K$	^{13}C	35	28.35
3	$^{32}S(^{13}C,^{13}C)^{32}S$	^{13}C	35	27.50
4	$^{27}Al(^{13}C,^{12}C)^{28}Al$	^{12}C	35	29.70
5	Pico não identificado	^{13}C	35	30.58
6	$^{184}W(^{13}C,^{13}C)^{184}W$	^{13}C	35	31.20

Tabela 4.11: Identificação dos picos da Figura 4.13 de acordo com a partícula detectada e a E_{Total} , para $E_{Lab} = 32$ MeV.



Figura 4.14: Espectro para $\theta_{Lab} = 25^{\circ} \text{ com } E_{Lab} = 32 \text{MeV}$, do alvo 2 (²⁷Al +¹⁹⁷Au).



Figura 4.15: Espectro monoparamétrico para $\theta_{Lab} = 35^{\circ}$ e $E_{Lab} = 20$ MeV para o alvo 3 (²⁷Al)

Na Figura 4.15 nota-se que o espectro a $E_{Lab} = 20$ MeV para o alvo 3 (²⁷ Al) dificulta a identificação dos picos. Quando comparado com a Figura 4.13 é perceptível que na região após o pico elástico para $E_{Lab} = 32$ MeV é possível ver os picos com clareza, por outro lado na Figura 4.15 a mesma região possui os picos muito juntos, dificultando a identificação dos picos. Já para os inelásticos, não se obteve distribuições angulares pois os picos antes do elástico na Figura 4.15 não são inelásticos e durante a análise de dados não conseguiu-se identificá-los.

4.2 Distribuições angulares obtidas

Nesta seção apresentamos as distribuições angulares obtidas para as principais reações consideradas no experimento: Espalhamento elástico, espalhamento inelástico e transferência de um nêutron.

4.2.1 Distribuições para o espalhamento elástico

As distribuições angulares para o espalhamento elástico para $E_{Lab} = 20$ MeV e $E_{Lab} = 32$ MeV, representados nas Figuras 4.16 e 4.17, respectivamente. Os pontos das Figuras 4.16 e 4.17 foram calculados com a Equação 3.21.



Figura 4.16: Distribuição angular para o espalhamento elástico do sistema ${}^{13}C + {}^{27}Al$ para $E_{Lab} = 20$ MeV.



Figura 4.17: Distribuição angular para o espalhamento elástico do sistema ${}^{13}C + {}^{27}Al$ para $E_{Lab} = 32$ MeV. Com os pontos dos telescópios e dos *singles*.

4.2.2 Distribuições para transferência de um nêutron

As distribuições angulares para transferência de um nêutron para $E_{Lab} = 20$ MeV e $E_{Lab} = 32$ MeV, representadas nas Figuras 4.18 e 4.19, respectivamente. Os pontos das Figuras 4.18 e 4.19 foram calculados com a Equação 3.26.



Figura 4.18: Distribuição angular para reação de transferência de um nêutron para $E_{Lab} = 20$ MeV.



Figura 4.19: Distribuição angular para reação de transferência de um nêutron para $E_{Lab} = 32$ MeV.

4.2.3 Distribuições para espalhamento inelástico

As distribuições angulares para o espalhamento inelástico para $E_{Lab} = 32$ MeV, representadas nas Figuras , respectivamente. Os pontos das Figuras foram calculados com a Equação 3.26.



Figura 4.20: Distribuição angular para o estado inelástico 0.843 MeV do alumínio para $E_{Lab} = 32$ MeV.



Figura 4.21: Distribuição angular para o estado inelástico 1.014 MeV do alumínio para $E_{Lab} = 32$ MeV.



Figura 4.22: Distribuição angular para o estado inelástico 2.212 MeV do alumínio para $E_{Lab} = 32$ MeV.

4.3 Comparação dos dados experimentais com modelos teóricos

No capítulo 3 desenvolveu-se um método para o cálculo da secção de choque experimental, levando em conta as características especiais do *setup* utilizado no experimento. Como verificado no capítulo 3 ao obterem-se as Figuras 3.15,3.16 e 3.18, esses métodos estão adequados para descrever os dados experimentais. Com isso, pode-se comparar os dados experimentais com os cálculos teóricos. Nas figuras 4.23 e 4.24 foram considerados alguns possíveis efeitos que podem descrever as seções de choque para o espalhamento elástico.



Figura 4.23: Secção de choque, normalizada por Rutherford, para o espalhamento elástico de ${}^{13}C + {}^{27}Al$ em $E_{Lab} = 20$ MeV.

Os cálculos do presente trabalho foram feitos utilizando o código Fresco [12] (Ver Apêndice F), representados nas figuras 4.23 e 4.24 pelas linhas coloridas. Para os cálculos do potencial *Bare*, considera-se o potencial de São Paulo para parte real do modelo óptico e na parte imaginária um Potencial Woods-Saxon interno com os seguintes parâmetros: $W_0 = -80$ MeV, $R_W = 0.8$ fm e $a_W = 0.6$ fm. Utilizou-se o potencial Woods-Saxon, no potencial *Bare*, para levar em conta o efeito de absorção na parte interna da barreira. Há, também, um potencial coulombiano para levar em conta a repulsão coulombiana.

O inelástico foi calculado somando o potencial interno com um potencial deformado para simular a deformação média sofrida pelo núcleon durante as transições para os estados excitados. A junção



Figura 4.24: Secção de choque, normalizada por Rutherford, para o espalhamento elástico de ${}^{13}C + {}^{27}Al$ em $E_{Lab} = 32$ MeV.

destes dois efeitos, não é suficiente para descrever os dados experimentais à 32 MeV. Então, levou-se em conta outros efeitos para tentar descrevê-los.

Observando a Figura 4.23 verifica-se que não é possível afirma com clareza quais dos efeitos (inelástico, reorientação ou spin-orbita) descreveriam melhor os dados. Isso acontece pois esses efeitos só se diferenciariam a partir de, aproximadamente, 110° e não se tem dados experimentais nessa região angular. De acordo com a literatura [44] espera-se que para regiões próximas da barreira coulombiana, o efeito de reorientação seja um efeito relevante. Para o sistema ${}^{13}C + {}^{27}Al$, a barreira é 17, 72 MeV. Esse efeito consiste no forte acoplamento do estado fundamental com os estados excitados [24], isto é, quando existe a transição do nucleon do estado excitado para o estado fundamental há uma mudança no sub-estado magnético dos nucleons no estado fundamental

Quando muda-se o regime de energia para $E_{Lab} = 32$ MeV, obtém-se a Figura 4.24, nela o acoplamento spin-órbita passa a ser um efeito mais importante que a reorientação. O spin-órbita é um efeito que descrever a diferença entra as secções de choque de núcleos pares e ímpares [45], o modelo é baseado em uma análise de estrutura via modelo de partícula única, em que pode-se descrever os núcleos ímpares como um caroço par com uma partícula de valência [22]. Então, as diferenças entre as secções de choque de núcleos ímpares e pares poderia ser explicada por esse acoplamento spin-órbita [23].

Na referência [46] observou-se que para energias acima da barreira o efeito de spin-órbita é mais relevante que os demais. Portanto, pode-se inferir que os efeitos observados dependem do regime de energia da medição. Para energias acima da barreira o acoplamento spin-órbita é mais relevante que a orientação e para energias próximas da barreira espera-se que a reorientação seja o efeito mais importante.

Nas figuras 4.25, 4.26 e 4.27 temos os pontos experimentais para os estados inelásticos do ²⁷Al para $E_{Lab} = 32$ MeV. Percebe-se que o efeito de spin-órbita de fato é relevante para esse regime de energia, como pode-se comprovar na secção de choque para o espalhamento elástico na Figura 4.24. Para a energia de 32 MeV, foi utilizado uma configuração de detectores montados na forma de telescópios. Isso facilita bastante a análise do dados, pois pode ser focar só na região de interesse retirando todos os possíveis contaminantes. Para a energia de 20 MeV, não foi possível a utilização nos detectores na configuração de telescópios. Isso acontece pois todas as partículas de interesse seriam paradas no detector ΔE . Mas a montagem na forma de *single* traz um problema que é o de picos de interesse podem ficar encobertos por um fundo. Por isso, não se obteve a secção de choque para o espalhamento inelástico para a energia de 20 MeV.

Observando as Figuras 4.25, 4.26 e 4.27 para o espalhamento inelástico, verifica-se que os dados são melhor descritos quando se leva em conta o efeito de spin-orbita.



Figura 4.25: Secção de choque obtida a $E_{Lab} = 32$ MeV, para o espalhamento inelástico, para o estado do ${}^{27}Al$ com energia de 0.843.



Figura 4.26: Secção de choque obtida a $E_{Lab} = 32$ MeV, para o espalhamento inelástico, para o estado do ^{27}Al com energia de 1.014.



Figura 4.27: Secção de choque obtida a $E_{Lab} = 32$ MeV, para o espalhamento inelástico, para o estado do ^{27}Al com energia de 2.212.

Capítulo 5

Conclusões e Perspectiva futuras

Neste trabalho realizou-se o estudo da reação ${}^{13C} + {}^{27} Al$ através das distribuições angulares para energias de $E_{Lab} = 20$ MeV e $E_{Lab} = 32$ MeV. Dois alvos foram utilizados para o experimento, um composto somente de ${}^{27}Al$ e outro alvo composto de ${}^{27}Al + {}^{197}Au$. Utilizou-se um feixe incidente de ${}^{13}C$, produzido pelo acelerador Pelletron e canalizado para linha 30B, onde o experimento foi realizado.

O experimento contou com dois sistemas de detecção: $\Delta E \cdot E$ e *singles*, que forneceram dois tipos de espectros os bi-paramétricos e os monoparamétricos, respectivamente. Os espectros biparamétricos obtidos com $E_{Lab} = 32$ MeV foram utilizados para identificar os produtos da reação e os *singles* a $E_{Lab} = 32$ MeV para reiterar os produtos observados nos bi-paramétricos. Já os *singles* obtidos a $E_{Lab} = 20$ MeV foram utilizados para calcular a razão entre as espessuras do alvo $2^{7}Al + 19^{7}Au$ e a razão entre os ângulos sólidos. Estes valores auxiliaram no cálculo da secção de choque experimental.

Utilizando uma expressão para secção de choque experimental obteveram-se as distribuições angulares para o espalhamento elástico e transferência de um nêutron em $E_{Lab} = 20$ e 32 Mev's e espalhamento inelástico, somente em 32 MeV, para os estados com energia igual a 0.843, 1.014 e 2.212 do ²⁷Al.

Para que os cálculos teóricos reproduzissem os dados foi necessário levar em conta os efeitos de spin-órbita e reorientação. O acoplamento spin-órbita devido ao a partícula de valência para o ^{27}Al , por este ser um núcleo ímpar e deformado. Já a reorientação ocorre devido ao forte acoplamento do estado fundamental com os estados excitados, os nucleons ao serem desexcitados causam uma mudança dos momentos magnéticos dos nucleons do estado fundamental.

Ambos os efeitos tem uma dependência com a energia, para energia de 20 MeV não é possível es-

tomar qual efeito é mais relevante a reorientação ou o spin-órbita. Os dados obtidos nessa dissertação não permitem afirmar claramente isso. Já para a energia de 32 MeV o efeito de spin-órbita é o mais importante. Com isso, concluí-se que o ${}^{27}Al$ por ser um núcleo ímpar e deformado possuí esses efeitos proeminentes na secção de choque elástica.

Para perspectivas futuras motivadas por este trabalho tem-se realizar os cálculos teóricos para secção de choque de transferência de um nêutron. Além disso, verificou-se para o $\theta_{Lab} = 25$ MeV a existência de ¹⁴N ou ¹⁵N. O ¹⁴N seria obtido através de uma transferência de um próton e ¹⁵N seria obtido através da transferência de um dêuteron (²H). Assim, pretendemos realizar novas medidas em diferentes energia e cobrindo uma faixa angular maior. Medidas em diferentes energias, e em uma faixa angular maior, permitiria um melhor entendimento do papel dos efeitos de reorientação e spin-órbita.

Apêndice A

Características gerais dos espectros bi-paramétricos

O experimento utiliza um telescópios com detectores na configuração $\Delta E \cdot E$, em que ΔE é um detetor de pequena espessura e E um detetor de grande espessura. Com isso, obtém-se um espectro biparamétrico, como mostra a Figura A.1. Nota-se que no espectro típico existem hipérboles, que estão relacionadas a perda de energia das partículas incidentes(partículas carregadas) no detetor ΔE (material absorvedor). A expressão de Bethe-Bloch [47] é utiliza para calcular esta perda de energia.

$$-\frac{dE}{dx} = A\frac{MZ^2}{E}\ln\left(B\frac{E}{M}\right) \tag{A.1}$$

Onde:

- A e B Constantes relativas ao material absorvedor
- M Número de massa da partícula incidente
- Z Número atômico da partícula incidente
- E Energia da partícula incidente

Quando uma partícula carregada incide sobre um absorvedor parte da sua energia inicial é perdida devido a múltiplas colisões coulombianos entre os átomos. Divide-se o material absorvedor em espessuras infinitesimais dx, no qual há uma perda de energia dE. Assim, a taxa de redução de energia (*stopping power*) é proporcional a Z^2 e inversamente proporcional a E.



Figura A.1: Espectro bi-paramétrico típico para $\theta = 45^{\circ}$ com $E_{lab} = 32$ MeV.

Observe que a partícula ao passar pelo detetor ΔE deposita uma pequena quantidade de energia, pois este detetor é de pouca espessura e a energia residual é depositada no detetor E. Assim, ao comparar os sinais dos dois detetores no espectro estamos relacionando E_R (energia residual) com ΔE . A equação para obter a energia total do sistema é:

$$E_{Total} = E_R + \Delta E \tag{A.2}$$

Nos espectros bi paramétricos as curvas hiperbólicas estão associadas a um M (número de massa) e a um Z (número atômico) obedecendo a Equação A.1. Assim, o espectro típico $E_R \times \Delta E$ onde cada região corresponde a partículas com Z diferentes. Usamos esta dependência em Z para identificar núcleos e eventos nos espectros bi-paramétricos.



Figura A.2: Espectro bi-paramétrico para $\theta = 25^{\circ} \text{ com } E_{lab} = 32 \text{ MeV}$. Com as faixas identificadas pelo Z em ordem crescente.

Apêndice B

Relações Cinemáticas

As reações nucleares são geradas pelo processo de colisão entre dois ou mais núcleos. Para analisar tal processo aplicou-se a conservação de algumas grandezas, tais como energia total e momento linear.

Considerando uma colisão inelástica entre uma partícula de massa m_1 , com momento $\vec{p_1}$ e uma partícula em repouso com massa m_2 . Após a colisão temos os produtos: Partícula 3 de massa m_3 e momento $\vec{p_3}$, partícula 4 de massa m_4 e momento $\vec{p_4}$.



Figura B.1: Esquema da cinemática para a colisão entre duas partículas, no sistema de coordenadas do laboratório.

Para Figura B.1, tem-se a conservação do momento:

$$\overrightarrow{p_1} = \overrightarrow{p_3} + \overrightarrow{p_4} \tag{B.1}$$

Utilizando a conservação para energia total relativística.Obtém-se:

$$m_1c^2 + T_1 + m_2c^2 + T_2 = m_3c^2 + T_3 + m_4c^2 + T_4,$$
(B.2)

Onde T é a energia cinética. Reorganizando a Equação B.2 isolando os termos com c^2 para o lado esquerdo e os temos de energia cinética para o lado direito. Com isso, obtemos:

$$(m_1 + m_2 - (m_4 + m_3))c^2 = T_4 + T_3 - T_1 - T_2$$
(B.3)

Note que o termo $m_1 + m_2$ é a massa do sistema antes da colisão $(m_{inicial})$, já o termo $m_3 + m_4$ é a massa do sistema após a colisão (m_{final}) . Define-se Q como :

$$Q = (m_{inicial} - m_{final})c^2 \tag{B.4}$$

Podemos reescrever a Equação B.3, substituindo $Q = (m_1 + m_2 - (m_4 + m_3))c^2$ e $T_2 = 0$, pois assumimos que a partícula 2 está em repouso.

$$Q = T_4 + T_3 - T_1 \tag{B.5}$$

Assim, Equação B.5 pode ser reescrita em termos da energia cinética inicial ($T_{inicial}$) e energia cinética final (T_{final}).

$$Q = T_{final} - T_{inicial} \tag{B.6}$$

Q é um fator que caracteriza o tipo de reação que ocorre no sistema de acordo com os valores que Q pode assumir: Quando Q > 0 a reação é exotérmica, ou seja, há liberação de energia para que a reação posso ocorrer, no caso nuclear a energia de ligação é transformada em energia cinética para os produtos da reação. No caso Q < 0, temos um processo endotérmico, isto é , a reação precisa de uma energia adicional para ocorrer, para o caso nuclear a energia cinética inicial das partículas é transformada em energia de ligação. Por fim, quando Q = 0 a energia cinética inicial é igual a energia cinética final, que caracteriza situações como espalhamento elástico.

Durante um experimento não se tem acesso ao T_4 , então devemos reescrever a Equação B.5 em



Figura B.2: Esquema da colisão de duas partículas no referencial centro de massa.

termos de fatores conhecidos.

Isolando $\overrightarrow{p_4}$ na Equação B.1, tem-se

$$\overrightarrow{p_4} = \overrightarrow{p_1} - \overrightarrow{p_3} \tag{B.7}$$

Fazendo o produto escalar $\overrightarrow{p_4} \bullet \overrightarrow{p_4}$, obtém-se

$$p_4{}^2 = p_1^2 + p_3^2 - 2p_1 p_3 \cos \Theta_3 \tag{B.8}$$

Para uma aproximação não-relativística pode-se escrever $p^2 = 2mT$. Assim a Equação B.8 fica na seguinte forma:

$$m_4 T_4 = m_1 T_1 + m_3 T_3 - \sqrt{4m_1 T_1 m_3 T_3} \cos \Theta_3$$
(B.9)

Isolando o termo T_4

$$T_4 = \frac{m_1}{m_4} T_1 + \frac{m_3}{m_4} T_3 - 2 \frac{\sqrt{m_1 m_3 T_1 T_3 \cos \Theta_3}}{m_4}$$
(B.10)

Substituindo a Equação B.10 na Equação B.5, obtém-se Q em termos de variáveis conhecidas durante o experimento.

$$Q = (1 + \frac{m_3}{m_4})T_3 - (1 - \frac{m_1}{m_4})T_1 - 2\frac{\sqrt{m_1 m_3 T_1 \cos \Theta_3}}{m_4}\sqrt{T_3}$$
(B.11)

Todas as equações obtidas até aqui são referentes à grandezas no referencial do laboratório.

No entanto, no estudo da colisão entre duas partículas pode-se adotar as coordenadas fixadas no centro de massa do sistema. A colisão neste sistema de coordenadas pode ser descrita pela Figura B.2. Antes da colisão temos a partícula 1 e a partícula 2, após a colisão temos as partículas 3 e 4. Podemos escrever relações entre o referencial do laboratório e o centro de massa. A velocidade $\overrightarrow{v_1}$ é referente a partícula 1 no sistema do laboratório pode ser expressa em termos da velocidade $\overrightarrow{V_1}$ no referencial do centro de massa(Demonstração em [48]).

$$\overrightarrow{v_1} = \overrightarrow{V_1'} + \overrightarrow{V_{C.M}}$$
(B.12)

Por sua vez, a velocidade do centro de massa em relação ao referencial do laboratório é dada por(Demonstração em [48]):

$$\overrightarrow{V}_{C.M} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \overrightarrow{v_1}$$
(B.13)

Substituindo a Equação B.12 na Equação B.13, temos:

$$\overrightarrow{V'}_1 = \overrightarrow{v_1} - \overrightarrow{V}_{C.M} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \overrightarrow{v_1}$$
(B.14)

$$\overrightarrow{V'}_1 = \frac{m_2}{m_1} \overrightarrow{V}_{C.M} \tag{B.15}$$

Para o caso do alvo (partícula 2), tem-se

$$\overrightarrow{V'}_2 = \overrightarrow{v_2} - \overrightarrow{V}_{C.M} \tag{B.16}$$

Considera-se $\overrightarrow{v_2} = \overrightarrow{0}$, pois encontra-se em repouso. Assim a relação dada pela Equação B.14 pode ser escrita como:

$$\overrightarrow{V'}_2 = -\overrightarrow{V}_{C.M} \tag{B.17}$$

Concluímos então que a velocidade da partícula 2 no centro de massa é igual a $|\overrightarrow{V}_{C.M}|$. A partir disso, vamos calcular conservação do momento linear no referencial do centro de massa.

$$\overrightarrow{P} = m_1 \frac{m_2}{m_1} \overrightarrow{V}_{C.M} - m_2 \overrightarrow{V}_{C.M}$$
(B.18)

 $\overrightarrow{P} = \overrightarrow{0} \tag{B.19}$

Com isso comprova-se que no referencial do centro de massa a soma dos momentos das partículas é zero. Partindo da energia cinética do projétil,

$$T_1 = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 \tag{B.20}$$

A Equação B.20 pode ser transformada em (Demonstração em [48])

$$T_1 = \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} v_1^2 + \frac{1}{2} (m_1 + m_2) V_{C.M}^2$$
(B.21)

Podemos escrever a equação acima em termos da massa reduzida, $\mu_{\alpha} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$, e definindo $M = (m_1 + m_2)$. Assim, obtém-se a relação entre a energia cinética no sistema do laboratório e o sistema do centro de massa.

$$T_1 = \frac{1}{2}\mu_{\alpha}v_1^2 + \frac{1}{2}MV_{C.M}^2$$
(B.22)

$$T_1 = E_\alpha + E_{C.M} \tag{B.23}$$

Onde E_{α} é a energia do movimento relativo no centro de massa que será usada nos processos de reação e $E_{C.M}$ é a energia cinética do movimento no centro de massa. Combinando E_{α} com a Equação B.20, temos:

$$E_{\alpha}^{inicial} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} T_1 \tag{B.24}$$

A Equação B.24 pode ser generalizada levando em conta Q.

$$E_{\alpha}^{final} = E_{\alpha}^{inicial} + Q \tag{B.25}$$

Note que após a colisão a massa reduzida do sistema é $\mu_{\alpha} = \frac{m_3 m_4}{m_3 + m_4}$. A partir da Equação B.19 temos que o momento no centro de massa deve continuar nulo, assim partículas 3 e 4 devem sair da reação com momentos de mesmo módulo e sentidos oposto.

$$\frac{V_3'}{V_4'} = \frac{m_4}{m_3} \tag{B.26}$$

Aplicando a lei dos senos na Figura B.3 para obter uma relação entre a velocidade da partícula 3 no referencial do laboratório e no referencial do centro de massa.



Figura B.3: Esquema mostrando a relação entre as velocidades das partículas 3 e 4 no referencial do laboratório e do centro de massa.

$$\frac{V_3'}{\sin\left(\Theta_3^{Lab}\right)} = \frac{V_{C.M}}{\sin\left(\Theta_3^{C.M} - \Theta_3^{Lab}\right)}$$
(B.27)

$$\frac{\sin\left(\Theta_3^{C.M} - \Theta_3^{Lab}\right)}{\sin\left(\Theta_3^{Lab}\right)} = \frac{V_{C.M}}{V_3'}$$
(B.28)

Onde os sobrescritos C.M e Lab são referentes as grandezas no sistema do centro de massa e do laboratório, respectivamente. Lembrando que existe a relação trigonométrica $\Theta_3^{C.M} = \pi - \Theta_4^{C.M}$ (ou $\Theta_4^{C.M} = \pi - \Theta_3^{C.M}$), obtemos:

$$V_3'\sin(\Theta_3^{C.M}) = v_3\sin(\Theta_3^{Lab}) = w$$
(B.29)

$$V_3'\cos(\Theta_3^{C.M}) + V_{C.M} = v_3\cos(\Theta_3^{Lab})$$
(B.30)

Dividindo a equação Equação B.29 pela equação Equação B.30, obtém-se

$$\tan\left(\Theta_3^{Lab}\right) = \frac{\sin\left(\Theta_3^{C.M}\right)}{\frac{V_{C.M}}{V_3'} + \cos\left(\Theta_3^{C.M}\right)}.$$
(B.31)

Pode-se reescrever a Equação B.31 definindo

$$x = \frac{V_{C.M}}{V_3'} \tag{B.32}$$

Assim,

$$\tan\left(\Theta_3^{Lab}\right) = \frac{\sin\left(\Theta_3^{C.M}\right)}{x + \cos\left(\Theta_3^{C.M}\right)}.$$
(B.33)

Com a relação dada pela Equação B.33 é possível obter a Figura B.4.



Figura B.4: Desenho esquemáticos do triângulo retângulo construído a partir da Equação B.33.

A partir da Figura B.4 é possível obter a Equação B.34

$$\cos\left(\Theta_{Lab}^{3}\right) = \frac{x + \cos\left(\Theta_{3}^{C.M}\right)}{\sqrt{1 + x^{2} + 2x\cos\left(\Theta_{3}^{C.M}\right)}} \tag{B.34}$$

A secção de choque diferencial é obtida em termos de grandezas que são medidas no referencial do laboratório. Os cálculos que permitem a comparação dessa seção de choque com uma seção de choque teórica são obtidos no referencial do centro de massa. A secção de choque no referencial do laboratório e no referencial do centro de massa é dada por um fator denominado jacobiano.

Para obter o jacobiano, o x, definido na Equação B.32, deve ser escrito em termos dos fatores : $m_1, m_2, m_3, m_4, E_{\alpha}^{inicial}$ e Q. Para tanto partimos da Equação B.25, na seguinte forma:

$$Q = E_{\alpha}^{final} - E_{\alpha}^{inicial} \tag{B.35}$$

Após alguma matemática, substituímos E_{α}^{final} na Equação B.35 e obtemos:

$$Q = \frac{1}{2} \frac{m_3 m_4 V^2}{m_3 + m_4} - E_{\alpha inicial}$$
(B.36)

Onde V é a velocidade relativa entre as partículas 3 e 4. Isolando o termo V, temos:

$$V^{2} = \frac{2(m_{3} + m_{4})}{m_{3}m_{4}} (E_{\alpha}^{inicial} + Q)$$
(B.37)

Lembrando a relação entre a velocidade da partícula 3 no referencial do centro de massa e as velocidades \vec{v}_3 e \vec{v}_4 no referencial do laboratório. [48]

$$\vec{V'}_3 = \frac{(\vec{v}_3 - \vec{v}_4)m_4}{m_3 + m_4}$$
 (B.38)

Assim, substituindo $(\overrightarrow{v}_3 - \overrightarrow{v}_4)$ por \overrightarrow{V} na Equação B.38 e fazendo o produto escalar $\overrightarrow{V'}_3 \bullet \overrightarrow{V'}_3$.

$$(\overrightarrow{V'}_3)^2 = \frac{(\overrightarrow{V}^2)m_4^2}{(m_3 + m_4)^2}$$
 (B.39)

Substituindo a Equação B.37 na Equação B.39, obtém-se $\overrightarrow{V'}_3$ em termos das massas das partículas 3 e 4, $E_{\alpha}^{inicial}$ e Q.

$$(v_3')^2 = \frac{2m_4}{m_3(m_3 + m_4)} (E_{\alpha}^{inicial} + Q)$$
(B.40)

Agora, vamos reescrever $\overrightarrow{V}_{C.M}$ assim como fizemos com $\overrightarrow{V'}_3$. Partindo da Equação B.13 fazemos o produto escalar $\overrightarrow{V}_{C.M} \bullet \overrightarrow{V}_{C.M}$.

$$V_{C.M}^2 = \frac{m_1^2}{(m_1 + m_2)^2} v_1^2$$
(B.41)

Isolando v^2 na Equação B.24, temos:

$$v_1^2 = \frac{2E_{\alpha inicial}(m_1 + m_2)}{(m_1 m_2)} \tag{B.42}$$

Substituindo a Equação B.42 na Equação B.41, obtemos $\overrightarrow{V}_{C.M}$ em termos das massas da partículas 1 e 2 e $E_{\alpha}^{inicial}$.

$$V_{C.M}^2 = \frac{2m_1}{(m_1 + m_2)} \frac{E_{\alpha inicial}}{m_2}$$
(B.43)

Pode-se, então, substituir $\overrightarrow{V'}_3$ e $\overrightarrow{V}_{C.M}$ na definição de x da Equação B.33. Com isso, temos:

$$x = \sqrt{\frac{m_1 E_{\alpha}^{inicial}}{m_2(m_1 + m_2)} \frac{m_3(m_3 + m_4)}{m_4(E_{\alpha}^{inicial} + Q)}}$$
(B.44)

como $m_2 + m_2 = m_3 + m_4$. Obtemos:

$$x = \sqrt{\frac{m_1 m_3 E_{\alpha}^{inicial}}{m_2 m_4 (E_{\alpha}^{inicial} + Q)}}$$
(B.45)

$$x^{2} = \frac{m_{1}m_{3}E_{\alpha}^{inicial}}{m_{2}m_{4}(E_{\alpha}^{inicial} + Q)}$$
(B.46)

B.1 Cálculo do Jacobiano

Partindo da expressão para o número de partículas espalhadas em um dado ângulo sólido $d\Omega$.

$$dn(\Theta) = N_{inc} N_{alvo} \sigma(\Theta) 2\pi \sin(\Theta) d\Theta$$
(B.47)

Lembre que $d\Omega$ é dado por :

$$d\Omega = 2\pi \sin(\Theta) d\Theta \tag{B.48}$$

Independente do sistema de coordenadas utilizado o número de partículas espalhado deve ser igual, isto é, o número de partículas espalhadas é uma quantidade conservada. Assim, temos:

$$2N_{inc}N_{alvo}\sigma_{Lab}(\Theta_{Lab})\pi\sin(\Theta_{Lab})d\Theta_{Lab} = 2N_{inc}N_{alvo}\sigma_{C.M}(\Theta_{C.M})\pi\sin(\Theta_{C.M})d\Theta_{C.M}$$
(B.49)

Simplificando os termos da Equação B.49 e isolando $\sigma_{Lab}(\Theta_{Lab})$, obtém-se:

$$\sigma_{Lab}(\Theta_{Lab}) = \sigma_{C.M}(\Theta_{C.M}) \frac{\sin(\Theta_{C.M}) d\Theta_{C.M}}{\sin(\Theta_{Lab}) d\Theta_{Lab}}$$
(B.50)

Reescrevendo a Equação B.50 considerando os termos $\sin(\Theta_{C.M})d\Theta_{C.M} e \sin(\Theta_{Lab})d\Theta_{Lab}$, como derivadas de $\cos(\Theta_{C.M}) e \cos(\Theta_{Lab})$, respectivamente.

$$\sigma_{Lab}(\Theta_{Lab}) = \sigma_{C.M}(\Theta_{C.M}) \frac{d(\cos(\Theta_{C.M}))}{d(\cos(\Theta_{Lab}))}$$
(B.51)

Para calcular $d(\cos(\Theta_{C.M}))$, derivamos a Equação B.34 por $(\Theta_3^{C.M})$, com isso obtém-se:

$$\frac{d(\cos(\Theta_3^{Lab}))}{-\sin(\Theta_3^{C.M})d(\Theta_3^{C.M})} = \frac{(1+x\cos(\Theta_3^{C.M}))}{(1+x^2+2x\cos(\Theta_3^{C.M}))^{\frac{3}{2}}}$$
(B.52)

Lembrando que

$$d(\cos(\Theta_3^{C.M})) = -\sin(\Theta_3^{C.M})d(\Theta_3^{C.M})$$
(B.53)

Com isso,

$$\frac{d(\cos(\Theta_3^{Lab}))}{d(\cos(\Theta_3^{C.M}))} = \frac{(1 + x\cos(\Theta_3^{C.M}))}{(1 + x^2 + 2x\cos(\Theta_3^{C.M}))^{\frac{3}{2}}}.$$
(B.54)

Substituindo Equação B.54 na Equação B.51, temos:

$$\sigma_{Lab}(\Theta_{Lab}) = \sigma_{C.M}(\Theta_{C.M}) \frac{(1 + x^2 + 2x\cos(\Theta_3^{C.M}))^{\frac{3}{2}}}{(1 + x\cos(\Theta_3^{C.M}))}$$
(B.55)

ou também

$$\sigma_{C.M}(\Theta_{C.M}) = \sigma_{Lab}(\Theta_{Lab}) \frac{(1 + x\cos(\Theta_3^{C.M}))}{(1 + x^2 + 2x\cos(\Theta_3^{C.M}))^{\frac{3}{2}}}$$
(B.56)

As equações acima nos dão o jacobiano, fato que nos dá a transformação da seção de choque do referencial do laboratório para o referencial do centro de massa, ou vice-versa. Note que o jacobiano está em função de $\Theta_3^{C.M}$, podemos obter as equações do jacobiano em termo de Θ_3^{Lab} .

Primeiramente, vamos reescrever a Equação B.34 em função de $\cos(\Theta_3^{Lab})$.

$$\cos\left(\Theta_3^{C.M}\right) = x(\cos^2(\Theta_3^{Lab}) - 1) \pm \cos\left(\Theta_3^{Lab}\right) \sqrt{1 - x^2 \sin^2(\Theta_3^{Lab})}$$
(B.57)

Iremos escolher a solução com o sinal positivo para o cálculo do jacobiano, pois a outra solução leva a um jacobiano negativo.

Derivando a Equação B.57 em relação a Θ_3^{Lab} , obtém-se:

$$\frac{d\cos(\Theta_3^{C.M})}{d(\Theta_3^{Lab})} = -2x\cos(\Theta_3^{Lab})\sin(\Theta_3^{Lab}) - \sin(\Theta_3^{Lab})\sqrt{1 - x^2\sin^2(\Theta_3^{Lab})} - \frac{\cos^2(\Theta_3^{Lab})x^2\sin(\Theta_3^{Lab})}{\sqrt{1 - x^2\sin^2(\Theta_3^{Lab})}}$$
(B.58)

Simplificando a Equação B.58, temos:

$$\frac{d\cos(\Theta_3^{C.M})}{d\cos(\Theta_3^{Lab})} = \frac{(x\cos(\Theta_3^{Lab}) + \sqrt{1 - x^2\sin^2(\Theta_3^{Lab})})^2}{\sqrt{1 - x^2\sin^2(\Theta_3^{Lab})}}$$
(B.59)

Por fim, obtém-se:

$$\sigma_{Lab}(\Theta_{Lab}) = \sigma_{C.M}(\Theta_{C.M}) \frac{(x\cos(\Theta_3^{Lab}) + \sqrt{1 - x^2\sin^2(\Theta_3^{Lab})})^2}{\sqrt{1 - x^2\sin^2(\Theta_3^{Lab})}}$$
(B.60)

ou também

$$\sigma_{C.M}(\Theta_{C.M}) = \sigma_{Lab}(\Theta_{Lab}) \frac{\sqrt{1 - x^2 \sin^2(\Theta_3^{Lab})}}{(x \cos(\Theta_3^{Lab}) + \sqrt{1 - x^2 \sin^2(\Theta_3^{Lab})})^2}$$
(B.61)

Apêndice C

Propagação de Erros

No capítulo 3 foram obtidas novas expressões para o cálculo da secção de choque experimental. A partir destas expressões calculou-se os pontos experimentais, para verificar confiabilidade dos dados faz-se necessário calcular a incerteza associada aos mesmos. Neste apêndice serão calculadas as propagações de incertezas de tais expressões. Antes de apresentar os erros das novas expressões, faz-se necessário apresentar outros que erros que serão usados.

A redução de dados para Equação B.45 é dado por:

$$\sigma_x = \left(\frac{\partial x}{\partial E_{Lab}}\right) \sigma_{E_{Lab}} \tag{C.1}$$

Onde:

$$\frac{\partial x}{\partial E_{Lab}} = \frac{1}{E_{Lab}} - \frac{m_{alvo}}{(m_{alvo} + m_{projetil})} \frac{1}{\left(\frac{E_{Lab}m_{alvo}}{m_{alvo} + m_{projetil}} + Q\right)}$$
(C.2)

A propagação de erro no número de contagens é:

$$\sigma_{Cont} = \sqrt{N_{Cont}} \tag{C.3}$$

O θ_{CM} pode ser escrito a partir da Equação B.57.

$$\theta_{CM}^{detectado} = \arccos\left(x\left(\cos^2(\theta_{Lab}^{detectado}) - 1\right) \pm \cos\theta_{Lab}^{detectado}\sqrt{1 - x^2\sin^2(\theta_{Lab}^{detectado})}\right)$$
(C.4)

Assim, a propagação de erro $\sigma_{\theta_{CM}}$ é:

$$\sigma_{\theta_{CM}^{detectado}} = \sqrt{\left(\frac{\partial \theta_{CM}^{detectado}}{\partial \theta_{Lab}^{detectado}}\right)^2 \sigma_{\theta_{Lab}^{detectado}}^2 + \left(\frac{\partial \theta_{CM}^{detectado}}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2}$$
(C.5)

Onde as derivadas são escritas como:

$$\frac{\partial \theta_{CM}^{detectado}}{\partial \theta_{Lab}^{detectado}} = \frac{-2x\cos(\theta_{Lab}^{detectado})\sin(\theta_{Lab}^{detectado}) - \sin(\theta_{Lab}^{detectado})\sqrt{(1 - x^2\sin^2(\theta_{Lab}^{detectado}))}}{\sqrt{\left(1 - (x(\cos^2(\theta_{Lab}^{detectado}) - 1) + \cos(\theta_{Lab}^{detectado})\right)^2}} - \frac{\cos^2(\theta_{Lab}^{detectado})x^2\sin(\theta_{Lab}^{detectado})}{\sqrt{\left(1 - (x(\cos^2(\theta_{Lab}^{detectado}) - 1) + \cos(\theta_{Lab}^{detectado})\right)^2}}$$
(C.6)

$$\frac{\partial \theta_{CM}^{detectado}}{\partial x} = \frac{\cos^2(\theta_{lab}^{detectado}) - 1 - \frac{\cos(\theta_{lab}^{detectado})x\sin^2(\theta_{lab}^{detectado})}{\sqrt{1 - x^2\sin^2(\theta_{lab}^{detectado})}}}{\sqrt{1 - \left(x(\cos^2(\theta_{lab}^{detectado}) - 1) + \cos(\theta_{lab}^{detectado})\sqrt{1 - x^2\sin^2(\theta_{lab}^{detectado})}\right)^2}$$
(C.7)

O Jacobiano obtido na Equação B.59 tem a propagação de erro dada pela Equação C.8.

$$\sigma_{J_{CM}^{Lab}} = \sqrt{\left(\frac{\partial J}{\partial \theta_{Lab}^{detectado}}\right)^2 \sigma_{\theta_{Lab}^{detectado}}^2 + \left(\frac{\partial J}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2} \tag{C.8}$$

As derivadas $\frac{\partial J}{\partial \theta_{Lab}^{detectado}}$ e $\frac{\partial J}{\partial x}$ da Equação C.8 são:

$$\frac{\partial J}{\partial x} = -\frac{x sen^2(\theta_{Lab}^{detectado})}{\sqrt{1 - x^2 sin^2(\theta_{Lab}^{detectado})} \left(x cos(\theta_{Lab}^{detectado}) + \sqrt{1 - x^2 sin^2(\theta_{Lab}^{detectado})}\right)^2} - \frac{2\sqrt{1 - x^2 sin^2(\theta_{Lab}^{detectado})} \left(cos(\theta_{Lab}^{detectado}) - \frac{x sin^2(\theta_{Lab}^{detectado})}{\sqrt{1 - x^2 sin^2(\theta_{Lab}^{detectado})}}\right)}{\left(x cos(\theta_{Lab}^{detectado}) + \sqrt{1 - x^2 sin^2(\theta_{Lab}^{detectado})}\right)^3}$$
(C.9)

$$\frac{\partial J}{\partial \theta_{Lab}^{detectado}} = \frac{-x^2 \sin(\theta_{Lab}^{detectado}) \cos(\theta_{Lab}^{detectado})}{\sqrt{1 - x^2 \sin^2(\theta_{Lab}^{detectado})} \left(x \cos(\theta_{Lab}^{detectado}) + \sqrt{1 - x^2 \sin(\theta_{Lab}^{detectado})}\right)^2} - \frac{2 * \sqrt{1 - x^2 \sin^2(\theta_{Lab}^{detectado})} \left(-x \sin(\theta_{Lab}^{detectado}) - \frac{x^2 \sin(\theta_{Lab}^{detectado}) \cos(\theta_{Lab}^{detectado})}{\sqrt{1 - x^2 \sin^2(\theta_{Lab}^{detectado})}}\right)} \left(x \cos(\theta_{Lab}^{detectado}) - \frac{x^2 \sin(\theta_{Lab}^{detectado}) \cos(\theta_{Lab}^{detectado})}{\sqrt{1 - x^2 \sin^2(\theta_{Lab}^{detectado})}}\right)}\right)$$
(C.10)

A secção de choque de Rutherford obtida no capítulo 2 pela ?? é reescrita substituindo as constantes por a.

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth} = \frac{a^2}{4} \frac{1}{\sin^4\left(\frac{\theta_{CM}}{2}\right)} \tag{C.11}$$

Onde,

$$a = \frac{Z_{proj}Z_{alvo}e^2\left(m_{alvo} + m_{proj}\right)}{2m_{alvo}E_{Lab}}.$$
(C.12)

Assim, a propagação de erros é dada por:

$$\sigma_{(d\sigma/d\Omega)_{Ruth}} = 2(d\sigma/d\Omega)_{Ruth} \sqrt{\frac{\sigma_a^2}{a^2} + \cos^2\left(\frac{\theta_{CM}}{2}\right)\frac{\theta_{CM}^2}{\sin^2\left(\frac{\theta_{CM}}{2}\right)}}$$
(C.13)

Assim

$$\frac{\partial (d\sigma/d\Omega)_{Ruth}}{\partial a} = \frac{a}{2sin^4 \left(\frac{\theta_{CM}}{2}\right)} \tag{C.14}$$

$$\frac{\partial (d\sigma/d\Omega)_{Ruth}}{\partial \theta_{CM}} = -\frac{1}{2} \frac{a^2 \cos\left(\theta_{CM}\right)}{\sin^5\left(\theta_{CM}\right)} \tag{C.15}$$

Seguindo, então, para as expressões obtidas no capítulo 3. Começando pela razão entre as espessuras para o alvo 2 ($^{27}Al + ^{197}Au$). Para facilitar a leitura a Equação 3.6 será reescrita substituindo o fator $\frac{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CM}^{27}Al}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{27}Al}$ por R_{SC} e o fator $\frac{(N_{alvo})^{197}Au}{(N_{alvo})^{27}Al}$ por R_{Esp} .

$$R_{Esp} = R_{SC} \frac{(N_{Cont})_{Elast}^{^{197}Au}}{(N_{Cont})_{Elast}^{^{27}Al}} \frac{(J_{CM}^{Lab})^{^{197}Au}}{(J_{CM}^{Lab})^{^{27}Al}} \frac{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{^{27}Al}}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{^{197}Au}}$$
(C.16)

A propagação de erro para Equação C.16 é dada por:

$$(\sigma_{R_{Esp}})^{2} = R_{Esp}^{2} \left(\frac{(\sigma_{R_{SC}})^{2}}{(R_{SC})^{2}} + \frac{(\sigma_{(N_{Cont})_{Elast}^{197}Au})^{2}}{((N_{Cont})_{Elast}^{197}Au)^{2}} + \frac{(\sigma_{(N_{Cont})_{Elast}^{27}Al})^{2}}{((N_{Cont})_{Elast}^{27}Al)^{2}} + \frac{\left(\sigma_{(\frac{d\sigma}{d\Omega})_{Ruth}^{27}Al}\right)^{2}}{\left(\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{27}Al\right)^{2}} + \frac{\left(\sigma_{(\frac{d\sigma}{d\Omega})_{Ruth}^{27}Al}\right)^{2}}{\left(\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{27}Al\right)^{2}} + \frac{\left(\sigma_{(\frac{d\sigma}{d\Omega})_{Ruth}^{197}Au}\right)^{2}}{\left(\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{197}Au}\right)^{2}} \right)$$

$$(C.17)$$

Onde $\sigma_{R_{SC}}$ é dado por:

$$\sigma_{R_{SC}} = R_{SC} \sqrt{\frac{\sigma_{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CM}}^2}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CM}^2} + \frac{\sigma_{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}}^2}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^2}}$$
(C.18)

Pode-se definir também o inverso R_A .

$$R_{A.I} = \frac{1}{R_A} \tag{C.19}$$

$$\sigma_{R_{A,I}} = \frac{\sigma_{R,A}}{(R_A)^2} \tag{C.20}$$

Na Equação 3.12 obteve-se a expressão para razão entre os ângulos sólidos. Para facilitar a leitura o

fator $\frac{Tel2(\Delta\Omega)}{Tel1(\Delta\Omega)}$ será substituído por $R_{A.S.}$ Assim, a propagação de erro é:

$$(\sigma_{R_{A,S}})^{2} = R_{A,S}^{2} \left(\frac{\left(\sigma_{\left(Tel1\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CM}^{27Al} \right)}^{27Al} \right)^{2}}{\left(Tel1\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CM}^{27Al} \right)^{2}} + \frac{\left(\sigma_{\left(Tel1\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{27Al} \right)}^{27Al} \right)^{2}}{\left(Tel2\left(N_{cont}\right)^{197Au} \right)^{2}} + \frac{\left(\sigma_{\left(Tel2\left(N_{cont}\right)^{197Au} \right)}^{27Al} \right)^{2}}{\left(Tel2\left(N_{cont}\right)^{197Au} \right)^{2}} + \frac{\left(\sigma_{Tel2\left(J_{CM}^{Lab}\right)^{197Au} \right)}^{2} + \frac{\left(\sigma_{Tel2\left(J_{CM}^{Lab}\right)^{197Au} \right)}^{2} + \frac{\left(\sigma_{Tel2\left(J_{CM}^{Lab}\right)^{27Al} \right)}^{2} + \frac{\left(\sigma_{Tel2\left(J_{CM}^{Lab}\right)^{2} \right)}^{2} +$$

Pode-se escrever a Equação C.21 de forma generalizada.

$$(\sigma_{R_{A,S}})^{2} = R_{A,S}^{2} \left(\frac{\left(\sigma_{\left(i\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CM}^{27Al}\right)} \right)^{2}}{\left(i\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CM}^{27Al}\right)^{2}} + \frac{\left(\sigma_{\left(i\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{27Al}\right)} \right)^{2}}{\left(i\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CM}^{27Al}\right)^{2}} + \frac{\left(\sigma_{\left(i\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{27Al}\right)} \right)^{2}}{\left(i\left(N_{cont}\right)^{197Au}\right)^{2}} + \frac{\left(\sigma_{j\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{27Al}\right)} \right)^{2}}{\left(i\left(N_{cont}\right)^{27Al}\right)^{2}} + \frac{\left(\sigma_{j\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{197Au}\right)} \right)^{2}}{\left(i\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CM}^{27Al}\right)^{2}} + \frac{\left(\sigma_{j\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{197Au}\right)} \right)^{2}}{\left(i\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{27Al}\right)^{2}} + \frac{\left(\sigma_{R_{A,I}} \right)^{2}}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{27Al}\right)^{2}} + \frac{\left(\sigma_{R_{A,I}} \right)^{2}}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{197Au}\right)^{2}} + \frac{\left(\sigma_{I} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{197Au}\right)^{2}}{\left(i\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{27Al}\right)^{2}} + \frac{\left(\sigma_{I} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{197Au}\right)^{2}}{\left(i\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{197Au}\right)^{2}} \right)$$

$$\left(\frac{\left(\sigma_{i} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{27Al}\right)^{2}}{\left(i\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{197Au}\right)^{2}} + \frac{\left(\sigma_{I} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{197Au}\right)^{2}}{\left(i\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{197Au}\right)^{2}} \right)$$

$$\left(\frac{\left(\sigma_{I} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{27Al}\right)^{2}}{\left(i\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{197Au}\right)^{2}} + \frac{\left(\sigma_{I} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{197Au}\right)^{2}}{\left(i\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{197Au}\right)^{2}} \right)$$

$$\left(\frac{\left(\sigma_{I} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{27Al}\right)^{2}}{\left(i\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{197Au}\right)^{2}} + \frac{\left(\sigma_{I} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{197Au}\right)^{2}}{\left(i\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}^{197Au}\right)^{2}} \right)$$

Onde *i* e *j* representam os diferentes detectores, telescópios ou singles.

A propagação de incerteza para Equação 3.14, outra expressão para calcular a razão entre os
ângulos sólidos, é dada por:

$$(\sigma_{R_{A,S}^{197}Au})^{2} = (R_{A,S}^{197}Au)^{2} \left(\frac{\left(\sigma_{\left(Tel2(N_{Cont})^{197}Au\right)}\right)^{2}}{\left(Tel2(N_{Cont})^{197}Au\right)^{2}} + \frac{\left(\sigma_{\left(Tel1(N_{Cont})^{197}Au\right)}\right)^{2}}{\left(Tel1(N_{Cont})^{197}Au\right)^{2}} + \frac{\left(\sigma_{Tel2(J_{CM}^{Lab})^{197}Au}\right)^{2}}{\left(Tel2(J_{CM}^{Lab})^{197}Au\right)^{2}} + \frac{\left(\sigma_{Tel2(J_{CM}^{Lab})^{197}Au}\right)^{2}}{\left(Tel2(J_{CM}^{Lab})^{197}Au\right)^{2}} + \frac{\left(\sigma_{Tel1(J_{CM}^{Lab})^{197}Au}\right)^{2}}{\left(Tel1(J_{CM}^{Lab})^{197}Au\right)^{2}} + \frac{\left(\sigma_{Tel1(J_{CM}^{Lab})^{197}Au}\right)^{2}}{\left(Tel2(J_{CM}^{Lab})^{197}Au\right)^{2}} + \frac{\left(\sigma_{Tel2(J_{CM}^{Lab})^{197}Au}\right)^{2}}{\left(Tel2(J_{CM}^{Lab})^{197}Au\right)^{2}} \right)$$

$$(C.23)$$

A forma generalizada a Equação C.23 é escrita como:

$$\begin{split} (\sigma_{R_{A,S}^{197}Au})^{2} &= (R_{A,S}^{197}Au)^{2} \left(\frac{\left(\sigma_{\left(j(N_{cont})^{197}Au\right)}\right)^{2}}{\left(j(N_{cont})^{197}Au\right)^{2}} + \frac{\left(\sigma_{\left(i(N_{cont})^{197}Au\right)}\right)^{2}}{\left(i(N_{cont})^{197}Au\right)^{2}} + \frac{\left(\sigma_{\left(j(J_{CM}^{Lab})^{197}Au\right)}\right)^{2}}{\left(j(J_{CM}^{Lab})^{197}Au\right)^{2}} + \frac{\left(\sigma_{\left(j(J_{CM}^{Lab})^{197}Au\right)}\right)^{2}}{\left(i(J_{CM}^{Lab})^{197}Au\right)^{2}} + \frac{\left(\sigma_{\left(j(J_{CM}^{Lab})^{197}Au\right)^{2}}}{\left(i(J_{CM}^{Lab})^{197}Au\right)^{2}} + \frac{\left(\sigma_{\left(j(J_{CM}^{Lab})^{197}Au\right)^{2}}{\left(i(J_{CM}^{Lab})^{197}Au\right)^{2}} + \frac{\left(\sigma_{\left(j(J_{CM}^{Lab})^{197}Au\right)^{2}}{\left(i(J_{CM}^{Lab})^{197}Au\right)^{2}} + \frac{\left(\sigma_{\left(j(J_{CM}^{Lab})^{197}Au\right)^{2}}{\left(i(J_{CM}^{Lab})^{197$$

Onde i e j representam os diferentes detectores, telescópios ou singles.

Para secção de choque elástica, a redução é obtido por :

$$\sigma_{Tel2}^{2} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Elas}^{27Al} = {}^{Tel2} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Elas}^{27Al} \left(\frac{\sigma_{\left(Tel1(N_{cont})_{Elas}^{27Al}\right)}^{27Al}}{\left(Tel1(N_{cont})_{Elas}^{27Al}\right)^{2}} + \frac{\sigma_{\left(Tel2(N_{cont})_{Elas}^{27Al}\right)}^{27Al}}{\left(Tel2(N_{cont})_{Elas}^{27Al}\right)^{2}} + \frac{\sigma_{\left(Tel2(J_{CM}^{Lab})_{Elas}^{27Al}\right)}^{27Al}}{\left(Tel2(J_{CM}^{Lab})_{Elas}^{27Al}\right)^{2}}\right) \left(\frac{+\frac{\sigma_{\left(Tel1(J_{CM}^{Lab})_{Elas}^{27Al}\right)}^{27Al}}{\left(Tel1(J_{CM}^{Lab})_{Elas}^{27Al}\right)^{2}} + \frac{\sigma_{R_{A.S}}^{2}}{\left(R_{A.S}\right)^{2}} + \frac{\sigma_{Tel1}^{2}\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Elas}^{27Al}}{\frac{Tel1(\frac{d\sigma}{d\Omega})_{Elas}^{27Al}}{\frac{Tel1(\frac{d\sigma}{d\Omega})_{Elas}^{27Al}}{\frac{Tel2(J_{CM}^{Lab})_{Elas}^{27Al}}{\frac{Tel2(J_{CM}^{Lab})_{Elas}^{27Al}}{\frac{Tel2(J_{CM}^{Lab})_{Elas}^{27Al}}{\frac{Tel2(J_{CM}^{Lab})_{Elas}^{27Al}} \right)}\right)$$

$$\left(\frac{1}{2}\left(\frac{\sigma_{Tel2(J_{CM}^{Lab})_{Elas}^{27Al}}{\frac{Tel2(J_{CM}^{Lab})_{Elas}^{27Al}}{\frac{Tel2(J_{CM}^{Lab})_{Elas}^{27Al}}{\frac{Tel2(J_{CM}^{Lab})_{Elas}^{27Al}}{\frac{Tel2(J_{CM}^{Lab})_{Elas}^{27Al}}{\frac{Tel2(J_{CM}^{Lab})_{Elas}^{27Al}}{\frac{Tel2(J_{CM}^{Lab})_{Elas}^{27Al}}{\frac{Tel2(J_{CM}^{Lab})_{Elas}^{27Al}}{\frac{Tel2(J_{CM}^{Lab})_{Elas}^{27Al}}{\frac{Tel2(J_{CM}^{Lab})_{Elas}^{27Al}}{\frac{Tel2(J_{CM}^{Lab})_{Elas}^{27Al}}{\frac{Tel2(J_{CM}^{Lab})_{Elas}^{27Al}}{\frac{Tel2(J_{CM}^{Lab})_{Elas}^{27Al}}{\frac{Tel2(J_{CM}^{Lab})_{Elas}^{27Al}}{\frac{Tel2(J_{CM}^{Lab})_{Elas}^{27Al}}{\frac{Tel2(J_{CM}^{Lab})_{Elas}^{27Al}}{\frac{Tel2(J_{CM}^{Lab})_{Elas}^{27Al}}{\frac{Tel2(J_{CM}^{Lab})_{Elas}^{27Al}}{\frac{Tel2(J_{CM}^{Lab})_{Elas}^{27Al}}{\frac{Tel2(J_{CM}^{Lab})_{Elas}^{27Al}}{\frac{Tel2(J_{CM}^{Lab})_{Elas}^{27Al}}{\frac{Tel2(J_{CM}^{Lab})_{Elas}^{27Al}}{\frac{Tel2(J_{CM}^{Lab})_{Elas}^{27Al}}{\frac{Tel2(J_{CM}^{Lab})_{Elas}^{27Al}}{\frac{Tel2(J_{CM}^{Lab})_{Elas}^{27Al}}{\frac{Tel2(J_{CM}^{Lab})_{Elas}^{27Al}}{\frac{Tel2(J_{CM}^{Lab})_{Elas}^{27Al}}{\frac{Tel2(J_{CM}^{Lab})_{Elas}^{27Al}}}{\frac{Tel2(J_{CM}^{Lab})_{Elas}^{27Al}}{\frac{Tel2(J_{CM}^{Lab})_{Elas}^{27Al}}}}}}\right)$$

Generalizando a Equação C.25.

$$\sigma_{j\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^{27}_{Elas}}^{2} = {}^{j} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^{27}_{Elas} \left(\frac{\sigma_{\left(i(N_{cont})^{27}_{Elas}\right)}^{27}}{\left(i(N_{cont})^{27}_{Elas}\right)^{2}} + \frac{\sigma_{\left(i(N_{cont})^{27}_{Elas}\right)}^{27}_{Elas}}{\left(i(N_{cont})^{27}_{Elas}\right)^{2}} + \frac{\sigma_{\left(i(J_{cont})^{27}_{Elas}\right)}^{27}_{Elas}}{\left(i(J_{cont})^{27}_{Elas}\right)^{2}} + \frac{\sigma_{\left(i(J_{cont})^{27}_{Elas}\right)}^{2}_{Elas}}{\sigma_{\left(i(J_{cont})^{27}_{Elas}\right)}^{27}_{Elas}} \right)$$

$$\left(1 + \frac{\sigma_{\left(i(J_{cont})^{27}_{Elas}\right)}^{27}_{Elas}}{\left(i(J_{cont})^{27}_{Elas}\right)^{2}} + \frac{\sigma_{\left(i(J_{cont})^{27}_{Elas}\right)}^{2}_{Elas}}{\sigma_{\left(i(J_{cont})^{27}_{Elas}\right)}^{27}_{Elas}} + \frac{\sigma_{\left(i(J_{cont})^{27}_{Elas}\right)}^{2}_{Elas}}{\sigma_{\left(i(J_{cont})^{27}_{Elas}\right)}^{2}_{Elas}} + \frac{\sigma_{\left(i(J_{cont})^{27}_{Elas}\right)}^{2}_{Elas}}{\sigma_{\left(i(J_{cont})^{27}_{Elas}\right)}^{2}_{Elas}} + \frac{\sigma_{\left(i(J_{cont})^{27}_{Elas}\right)}^{2}_{Elas}}{\sigma_{\left(i(J_{cont})^{27}_{Elas}\right)}^{2}_{Elas}} + \frac{\sigma_{\left(i(J_{cont})^{27}_{Elas}\right)}^{2}_{Elas}}{\sigma_{\left(i(J_{cont})^{2}_{Elas}\right)}^{2}_{Elas}} + \frac{\sigma_{\left(i(J_{cont})^{27}_{Elas}\right)}^{2}_{Elas}}{\sigma_{\left(i(J_{cont})^{2}_{Elas}\right)}^{2}_{Elas}} + \frac{\sigma_{\left(i(J_{cont})^{2}_{Elas}\right)}^{2}_{Elas}}{\sigma_{\left(i(J_{cont})^{2}_{Elas}\right)}^{2}_{Elas}} + \frac{\sigma_{\left(i(J_{cont})^{2}_{Elas}\right)}^{2}_{Elas}}{\sigma_{\left(i(J_{cont})^{2}_{Elas}\right)}^{2}_{Elas}} + \frac{\sigma_{\left(i(J_{cont})^{2}_{Elas}\right)}^{2}_{Elas}}{\sigma_{\left(i(J_{cont})^{2}_{Elas}\right)}^{2}_{Elas}} + \frac{\sigma_{\left(i(J_{cont})^{2}_{Elas}\right)}^{2}_{Elas}}{\sigma_{\left(i(J_{cont})^{2}_{Elas$$

Para transferência de um nêutron e espalhamento inelástico, têm-se:

$$\sigma_{Tel2}^{2} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{1NT,Ine}^{27Al} = {}^{Tel2} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{1NT,Ine}^{27Al} \left(\frac{\sigma_{\left(Tel1(N_{cont})_{Elas}^{27Al}\right)}^{27Al}}{\left(Tel1(N_{cont})_{Elas}^{27Al}\right)^{2}} + \frac{\sigma_{\left(Tel2(N_{cont})_{1NT,Ine}^{27Al}\right)}^{27Al}}{\left(Tel2(N_{cont})_{1NT,Ine}^{27Al}\right)^{2}} + \frac{\sigma_{\left(Tel2(J_{CM})_{1NT,Ine}^{27Al}\right)}^{2}}{\left(Tel2(J_{CM})_{1NT,Ine}^{27Al}\right)^{2}} + \frac{\sigma_{\left(Tel2(J_{CM})_{1NT,Ine}^{27Al}\right)}^{2}}{\left(Tel2(J_{CM})_{1NT,Ine}^{27Al}\right)^{2}} + \frac{\sigma_{\left(Tel2(J_{CM})_{27Al}^{27Al}\right)}^{2}}{\left(Tel2(J_{CM})_{1NT,Ine}^{27Al}\right)^{2}} + \frac{\sigma_{\left(Tel2(J_{CM})_{27Al}^{27Al}\right)}^{2}}{\left(Tel2(J_{CM})_{27Al}^{27Al}\right)^{2}} + \frac{\sigma_{\left(Tel2(J_{CM})_{27Al}^{27Al}\right)}^{2}}{\left(Tel2(J_{CM})_{27Al}^{2}\right)^{2}} + \frac{\sigma_{\left(Tel2(J_{CM})_{27Al}^{2}\right)^{2}}{\left(Tel2(J_{CM})_{27Al}^{2}\right)^{2}}} + \frac{\sigma_{\left(Tel2(J_{CM})_{27Al}^{2}}}{\left(Tel2(J_{CM})_{27Al}^{2}\right)^{2}} + \frac{\sigma_{\left(Tel2(J_{CM})_{27Al}^{2}\right)^{2}}{\left(Tel2(J_{CM})_{27Al}^{2}\right)^{2}}} + \frac{\sigma_{\left(Tel2(J_{CM})_{27Al}^{2}\right)^{2}}}{\left(Tel2(J_{CM})_{27Al}^{2}\right)^{2}}} + \frac{\sigma_{\left(Tel2(J_{CM})_{27Al}^{2}}}$$

Generalizando a Equação C.27.

$$\sigma_{j\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{1NT,Ine}}^{2^{7}Al} = {}^{j} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{1NT,Ine}^{2^{7}Al} \left(\frac{\sigma_{\left(i(N_{cont})_{Elas}^{2^{7}Al}\right)}^{2^{7}Al}}{\left(i(N_{cont})_{Elas}^{2^{7}Al}\right)^{2}} + \frac{\sigma_{\left(j(N_{cont})_{1NT,Ine}^{2^{7}Al}\right)}^{2^{7}Al}}{\left(i(N_{cont})_{1NT,Ine}^{2^{7}Al}\right)^{2}} + \frac{\sigma_{\left(j(J_{CM})_{1NT,Ine}^{2^{7}Al}\right)}^{2^{7}Al}}{\left(i(J_{CM})_{1NT,Ine}^{2^{7}Al}\right)^{2}} + \frac{\sigma_{\left(j(J_{CM})_{1NT,Ine}^{2^{7}Al}\right)}^{2^{7}Al}}{\left(i(J_{CM})_{Elas}^{2^{7}Al}\right)^{2}} + \frac{\sigma_{\left(j(J_{CM})_{2^{7}Al}\right)}^{2^{7}Al}}{\left(i(J_{CM})_{Elas}^{2^{7}Al}\right)^{2}} + \frac{\sigma_{\left(j(J_{CM})_{2^{7}Al}\right)^{2}}^{2^{7}Al}}}{\left(i(J_{CM})_{Elas}^{2^{7}Al}\right)^{2}} + \frac{\sigma_{\left(j(J_{CM})_{2^{7}Al}\right)^{2}}^{2^{7}Al}}{\left(i(J_{CM})_{2^{7}Al}\right)^{2}} + \frac{\sigma_{\left(j(J_{CM})_{2^{7}Al}\right)^{2}}^{2^{7}Al}}{\left(i(J_{CM})_{2^{7}Al}\right)^{2}} + \frac{\sigma_{\left(j(J_{CM})_{2^{7}Al}\right)^{2}}^{2^{7}Al}}{\left(i(J_{CM})_{2^{7}Al}\right)^{2}} + \frac{\sigma_{\left(j(J_{CM})_{2^{7}Al}\right)^{2}}{\left(i(J_{CM})_{2^{7}Al}\right)^{2}} + \frac{\sigma_{\left(j(J_{CM})_{2^{7}Al}\right)^{2}}^{2^{7}Al}}{\left(i(J_{CM})_{2^{7}Al}\right)^{2}} + \frac{\sigma_{\left(j(J_{CM})_{2^{7}Al}\right)^{2}}{\left(i(J_{CM})_{2^{7}Al}\right)^{2}}} + \frac{\sigma_{\left(j(J_{CM})_{2^{7}Al}\right)^{2}}^{2^{7}Al}}{\left(i(J_{CM})_{2^{7}Al}\right)^{2}} + \frac{\sigma_{\left(j(J_{CM})_{2^{7}Al}\right)^{2}}{\left(i(J_{CM})_{2^{7}Al}\right)^{2}} + \frac{\sigma_{\left(j(J_{CM})_{2^{7}Al}\right)^{2}}{\left(i(J_{CM})_{2^{7}Al}\right)^{2}} + \frac{\sigma_{\left(j(J_{CM})_{2^{7}Al}\right)^{2}}}{\left(i(J_{CM})_{2^{7}Al}\right)^{2}}} + \frac{\sigma_{\left(j(J_$$

Apêndice D

Detectores

Os detectores são basicamente um dispositivo que produz um sinal elétrico proporcional a energia depositada pela radiação que interage com a matéria. O material mais comum para produzir esse dispositivo é o silício, um semicondutor que é dopado para tal finalidade.

A dopagem de um semicondutor é uma técnica que introduz átomos de impurezas em um cristal semicondutor para que, de maneira controlada, o número de elétrons livres ou buracos aumente. Para o caso do silício (átomo tetravalente) a dopagem tipo P é obtida introduzindo átomos de boro ou gálio (átomos trivalentes), isto cria buracos pois o silício liga-se a esses átomos realizando quatro ligações, como falta um elétron ao átomo de impureza para completar as ligações este aceita o elétron do silício.



Figura D.1: Representação esquemática bidimensional de um cristal de silício dopado com gálio (Adaptado de [10]).

A dopagem tipo N é obtida quando introduz-se uma impureza pentavalente como fósforo ou

arsênio e quando a ligação é feita com o silício sobram elétrons livres. Quando junta-se dois se-



Figura D.2: Representação esquemática bidimensional de um cristal de silício dopado com arsênio (Adaptado de [10]).

micondutores tipo P e N (junção PN), na região de contato há uma difusão de elétrons e buracos até que um equilíbrio seja estabelecido. Consequentemente, existe o crescimento de uma carga espacial positiva no lado tipo N e de uma carga espacial negativa no lado tipo P. E também é chamada de região de depleção. O acumulo de cargas nesta região cria um campo elétrico (diferença de potencial) que diminui a tendência à novas difusões. Devido aos poucos elétrons e buracos, estado estacionário de cargas, esta região possui uma alta resistência.

O detector de barreira de superfície é produzido quando um metal é depositado em contato direto com um semicondutor dopado, há transferências de cargas semelhante ao que acontece na junção PN. Em um disco de silício depositam-se finas camadas de ouro e alumínio, de modo que seja possível aplicar uma tensão de polarização(*bias*), que atua na região de depleção podendo aumentá-la ou diminuí-la.No caso do detectores se faz uma polarização inversa, isso aumenta a região de depleção. Assim a criação de pares elétron-buraco, proporcional à energia depositada no detector, com isso as cargas movimentam-se pela silício pela ação do campo elétrico da tensão de *Bias*. Por fim, são coletadas pelos eletrodos e isso constitui um sinal.

Apêndice E

Esquema de Níveis

Tabela E.1: Lista de alguns dos níveis de energia para o ${}^{27}Al$ (Retirado de [13]).

E_{level} (MeV)	J^{π}
0,0	$5/2^+$
0,843	$1/2^+$
1,014	$3/2^{+}$
2,212	$7/2^+$
2,734	$5/2^+$
2,982	$3/2^+$
3,004	$9/2^+$

Tabela E.2: Lista de alguns dos níveis de energia para o ^{184}W (Retirado de [13]).

E_{level} (MeV)	J^{π}
0,0	0^+
0,111	2^{+}
0,364	4+
0,748	6^+
0,903	2^{+}
1,002	0^+



Figura E.1: Esquema dos níveis de energia para o ${}^{13}C$ (Retirado de [11]).



Figura E.2: Esquema dos níveis de energia para o ^{14}N (Retirado de [11]).

Apêndice F

Input FRESCO

Os cálculos para as seções de choque elásticas em $E_{Lab} = 20$ MeV e $E_{Lab} = 32$ MeV e as seções de choque inelásticas em $E_{Lab} = 32$ MeV, foram realizados pelo Prof.Dr. Vinicius Zagatto no código Fresco [12], Com o seguinte input:

```
13C+27A1
                      0.0375
      25.0
               0.02
0.01
 0.120. -.05
              F 0
                      1 0 00.00
0 20. 140. 0.1
0.001 -100 4 1 30
                         4.0 3.5
1000200000001
                         4 27-Al 26.9815 13.0
13-C 13.0033 6.0
                                                    0.00
0.5
     -1 0.0
                         1 2.5 +1 0.0
                                 +1 0.8438
    1
                         1 0.5
    1
                         1 1.5
                                 +1 1.0146
    1
                         1
                            3.5
                                 +1 2.212
 10
      0 27.
               13.0
                       1.06
        0.00
                17.81
 113
              2 18.026
      1
         1
          2
              2 15.064
      1
             2 15.064
      2
          1
         3
1
      1
              2 15.006
      3
              2 15.006
      1
         4
              2 20.810
     -4
          1
              2 20.810
 1 1 9 1.0
              0.00
                       1.3
 113 11
               1.53
          1
              2 1.826
      1
          2
              2 1.117
      1
      2
          1
              2 1.117
      1
          3
              2 1.113
      3
          1
              2 1.113
      1
          4
              2 1.544
     -4
              2 1.544
          1
 1 1 -9 0.0
               0.00
                       1.3
 14
      0 1.8
              1.06
                       0.60
        000.000.000000 0.0000 080.000.800000 0.6000
 11
      0
0
0
   0
      1
          1
20.
```

Figura F.1: Input utilizado no programa FRESCO [12].

Referências Bibliográficas

- [1] John R Taylor. Classical mechanics. University Science Books, 2005.
- [2] David J Griffiths and Darrell F Schroeter. *Introduction to quantum mechanics*. Cambridge University Press, 2018.
- [3] Kenneth S Krane, David Halliday, et al. Introductory nuclear physics. Wiley, 1987.
- [4] http://portal.if.usp.br/fnc/pt-br/acelerador-pelletron, Data de acesso: 15/02/2020.
- [5] Djalma Rosa Mendes Junior. *Estudo da reação* ⁸Li (p,α) ⁵He *com feixe radioativo de* ⁸Li. Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo.
- [6] Leandro Romero Gasques. *O* Potencial *de* São Paulo: *Uma descrição geral de reações nucleares entre íons pesados*. Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo.
- [7] F Hinterberger. Electrostatic accelerators. 2006.
- [8] https://www.pelletron.com/products/pelletron-charging-chains/, Data de acesso : 15/02/2020.
- [9] Robson Zacarelli Denke. Fator s astrofísico para a reação de captura ⁴He(t,g)⁷Li pela investigação da reação de transferência elástica no sistema ⁷Li + ⁴He. Dissertação de Mestrado, Universidade de São Paulo, 2007.
- [10] SM Sze. Physics of semiconductor devices, "382, 1981.
- [11] http://www.tunl.duke.edu/nucldata/, Data de acesso: 15/02/2020.
- [12] IJ Thompson. Getting started with fresco. Comput. Phys. Rep, 7:167–212, 1988.
- [13] https://www.nndc.bnl.gov, Data de acesso: 15/02/2020.

- [14] Hans Geiger and JM Nuttall. Lvii. the ranges of the α particles from various radioactive substances and a relation between range and period of transformation. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 22(130):613–621, 1911.
- [15] Ernest Rutherford. Lxxix. the scattering of α and β particles by matter and the structure of the atom. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 21(125):669–688, 1911.
- [16] LF Canto, PRS Gomes, R Donangelo, J Lubian, and MS Hussein. Recent developments in fusion and direct reactions with weakly bound nuclei. *Physics Reports*, 596:1–86, 2015.
- [17] W Von Oertzen and A Vitturi. Pairing correlations of nucleons and multi-nucleon transfer between heavy nuclei. *Reports on Progress in Physics*, 64(10):1247, 2001.
- [18] E. N. Cardozo, J. Lubian, R. Linares, F. Cappuzzello, D. Carbone, M. Cavallaro, J. L. Ferreira, A. Gargano, B. Paes, and G. Santagati. Competition between direct and sequential two-neutron transfers in the ¹⁸O +²⁸ Si collision at 84 mev. *Phys. Rev. C*, 97:064611, Jun 2018.
- [19] R. Linares, M. J. Ermamatov, J. Lubian, F. Cappuzzello, D. Carbone, E. N. Cardozo, M. Cavallaro, J. L. Ferreira, A. Foti, A. Gargano, B. Paes, G. Santagati, and V. A. B. Zagatto. Analysis of the one-neutron transfer to ¹⁶O, ²⁸Si, and ⁶⁴Ni induced by the (¹⁸O, ¹⁷O) reaction at 84 mev. *Phys. Rev. C*, 98:054615, Nov 2018.
- [20] U Umbelino, KCC Pires, R Lichtenthäler, V Scarduelli, GA Scotton, A Lépine-Szily, V Guimarães, J Lubian, B Paes, JL Ferreira, et al. Two-neutron transfer in be 7+ be 9 collisions. *Physical Review C*, 99(6):064617, 2019.
- [21] R. Linares, C. C. Seabra, V. A. B. Zagatto, V. Scarduelli, L. Gasques, L. C. Chamon, B. R. Gonçalves, D. R. Mendes Junior, and A. Lépine-Szily. Investigation of the one-neutron transfer in ${}^{13}C + {}^{28}Si$ at $E_{lab} = 30$ and 34 mev. *Phys. Rev. C*, 101:014611, Jan 2020.
- [22] GR Satchler. Collective effects and elastic scattering from odd-mass nuclei. *Nuclear Physics*, 45:197–208, 1963.
- [23] GR Satchler and CB Fulmer. Target-spin effects on elastic scattering cross sections. *Physics Letters B*, 50(3):309–312, 1974.

- [24] SE Hicks and MT McEllistrem. Ground state reorientation effects in elastic scattering cross sections. *Nuclear Physics A*, 468(2):372–380, 1987.
- [25] Samuel Shaw Ming Wong and Samuel SM Wong. *Introductory nuclear physics*, volume 129. Wiley Online Library, 1990.
- [26] David Gaspard. Connection formulas between coulomb wave functions. *Journal of mathemati*cal physics, 59(11):112104, 2018.
- [27] Milton Abramowitz. Regular and irregular coulomb wave functions expressed in terms of besselclifford functions. *Journal of Mathematics and Physics*, 33(1-4):111–116, 1954.
- [28] Roger D. Woods and David S. Saxon. Diffuse surface optical model for nucleon-nuclei scattering. *Phys. Rev.*, 95:577–578, Jul 1954.
- [29] Luiz Carlos Chamon. The São Paulo Potential. Nuclear Physics, Section A, 1(787):198–205, 2007.
- [30] Luiz Carlos Chamon, Brett Vern Carlson, Leandro Romero Gasques, Dirceu Pereira, Claudio De Conti, MAG Alvarez, Mahir Saleh Hussein, MA Cândido Ribeiro, ES Rossi Jr, and Cecilia Pereira Silva. Toward a global description of the nucleus-nucleus interaction. *Physical Review C*, 66(1):014610, 2002.
- [31] Maria Goeppert Mayer. On closed shells in nuclei. ii. *Physical Review*, 75(12):1969, 1949.
- [32] Otto Haxel, J Hans D Jensen, and Hans E Suess. On the magic numbers in nuclear structure. *Physical Review*, 75(11):1766, 1949.
- [33] Niels Bohr. The structure of the atom 1. *Nature*, 112(2801):29–44, 1923.
- [34] Walter M Elsasser. Sur le principe de pauli dans les noyaux-iii. Journal de Physique et le Radium, 5(12):635–639, 1934.
- [35] AH Wapstra and K Bos. Atomic data and nuclear data tables. V19 (3), 177, 1977.
- [36] George Raymond Satchler. Direct nuclear reactions. 1983.
- [37] Robert J Van de Graaff. A 1,500,000 volt electrostatic generator. Phys. Rev, 38:1919, 1931.
- [38] Victor Rotberg, Dirceu Pereira, MN Rao, Nobuko Ueta, and Oscar Sala. Calibration of the tandem pelletron accelerator. *Revista Brasileira de Física*, 6(3):413–427, 1976.

- [39] Nobuko Ueta, Wanda Gabriel Pereira Engel, and Jorge de Jesus Gomes Leandro. Confecção de alvos nucleares. 2002.
- [40] http://npg.dl.ac.uk/MIDAS/, Data de acesso: 21/02/2020.
- [41] https://root.cern.ch, Data de acesso : 21/02/2020.
- [42] W.T. Milner. Pacote Vacpak Oak Ridge National Laboratory. 1987.
- [43] http://www.dfn.if.usp.br/pagina-lafn/, Data de acesso: 21/02/2020.
- [44] Edilson Crema, Vinicius Antonio Bocaline Zagatto, Julian Marco Barbosa Shorto, B Paes, J Lubian, Rone Flávio Simões, DS Monteiro, JFP Huiza, Nemitala Added, Maria Carmen Morais, et al. Reaction mechanisms of the o 16+ cu 65 system. *Physical Review C*, 99(5):054623, 2019.
- [45] CB Fulmer and JC Hafele. Spin-orbit and target spin effects in helion elastic scattering. *Physical Review C*, 7(2):631, 1973.
- [46] L.R. Gasques et al. Investigation of the reaction mechanisms for ¹⁰B +¹⁹⁷ Au at near-barrier energies.
- [47] William R Leo. *Techniques for nuclear and particle physics experiments: a how-to approach*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [48] Walter LEWIN et al. Classical Mechanics. MIT OpenCourseWare: Massachusetts Institute of Technology, 2010.